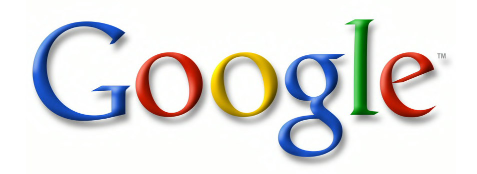

Google





[redacted]

ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

BAND CXLV.



[redacted]

ANNALEN

DER

PHYSIK

UND

CHEMIE.

FÜNFTE REIHE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

FÜNFUNDZWANZIGSTER BAND.

NEBST FÜNF FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1872.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.



[redacted]

ANNALEN

DER

PHYSIK

UND

CHEMIE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

HUNDERTFÜNFUNDVIERZIGSTER BAND.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERTUNDEINUNDZWANZIGSTER.

NEBST FÜNF FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1872.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

I n h a l t

des Bandes CXLV der Annalen der Physik und Chemie.

Erstes Stück.

Zweites Stück.

Drittes Stück.

Viertes Stück.

(*Geschlossen am* 18. *Mai* 1872.)

Nachweis zu den Figurentafeln.

1872. ANNALEN № 1.

DER PHYSIK UND CHEMIE.

BAND CXLV.

I. *Versuch einer Theorie der Elektro-Doppelmaschine; von J. C. Poggendorff.*

(Aus d. Monatsbericht. d. Akad. Oct. 1871 — mit einigen Abänderungen und Zusätzen.)

Wenn eine einfache Elektromaschine erster Art auf die gewöhnliche Weise durch Elektrisirung eines ihrer Papierbelege in Thätigkeit gesetzt wird, so ist es für die Richtung des entstehenden Stromes ganz einerlei, ob die Maschine mit dem schrägen oder, wie ich ihn nenne, diametralen Conductor versehen ist oder nicht, d. h. ob der rotirenden Scheibe und den Belegen der ruhenden ein oder zwei Paare leitend unter sich verbundener Metallkämme gegenüberstehen. Immer sendet z. B. diejenige Elektrode, welche vor dem positiv elektrisirten Belege steht, negative Elektricität aus ihrem Kamm auf die rotirende Scheibe und demgemäfs positive aus ihrem Pol in die Luft[1]).

1) Da die Elektroden, vermöge ihres Influenzzustandes, aus beiden Enden immer entgegengesetzte Elektricitäten ausströmen, so halte ich es der Deutlichkeit halber für gut, diese Enden durch besondere Namen zu unterscheiden. Ich nenne also *Pole* die einander zugekehrten Enden der Elektroden und demgemäfs z. B. dasjenige Ende, welches positive Elektricität ausgiebt, den positiven Pol. Damit ist nicht gesagt, dafs die Elektrode, zu welcher er gehört, als Ganzes nothwendig auch immer positiv seyn müsse. Das wird sie nur, wenn ihr Kamm gegen die rotirende Scheibe mehr negative Elektricität ausströmt, als ihr Pol positive durch die Luft hin zu dem andern. Läfst man den Pol in einer Spitze endigen, so sendet er quantitativ ziemlich eben so viel Elektricität aus als der Kamm, und dann ist die Elektrode als Ganzes oder an ihren mittleren Theilen so gut wie neutral.

Aehnliches gilt von den Belegen. Auch sie befinden sich, so

Anders verhält es sich, wenn man die Maschine dadurch erregt, dafs man aus einer äufseren Quelle (z. B. einer zweiten Maschine) Elektricität durch die Elektrodenkämme auf die rotirende Scheibe einströmen läfst. Dann hat der Strom, welcher bei Anwesenheit des diametralen Conductors entsteht, die umgekehrte Richtung von dem, welcher ohne denselben zum Vorschein kommt; erregender und erregter Strom sind *widersinnig*, ohne Conductor aber *gleichsinnig*.

Im letzteren Falle strömen die Kämme, welche die Enden eines Verbindungsdrahtes der beiden Maschinen bilden, entgegengesetzte Elektricitäten aus, conform der gewöhnlichen Vertheilung.

Im ersteren dagegen hat man die anomale Erscheinung, dafs die Verbindungsdrähte aus den Kämmen an ihren Enden *einerlei* Elektricität aussenden und aus der Mitte die *entgegengesetzte*. Der eine Draht strömt solchergestalt an beiden Enden positive und in der Mitte negative Elektricität aus, der andere aus den Enden negative und aus der Mitte positive.

Diese bereits zu Ausgange des Jahres 1868 von mir gemachten Beobachtungen führten mich zu dem Schlufs, dafs wenn man zwischen den Mitten beider Verbindungsdrähte eine Brücke schlage, man in dieser einen Strom erhalten werde, der gleich seyn müsse der Summe der Ströme der beiden Maschinen, — einem Schlufs, den ich damals nur roh verwirklichte, später aber zur Construction einer Doppelmaschine benutzte, die von mir im Maiheft der Monatsberichte des vorigen Jahres ausführlich beschrieben worden [1]) und seitdem schon in mehr als 20 Exemplaren in die Hände der Physiker übergegangen ist.

lange die Maschine in Thätigkeit ist, in einem Influenzzustande, vermöge dessen sie entgegengesetzte Elektricitäten aus ihren beiden Enden, dem spitzen und dem breiten, ausströmen. Wenn hier von der Elektricität eines Beleges die Rede ist, so ist damit immer die seines breiten Theiles gemeint.

1) Siehe Annal. Bd. CXLI, S. 160.

In dieser Beschreibung zeigte ich unter Anderem, daſs die anomale Erregung nicht allein durch den diametralen Conductor hervorgerufen wird, sondern auch durch drei andere ähnliche Combinationen, durch den lateralen oder überzähligen Conductor, durch die sog. vertauschten Elektroden, und durch die Elektromaschine zweiter Art, d. h. durch die mit zwei entgegengesetzt rotirenden Scheiben, sobald sie die ihr zuletzt von Hrn. Dr. Holtz gegebene Einrichtung besitzt, bei welcher nur die Elektricität der einen Scheibe benutzt wird und diese mit einem diametralen Conductor versehen ist.

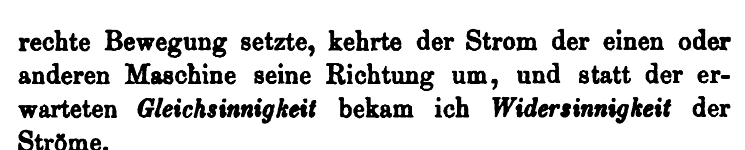
Ueberdieſs wies ich nach, daſs geladene Flaschen die Stelle des erregenden Maschinenstroms ersetzen können, und daſs sie dabei entweder eine stille Entladung oder eine höhere Ladung erleiden, je nachdem die Maschine, auf welche sie einwirken, mit keinem oder mit einem diametralen Conductor versehen ist.

Eine Erklärung der anomalen Erregung vermochte ich damals nicht zu geben; ich begnügte mich einstweilen damit, den Thatbestand nach allen Seiten hin sichergestellt zu haben.

Seit jener Zeit habe ich das Phänomen oftmals in Betracht gezogen und mich bemüht, dasselbe durch Versuche gleichsam experimentell zu analysiren. Es ist mir dadurch geglückt, eine Ansicht zu gewinnen, welche ich, wenigstens der Hauptsache nach, nicht anders als für richtig halten kann, weshalb ich denn auch keinen Anstand nehme, sie hier den Physikern zur Beurtheilung vorzulegen.

I.

Unter den früheren Versuchen, die ich seitdem öfters wiederholt und erweitert habe, hat keiner meine Aufmerksamkeit mehr gefesselt als der, wo zwei Maschinen, von denen jede mit einem diametralen Conductor versehen und einzeln für sich erregt worden war, *gleichsinnig* mit einander verknüpft wurden. So wie ich nun beide in regel-



rechte Bewegung setzte, kehrte der Strom der einen oder anderen Maschine seine Richtung um, und statt der erwarteten *Gleichsinnigkeit* bekam ich *Widersinnigkeit* der Ströme.

Die Wirkung des diametralen Conductors beschränkt sich also nicht darauf, in einer noch neutralen Maschine einen Strom von anomaler Richtung hervorzurufen, sondern zwängt diese Richtung auch einem bereits vorhandenen Strome auf.

Um sich das Abnorme dieser Erscheinung zu vergegenwärtigen, erwäge man, dafs dabei durch jede Elektrode *dieselbe* Elektricitätsart auf die Maschine einströmt, welche sie vorher schon für sich entwickelte. Man sollte daher eine *Verstärkung* des Stroms in ursprünglicher Richtung erwarten, aber statt deren tritt eine *Umkehrung* ein, — eine Umkehrung, der nothwendig eine momentane Annullirung vorausgegangen seyn mufs, obgleich ich sie nicht habe festhalten können.

Ist eine Maschine mit einem diametralen Conductor und überdiefs mit quadrantalen oder semi-quadrantalen Papierbelegen versehen, so stehen jedem dieser Belege zwei Kämme gegenüber, ein Elektrodenkamm und ein Conductorkamm. Und wenn die Pole der Elektroden nicht gerade bis zu einem gewissen kleinen Abstand zusammengeschoben sind, hat man neben dem nutzbaren Hauptstrom im Elektrodenbogen noch einen Strom im Conductor von solcher Richtung, dafs aus jedem seiner Kämme gegen jeden Papierbeleg dieselbe Elektricitätsart ausströmt, welche der benachbarte Elektrodenkamm entsendet. Niemals strömen die benachbarten Kämme, welche einem und demselben Belege gegenüberstehen, entgegengesetzte Elektricitäten aus, sobald der Abstand oder Widerstand zwischen den Polen nur annähernd so grofs ist, wie in dem hier betrachteten Fall, wo zwei Maschinen mit einander verbunden sind.

In dem erwähnten Versuch der Umkehrung des Stroms erfolgt demnach der Elektricitätswechsel nicht blofs in den

Kämmen der Elektroden, sondern auch in denen des Conductors. Es fragt sich also zunächst: Tritt dieser Wechsel in beiderlei Kämmen gleichzeitig ein, oder in den einen früher als in den andern?

Ich glaube, dafs er in den Conductorkämmen zuerst eintritt, und dafs der in den Elektrodenkämmen, also die Umkehrung des nutzbaren Stroms, eine Folge davon ist.

Zu diesem Glauben sehe ich mich durch nachstehenden Versuch bewogen. Nachdem ich die eine Maschine in Gang gesetzt hatte, leitete ich den Strom der anderen auf sie ein, aber nicht durch die Elektrodenkämme, sondern durch die Kämme des Conductors, und zwar in solcher Richtung, dafs jeder derselben entgegengesetzte Elektricität, wie der benachbarte Elektrodenkamm aussenden mufste[1]). Die Folge davon war: eine sofortige Umkehrung des Stroms in dem Elektrodenbogen, — nicht aber des im Conductor, dessen Kämme vielmehr fortfuhren, diejenigen Elektricitäten

1) Ich bediente mich dazu des schon in meiner letzten Abhandlung (Ann. Bd. 141, S. 167) erwähnten Conductors, dessen Kämme durch ein isolirendes Mittelstück von einander getrennt sind und nach Belieben durch einen metallischen Leiter oder eine Spectralröhre verbunden werden können.

In Ermangelung eines solchen kann man aber auch den Versuch mit dem gewöhnlichen Conductor anstellen, dessen Kämme bekanntlich durch einen Metallstab fest mit einander verbunden sind. Es ist nur nöthig, diesen Conductor und die ruhende Scheibe so weit rechts zu drehen, dafs seine Lage und die Lage der Elektroden in Bezug auf die Belege gegen einander vertauscht sind. Die Kämme der Elektroden vertreten dann die des Conductors.

Mit Hülfe eines Conductors der eben erwähnten Art habe ich mich auch überzeugt, dafs die Kämme desselben gar nicht in metallischer Verbindung mit einander zu stehen brauchen, um eine anomale Erregung zu veranlassen. Sie können ohne Schaden durch eine Luftstrecke von mehr als einem Zoll unterbrochen seyn, obwohl dadurch der Strom in ihnen beträchtlich geschwächt wird.

Eine andere instructive Abänderung des diametralen Conductors besteht darin, dafs man ihn nicht, wie gewöhnlich, an der Axe der Maschine befestigt, sondern von einem besonderen, isolirenden Stativ tragen läfst, um ihn mehr oder weniger von der rotirenden Scheibe entfernen zu können. Man kann sich dann überzeugen, dafs er noch in einer Entfernung von 2 bis 3 Zoll seine Wirkung thut.

auszusenden, die ihnen durch die Hülfsmaschine zugeführt worden waren[1]).

Was hier die gezwungene Ausströmung von Elektricität aus den Conductorkämmen bewirkt, das bewirkte in dem früheren Fall die aus den Elektroden. Wie diefs zugehe, mag aus folgender Betrachtung näher erhellen.

Bekanntlich wird der Strom in dem Conductor, was Richtung sowohl als Stärke betrifft, durch zwei Factoren bedingt, die entgegengesetzt elektrisirt sind und demnach auch entgegengesetzt influencirend auf ihn einwirken, durch die Papierbelege oder die Hinterfläche der ruhenden Scheibe und durch die Vorderfläche der rotirenden. Halten diese beiden Factoren einander das Gleichgewicht, so wird in dem Conductor kein Strom erregt.

Diefs Gleichgewicht tritt aber nur in dem speciellen Fall ein, dafs die Pole entweder ganz oder bis auf wenige Linien zusammengeschoben sind, und auch dann nur, nachdem die (von der Rückseite her erregte) Maschine einige Zeit in Thätigkeit war. In den ersten Minuten ihrer Thätigkeit erhält man auch bei dieser Stellung der Pole immer in dem Conductor einen Strom und zwar von solcher Richtung, dafs seine Kämme in Bezug auf die benachbarten Elektrodenkämme entgegengesetzte Elektricitäten ausströmen. Dieser, an sich schon schwache Strom nimmt aber rasch ab und bald ist er gänzlich erloschen, wie man diefs besonders deutlich im Dunklen wahrnimmt,

1) Bei Einströmung von Elektricität aus einer Maschine auf eine zweite, die ebenfalls schon erregt ist, sind *vier* Fälle möglich. Um sie leicht zu unterscheiden, sey hier nur der Beleg betrachtet, vor welchem, als die zweite Maschine noch für sich thätig war, sowohl der Elektrodenkamm *(E)* als der Conductorkamm *(C)* *positive* Elektricität ausgab. 1) Strömt nun *negative* Elektricität auf *C* ein, so erfolgt ein Elektricitätswechsel sowohl in *C* als in *E*, wie eben angegeben. 2) Strömt *dieselbe* Elektricität in *E* ein, so ändert sich nichts in *C* und *E*, weil dabei der Strom der zweiten Maschine schon widersinnig ist gegen den der ersten. 3) Strömt *positive* Elektricität auf *C* ein, so bleibt wiederum Alles unverändert. 4) Strömt endlich *dieselbe* Elektricität auf *E* ein, so erfolgt in *C* und *E* der Polwechsel, dessen Erklärung Gegenstand dieser Abhandlung ist.

wenn der Conductor mit einer Spectralröhre versehen ist. Man hat hierin ein interessantes Beispiel, daſs, selbst wenn äuſserlich nichts an der Maschine verändert wird, doch im Innern derselben noch Veränderungen vorgehen können; denn das anfängliche Auftreten und nachherige Verschwinden des Stroms im Conductor hat offenbar seinen Grund darin, daſs die rotirende Scheibe zuerst stärker als die Belege elektrisirt wird, und die letzteren erst allmählig so stark elektrisch werden, um die Wirkung der ersteren compensiren zu können, aber niemals so stark, um sie, bei der vorausgesetzten Stellung der Pole, zu überwältigen[1]).

Zieht man die Pole weiter auseinander, so wird der Strom im Elektrodenbogen schwächer und in Folge deſs empfängt die rotirende Scheibe weniger Elektricität von den Elektrodenkämmen, während die Papierbelege oder vielmehr die von ihnen berührten Theile der ruhenden Scheibe nichts oder unbedeutend von ihrer Elektricität verlieren. Es überwiegt also die Wirkung der letzteren und demgemäſs senden die Conductorkämme dieselbe Elektricitätsart aus, wie die benachbarten Elektrodenkämme.

Umgekehrt ist es, wenn die Ausströmung der Elektricität aus den Elektrodenkämmen durch einen Hülfsstrom künstlich verstärkt wird. Dann bekleidet sich die rotirende Scheibe, auch bei groſsem Abstand zwischen den Polen, überschüssig mit Electricität und demgemäſs wird nun ihre Einwirkung auf die Conductorkämme wiederum überwiegend, aber in viel höherem Grade als im ersten Fall. Derjenige Elektrodenkamm z. B., der vor der Einwirkung des Hülfsstroms die rotirende Scheibe mit positiver Elektricität versah und es nachher in noch verstärktem Maaſse thut, zwingt den benachbarten Conductorkamm, der bis dahin auch positiv war, negative Elektricität auszusenden

1) Durch ableitende Berührung eines der Belege hinter dem Conductorkamm läſst sich übrigens der erwähnte Strom, also die überschüssige Wirkung der rotirenden Scheibe, wieder hervorrufen. Eine ähnliche Berührung hinter dem Elektrodenkamm hat entgegengesetzte Wirkung.

und, sowie dieses geschehen ist, mufs auch, wie eben factisch dargethan, der Elektrodenkamm seine Polarität wechseln und negative Elektricität ausströmen, um so mehr, als an den beiden anderen Kämmen ein analoger Vorgang stattfindet, der den eben geschilderten unterstützt. Es ist hierbei natürlich ganz einerlei, ob, vor der Einwirkung des Hülfsstroms, die Maschine noch unerregt oder im angegebenen Sinn schon erregt war.

Mit diesem Procefs mufs nothwendig eine Umkehrung der Polarisation der Belege verknüpft seyn, weil sonst die Elektrodenkämme ihre Polarisation nicht wechseln könnten. Gestützt auf den vorhin (S. 5) angeführten Versuch, wo die Maschine durch Einleitung von Elektricität in die Conductorkämme zur Wirksamkeit gelangte, bin ich der Meinung, dafs diese Umkehrung durch eine von den Conductorkämmen ausgeübte Influenzwirkung hervorgebracht wird[1]); denn würde sie durch die stark elektrisirte Aufsenfläche der rotirenden Scheibe bewirkt, woran man vielleicht denken könnte, so müfste sie auch ohne Conductorkämme zu Stande kommen, was doch nicht der Fall ist. Ohne den diametralen Conductor findet keine anomale Erregung der Maschine statt, eben so wenig wie eine Umkehrung des einmal vorhandenen Stroms.

Kurz wiederholt, ist also der Vorgang bei der anomalen Erregung, meiner Meinung nach, folgender. Sowie die Elektrodenkämme den Strom der Hülfsmaschine aufnehmen, polarisiren sie einerseits die hinter ihnen befindlichen Belege und bekleiden andererseits die Aufsenfläche der rotirenden Scheibe mit den empfangenen Elektricitäten in der bekannten Weise, dafs die eine stets die obere und die andere stets die untere Hälfte dieser Fläche einnimmt.

1) Wenn die Pole zusammengeschoben sind, so strömt, wie eben erwähnt, ohne dafs der Maschine fremde Elektricität zugeführt wird, jeder Conductorkamm auch entgegengesetzte Elektricität wie der benachbarte Elektrodenkamm aus; aber er übt dann wegen der Schwäche des in ihm vorhandenen Stroms keine Influenzwirkung auf den Beleg aus, kehrt also auch nicht die Polarität des Elektrodenkamms um.

Dadurch angeregt strömen die Conductorkämme die entgegengesetzten Elektricitäten auf die Scheibe und zugleich wirken sie influencirend auf die Belege, kehren deren Polarisation um und führen eben dadurch auch eine Umkehrung der von den Elektrodenkämmen ausgesandten Elektricitäten herbei. Diese vier Acte folgen so rasch aufeinander, dafs der Beobachter sie nicht unterscheiden kann, sondern nur das Endresultat wahrnimmt.

Eine Bestätigung dieser Theorie finde ich in einem Versuch, bei welchem die zu erregende Maschine nur mit kleinen Belegen versehen war, so dafs dem diametralen Conductor, der wie gewöhnlich unter 45° gegen den Horizont neigte, nur nackte Theile der ruhenden Scheibe gegenüberstanden.

Bei dieser Vorrichtung war es nun durchaus nicht möglich, die Maschine durch die von den Elektrodenkämmen überschüssig ausströmende Elektricität dauernd zu erregen, gleich wie sie bekanntlich dann auch nicht von der Rückseite her durch Elektrisirung eines der Belege normal in Thätigkeit zu setzen ist.

Als ich den Versuch im Dunklen anstellte und dabei die Kämme der zu erregenden Maschine aufmerksam betrachtete, sah ich, dafs die der Elektroden wirklich dieselbe Elektricitätsart, welche ich ihnen aus der Hülfsmaschine zuführte, in schwachem Grade auf die rotirende Scheibe ausstrahlten und dafs andererseits die benachbarten Conductorkämme entgegengesetzte Elektricität von sich gaben.

Zwei der vorhin supponirten Acte waren hier also verwirklicht; allein da den Conductorkämmen keine Papierbelege gegenüberstanden, so konnten sie diese nicht influenciren und folglich auch keine Rückwirkung auf die Elektrodenkämme ausüben. Die Maschine mufste also, da sich Elektroden- und Conductorkämme gegenseitig störten, unerregt bleiben.

Trotz dieser Bestätigung ist die Theorie noch einem Einwurf ausgesetzt, der im ersten Augenblick als sehr erheblich erscheinen kann.

Es läfst sich nämlich fragen: Warum bleibt es bei der einmaligen Umkehrung des Stroms, warum folgt auf sie nicht eine zweite, also eine Rückkehr zur ursprünglichen Richtung, auf diese wiederum eine dritte und so fort in unaufhörlichem Wechsel. So scheint es nach der Theorie seyn zu müssen und doch ist dem nicht also. Wie geht diefs zu?

Betrachten wir einen speciellen Fall. Strömt der eine Elektrodenkamm, wie der benachbarte Conductorkamm, ursprünglich positive Elektricität aus und es wird dem ersteren dieselbe Elektricität aus der Hülfsmaschine in Ueberschufs zugeführt, so setzt die Theorie voraus, er bekleide die rotirende Scheibe so stark mit dieser Elektricität, dafs der Conductorkamm gezwungen wird, negative Elektricität zu entsenden, die nun den Beleg influencirt und dadurch bewirkt, dafs auch der Elektrodenkamm negative Elektricität ausgiebt.

Allein wenn nun derselbe Kamm die Scheibe mit negativer Elektricität bekleidet: Warum — so kann man einwerfen — wiederholt sich nicht der eben geschilderte Procefs in umgekehrtem Sinn?

Die Antwort auf diese Frage kann nicht zweifelhaft seyn. Sie ist einfach die: *dafs die Elektrodenkämme von dem Momente ab, wo sie ihre Polarität gewechselt haben, gar keine überschüssige Elektricität mehr aus der Hülfsmaschine empfangen*, trotzdem man diese unausgesetzt in Thätigkeit erhält.

Sie drängen die Elektricität, welche eindringen will, in die Verbindungsdrähte zurück, stauen sie auf und häufen sie daselbst so an, dafs sie längs denselben an zahllosen Punkten hervorbricht. Aber ein Strom ist in diesen Drähten nicht vorhanden. Beweis davon giebt der Versuch, den ich schon 1868 angestellt und seitdem häufig wiederholt habe, dafs nämlich eine in einen der Verbindungsdrähte eingeschaltete Spectralröhre *lichtlos* bleibt, sobald beide Maschinen, die man verbunden hat, gleich kräftig

wirken. Ein Strom entsteht in den Verbindungsdrähten erst dann, wenn man zwischen beiden eine Brücke schlägt.

Nach der einmaligen Umkehrung ihres Stromes ist also in der Maschine nicht mehr Elektricität thätig, als sie für sich allein entwickelt, und daher ist auch kein Grund zu einem steten Polwechsel vorhanden.

Correct gesprochen, *strömen demnach die Pole der einen Maschine auch gar nicht eine der ihrigen entgegengesetzte Elektricität auf die Scheibe der anderen Maschine*, ***sondern entwickeln sie nur daselbst.*** Ich habe indeſs der Theorie nicht vorgreifen wollen und daher in meiner Darstellung die Erscheinungen immer so beschrieben, wie sie sich der bloſsen Beobachtung darbieten.

Der Unterschied zwischen der Erregung von der Rückseite her durch die elektrisirten Belege und der von der Vorderseite her durch Ausströmen von Elektricität aus den Elektrodenkämmen besteht wesentlich darin, daſs bei der ersten die Kämme, welche vor einem und demselben Belege stehen, auf gleiche Weise afficirt werden, bei der letzteren aber auf ungleiche. Läſst man gleichzeitig jedes der beiden Paare benachbarter Kämme dieselbe Elektricität (das eine Paar die positive, das andere die negative) ausströmen, so ist dieser Unterschied gehoben und die Maschine wird normal erregt, wie bei der Erregung von der Rückseite her durch die Belege.

Man kann dieſs bewerkstelligen, wenn man zwei Hülfsströme auf die Maschine leitet, einen durch die Elektrodenkämme und den andern durch die Conductorkämme; allein einfacher und hübscher läſst es sich dadurch erreichen, daſs man die Conductorkämme, statt sie unter sich zu verbinden, mit den benachbarten Elektrodenkämmen verbindet, was mit einem Conductor von der vorhin (S. 5) beschriebenen Einrichtung leicht geschieht. Leitet man dann den Strom der Hülfsmaschine in die Elektrodenkämme, so bekommt man eine *normale* Erregung der andern Maschine[1]).

1) Beiläufig gesagt, könnte es scheinen, daſs eine solche Verbindung zwischen den Kämmen des Conductors und der Elektroden überhaupt

Aehnlich wie bei dem diametralen Conductor verhält es sich bei den übrigen Vorrichtungen, die eine anomale Erregung gestatten. Ziehen wir zunächst die sog. *Combination der vertauschten Elektroden in Betracht.*

Bei dieser steht der diametrale Conductor lothrecht vor gezahnten Papierbelegen von geringer Gröfse und die horizontalen Elektrodenkämme ruhen vor nackten Theilen der Glasscheiben, so entfernt von den Belegen, dafs diese keinen Einflufs auf sie ausüben können. Trotz dieses wesentlichen Unterschiedes von dem vorhin betrachteten Fall, ist doch der Vorgang im Ganzen derselbe.

Leitet man z. B. negative Elektricität auf den linken Elektrodenkamm und dreht die bewegliche Scheibe zeigerrecht, so strömt von ihm, so gut wie von dem oberen Conductorkamm, positive Elektricität aus.

Man mufs also annehmen, dafs die Elektrodenkämme in den ersten Monaten die Aufsenfläche der rotirenden Scheibe mit derselben Elektricitätsart bekleiden, welche ihnen von der zweiten Maschine zugeführt wird, dafs sie dadurch die Conductorkämme disponiren, die entgegengesetzte Elektricität auf die Scheibe auszuströmen, und dafs nun eben dadurch die letzteren auf erstere rückwirken und deren Polarität umkehren. Diese Rückwirkung geschieht um so leichter, als der Strom in dem Conductor, weil seine Kämme in metallischer Verbindung stehen und hinter ihnen die durch sie influencirten Papierbelege liegen, sichtlich ein viel stärkerer ist als der in dem Elektrodenbogen.

Aehnlich ist der Vorgang bei dem *lateralen Conductor*, der ihn sogar durch seine unsymmetrische Form noch unterstützt. Dieser Conductor hat nämlich, wie bekannt, nur *einen* Kamm, der vor dem einen Belege steht, während er am andern Ende in einen Stab ausläuft, der die zweite

vortheilhaft wäre für die Wirksamkeit der Maschine. Das ist aber keineswegs der Fall. Ist der Abstand zwischen den Polen nur klein, so hat sie gerade keinen Nachtheil; vergröfsert man ihn aber auf einige Zolle, so erlischt der Strom.

Elektrode berührt[1]). Empfängt nun der erste, vor dem Belege stehende Elektrodenkamm z. B. positive Elektricität, so mufs der Conductorkamm schon um deshalb leichter umkehrend auf ihn einwirken können, als letzterer in den ersten Momenten nothwendig negative Elektricität von der zweiten, ihn berührenden Elektrode erhält. Ist aber der Kamm des Conductors einmal stark negativ geworden, so mufs sein anderes Ende, und damit auch die dasselbe berührende Elektrode, stark positiv werden.

Die Theorie wird also auch in diesem Fall vollkommen bestätigt.

Eine Modification erfordert sie wohl bei Uebertragung auf die *Maschine zweiter Art*, die ich indefs hier nicht in Betracht ziehen will, da ich gedenke, mich künftig ausführlicher mit ihr zu befassen.

Bemerken will ich nur, dafs diese Maschine auch bei der ganz zweckmäfsigen Umgestaltung, welche ihr neuerlich Hr. Musaeus gegeben hat[2]), *anomal* erregt wird, wenn man die Pole einer andern Maschine auf sie einströmen läfst.

II.

Bei allen meinen früheren Versuchen über die anomale Erregung geschah die Einströmung der Elektricität auf die zu erregende Maschine immer durch *beide* Elektroden derselben. Es wurde blofs dieser symmetrische Fall in Betracht gezogen, weil er der einzige ist, welcher für die Construction einer Doppelmaschine Interesse hat.

Indefs ist auch der unsymmetrische Fall, der Fall der einpoligen Einströmung, wie ich ihn kurzweg nennen will,

1) Meine diametralen Conductoren sind so eingerichtet, dafs sie zugleich als laterale gebraucht werden können. Sie bestehen aus zwei in einander geschobenen Hälften, von denen die eine mittelst des daran sitzenden Stiftes im Mittelpunkt der Maschine befestigt und mit ihrem Kamm vor einen der Belege gestellt wird. Von dem als Axe dienenden Stift führt dann ein darauf gelegter Stab horizontal zur anderen Elektrode.

2) Ann. Bd. 143, S. 285.

beachtenswerth, insofern bei ihm Erscheinungen auftreten, welche bei dem symmetrischen nicht vorkommen. Ich habe mich viel mit diesem, obgleich unpractischen Fall beschäftigt, bin aber nicht dahin gelangt, alle Schwierigkeiten zu beseitigen, die seine Erklärung darbietet. Die Erscheinungen sind oft so widersprechend und wandelbar, dafs es äufserst schwer hält, das Gesetzmäfsige von dem Zufälligen zu unterscheiden.

Nach der Gesammtheit aller meiner Erfahrungen glaube ich jedoch behaupten zu können, *dafs durch die einpolige Einströmung keine Erregung der Maschine zu Stande kommt, sobald alle störenden Nebenumstände entfernt worden sind.* Zu dieser Behauptung halte ich mich um so mehr berechtigt, als es mir niemals geglückt ist, *einen bereits vorhandenen Strom durch eine solche einpolige Einströmung umzukehren.*

Betrachten wir zunächst den Fall, wo die zu erregende Maschine mit *keinem diametralen Conductor* versehen ist.

In diesem Fall bewirkt, wie zuvor gesagt, die zweipolige Einströmung sofort eine *normale* Erregung, die einpolige aber durchaus *keine* irgend welcher Art, selbst wenn man die Belege von ungleicher Gröfse genommen hat. Man kann also die Wirkung der zweipoligen Erregung, die übrigens so natürlich ist, dafs sie keiner Erklärung bedarf, nicht aus der einpoligen herleiten.

Hat die Maschine *keinen* diametralen Conductor, so wird sie durch einpolige Einströmung nur dann erregt, wenn man einen der Belege ableitend berührt, und zwar hängt die Art der Erregung davon ab, welchen der Belege man berührt hat. Berührt man den Beleg hinter derjenigen Elektrode, welche Elektricität ausströmt, so ist die Erregung der Maschine eine *normale* oder *gleichsinnige*[1]);

1) Diese gleichsinnige Erregung ist besonders interessant, weil dabei der Elektrodenkamm, welcher bis zum Moment der Berührung des hinter ihm stehenden Beleges ganz unzweifelhaft, obgleich unsichtbar, z. B. positive Elektricität aussendet, in diesem Momente plötzlich seine Polarität wechselt und negative Elektricität ausströmt. Bei der widersinnigen Erregung findet ein solcher Elektricitätswechsel nicht statt.

berührt man aber den andern Beleg, so ist sie eine *anomale* oder *widersinnige.* Die absolute Richtung des erregten Stroms bleibt also gleich, mag die zugeführte Elektricität durch die eine oder die andere Elektrode ausströmen, sobald nur stets einer und derselbe Beleg ableitend berührt wird. Immer ist auch der Strom ein nur temporärer oder vorübergehender, bloſs während der Einströmung stattfindender, sobald man nicht die Pole der Maschine bis zu einem kleinen Abstand zusammengeschoben hat.

Ich halte dafür, daſs diese Erregung auf die gewöhnliche zurückkommt, d. h. auf die, wo man einen der Belege elektrisirt.

Wunderlicher machen sich die Erscheinungen, wenn die Maschine *mit einem diametralen Conductor* versehen ist.

Mit Sicherheit kommt alsdann die Erregung nur in den beiden Fällen zu Stande, daſs man entweder einen der Belege oder den Conductor ableitend berührt. Geschieht dieſs nicht, so ist es, möchte ich sagen, rein eine Sache des Zufalls, ob man eine Erregung erhält oder welche Art derselben.

Die Erregung bei Berührung eines der Belege ist ganz conform der, welche, wie eben erwähnt, in gleichem Falle ohne diametralen Conductor stattfindet.

Berührt man den Beleg, der hinter dem elektrisirten Elektrodenkamm liegt, so ist die Erregung eine *gleichsinnige* oder normale; berührt man dagegen den andern Beleg, so ist sie eine *widersinnige* oder anomale, also ganz wie ohne Conductor, was beweist, daſs dieser hier gar keine Rolle spielt, und die Erregung auch hier auf die gewöhnliche zurückkommt. Uebrigens sieht man im Dunklen, daſs hiebei der Strom zuerst im Conductor erregt wird.

Anders ist es, wenn der diametrale Conductor ableitend berührt wird. Dann ruft die einpolige Einströmung beständig eine *anomale* oder *widersinnige* Erregung hervor.

Es fragt sich nun, auf welche Weise diese Erregung zu Stande komme; auf die gewöhnliche, durch Elektrisirung

der Belege, kann sie wohl nicht zurückgeführt werden, denn der erregte Strom bleibt widersinnig, es mag die Elektricität durch den einen oder den andern Elektrodenkamm ausströmen.

Eben so wenig kann die Neutralität des Conductorkamms die Ursache des Stroms seyn. Wenn nämlich die der Maschine zugeführte Elektricität nur durch *einen* Elektrodenkamm ausströmt, so bekleidet sich die rotirende Scheibe auf ihrer ganzen Aufsenfläche ziemlich gleichförmig mit dieser Elektricität und der Conductor nimmt davon einen entsprechenden Theil auf, der ihm durch die Ableitung wieder entzogen wird, so dafs der Conductor so ziemlich auf Neutralität zurückkommt. Geschieht dagegen die Ausströmung der Elektricität durch beide Pole der Hülfsmaschine, so werden die Kämme des Conductors gleichmäfsig entgegengesetzt afficirt; es entsteht ein Strom in ihm und als Ganzes bleibt er neutral. Nun könnte man meinen, diese Neutralität sey wesentlich, sey die Ursache der anomalen Erregung.

Diefs ist aber nicht der Fall; der Vorgang ist anderer Art.

Ist nämlich der diametrale Conductor mit einer Ableitung versehen und ist die Hülfsmaschine mit einem ihrer Pole ebenfalls zum Erdboden abgeleitet, was nothwendig ist, damit sie mit dem anderen auf die zu erregende Maschine einwirken könne, so besteht ja in der That eine, freilich durch schlechte Leiter vermittelte Communication zwischen jenem Conductor und dem abgeleiteten Pol. Es wirkt also die Hülfsmaschine in Wahrheit mit *beiden* Polen auf die andere Maschine, durch den Conductor und durch einen ihrer Elektrodenkämme[1]).

1) Aus gleichem Grunde wird die Maschine, sie mag mit einem diametralen Conductor versehen seyn oder nicht, augenblicklich in anomaler Richtung thätig, sobald man, während die eine ihrer Elektroden mit der Hülfsmaschine verbunden ist, die andere zum Erdboden ableitet. Da die abgeleiteten Pole beider Maschinen durch den Erdboden hin miteinander communiciren, so ist die Erregung nur scheinbar eine

Dafs unter solchen Umständen ein Strom entstehen könne, zeigt die Erfahrung. Denn verbindet man den einen Pol der Hülfsmaschine durch einen Draht mit dem Conductor der zu erregenden Maschine und den anderen ebenso mit einem ihrer Elektrodenkämme, so kommt die letztere Maschine sofort in *widersinnige* Thätigkeit, ganz wie wenn die Einströmung der Elektricität durch ihre beiden Elektrodenkämme geschehen wäre.

Interessant ist es bei diesem Versuch, zu sehen, wie der Conductor, ungeachtet er in seiner Mitte nur die Elektricität des *einen* Poles der Hülfsmaschine aufnimmt, dennoch einen Strom in sich aufkommen läfst, vermöge dessen er entgegengesetzte Elektricitäten aus seinen Kämmen ausströmt.

Leitet man z. B. auf die eine Elektrode positive Elektricität, so giebt sie negative aus und der benachbarte Kamm des Conductors, der in seiner Mitte negative Elektricität empfängt, entsendet eben so negative, während sein anderer Kamm, gleichwie der ihm nahestehende Elektrodenkamm, positive Elektricität ausströmt.

Dieser Versuch, dessen Erklärung nach dem vorhin Entwickelten keine Schwierigkeit hat, zeigt zugleich, dafs die Neutralität des Conductors für die Entstehung der anomalen Erregung von keiner Bedeutung ist, denn in dem eben erwähnten Falle besitzt er einen beträchtlichen Ueberschufs von freier Elektricität.

Ich komme nun zu dem Fall, wo bei einpoliger Einströmung auf die Maschine weder ihr zweiter Pol, noch einer ihrer Belege, noch ihr diametraler Conductor ab-

einpolige, in Wahrheit eine zweipolige, weshalb ich sie vorhin auch nicht als einen Fall der ersten Art aufgezählt habe.

So lange der unverbundene Elektrodenkamm nicht ableitend berührt wird, ist er isolirt, und in diesem Zustand wirkt er wenig oder gar nicht auf die Elektricität der rotirenden Scheibe, nimmt höchstens etwas von ihr auf. Sowie er aber zum Boden abgeleitet wird, tritt eine Influenzwirkung ein, in Folge welcher er gegen die Scheibe eine der übrigen entgegengesetzte Elektricität ausströmt, und damit ist die Maschine in Thätigkeit gesetzt.

leitend berührt worden ist. Dies ist der einfachste Fall, aber zugleich auch der schwierigste.

Die Resultate sind dabei höchst veränderlich. Bald ist die Erregung Null, bald normal, bald anomal. Tage lang kann man stets die eine Erregungsart erhalten und zu andern Zeiten wiederum die entgegengesetzte, ungeachtet vor jedem Versuch die ruhende Scheibe durch Abwischen mit feuchter Leinewand sorgfältig unelektrisch gemacht worden war.

Ja, was noch wunderbarer erscheinen kann: es ist zuweilen nicht einmal gleichgültig, auf welche der Elektroden man die äufsere Elektricität einströmen läfst.

Meine Doppelmaschine z. B. zeigt ganz constant die Eigenthümlichkeit, dafs, wenn ich mit einer geladenen Flasche ihren *linken* Pol berühre, sie *anomal* erregt wird, dagegen *normal*, wenn die Berührung am *rechten* Pol geschieht, so dafs der entstehende Strom in beiden Fällen dieselbe Richtung besitzt. Es ist diefs nicht etwa von einer Unsymmetrie der ruhenden Scheiben abzuleiten, denn es ändert sich nichts, wenn ich diese um 180° drehe.

Meine einfache Maschine dagegen hat die Besonderheit, dafs sie sich, zwar nicht immer, aber doch sehr häufig, blofs von der linken Elektrode her anomal oder normal erregen läfst, von der rechten aber gar nicht.

Woraus diese Abnormitäten entspringen, ist mir, trotz vieler Versuche, nicht geglückt, mit Bestimmtheit nachzuweisen.

Nach den bereits mitgetheilten Erfahrungen stehe ich jedoch nicht an, die Ursache als in irgend einer aufserwesentlichen Ausströmung von Elektricität begründet zu sehen, mag diese nun an der zweiten Elektrode, an einem der Belege oder an dem diametralen Conductor stattfinden.

Eine solche Ausströmung mufs nothwendiger Weise um so leichter eintreten können, als bei der einpoligen Einströmung die ganze Maschine mit freier Elektricität der einen Art bekleidet wird. Bisweilen ist diese Ausströmung sogar an dem unteren Ende der Conductorstange

sichtbar, wahrscheinlich veranlaſst durch die Nähe des Fuſsbrettes der Maschine. Diese störende Ausströmung kann offenbar erst eintreten, nachdem die Elektricität sich bis zu einem gewissen Grade auf der Maschine angehäuft hat, und davon leite ich es ab, daſs die Erregung bei der einpoligen Einströmung niemals so momentan erfolgt, wie bei der zweipoligen, sondern immer eine gewisse, mitunter gar nicht ganz unbeträchtliche Zeit in Anspruch nimmt. Die durch einpolige Einströmung hervorgerufene Erregung der Macchine könnte übrigens auch daraus entspringen, daſs dabei die rotirende Scheibe nicht gleichmäſsig mit Elektricität bekleidet würde, sondern in der Nähe der ausströmenden Elektrode stärker als weiter ab von ihr. Dieſs würde leicht in dem Conductor einen Strom veranlassen können und ist einmal in diesem ein Strom entstanden, so muſs er nothwendig auch in dem Elektrodenbogen ein solcher auftreten.

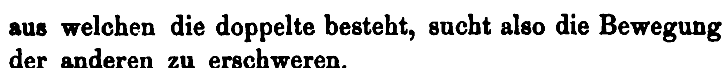
Alle diese Möglichkeiten müssen ferneren Untersuchungen anheimgestellt bleiben; für die Elektro-Doppelmaschine und deren Theorie sind sie indeſs ohne Bedeutung.

III.

Die zweipolige Einströmung von Elektricität auf die bewegliche Scheibe einer Elektromaschine ist noch mit einem Phänomen verknüpft, welches die Theorie nicht vernachlässigen darf, wenn sie auf Vollständigkeit Anspruch machen will.

Auſser der Widersinnigkeit der Ströme wird nämlich zugleich der beweglichen Scheibe eine Tendenz zu einer Rotation eingeprägt, die, je nach Umständen, recht- oder rückläufig sein kann, d. h. den Zähnen der Belege entgegen oder umgekehrt.

Wenn man in der Doppelmaschine eine der beweglichen Scheiben von ihrem Schnurlauf befreit, so fängt sie an, rückwärts zu rotiren, sowie man die andere in rechtläufige Rotation versetzt. Jede der beiden einfachen Maschinen,



aus welchen die doppelte besteht, sucht also die Bewegung der anderen zu erschweren.

Eben so, wenn man etwas große Flaschen an der Maschine zu laden unternimmt, kann man spüren, daſs die Maschine zu ihrer Bewegung einen um so gröſseren Kraftaufwand erfordert, je mehr die Ladung steigt, und wenn man sie in einem dem Maximum der Ladung nahen Momente losläſst, beginnt sie sofort eine rückläufige Rotation, welche von einer stillen Entladung der Flaschen begleitet ist.

Ich habe diese Thatsachen, die übrigens nur Modificationen der interessanten, von Hrn. Dr. Holtz entdeckten Rotationserscheinung sind, schon in meiner früheren Abhandlung beschrieben[1]), ohne mich jedoch auf eine Erklärung derselben einzulassen.

Durch das Vorhergehende bin ich veranlaſst worden, den Gegenstand wieder aufzunehmen und einer näheren Untersuchung zu unterwerfen. Ich bin dadurch zu dem Resultat gekommen, daſs der Schlüssel zu der erwähnten Rotation in der Elektrisirung der Belege zu suchen ist.

Wenn man nämlich, während fremde Elektricität aus den Elektrodenkämmen auf die Maschine übergeht oder übergegangen ist, den Zustand der Belege mit einem Elektrometer untersucht, so findet man, daſs sie dieselbe Elektricitätsart besitzen, welche die vor ihnen stehenden Kämme ausströmen, die bewegliche Scheibe mag ruhen oder rückläufig rotiren, mag dabei mit einem diametralen Conductor versehen seyn oder nicht. Der Beleg hinter derjenigen Etrode z. B., welche negative Elektricität ausströmt, ist in allen diesen Fällen auch negativ, und zwar in seiner ganzen Ausdehnung[2]).

1) Anm. Bd. 141, S. 178 u. 191.

2) Bei rechtläufiger Rotation der Scheibe ist bekanntlich die Elektrisirung der Belege in doppelter Hinsicht eine andere. Einmal ist sie keine gleichmäſsige, sondern eine polare, begleitet von einer steten Ausströmung der entgegengesetzten Electricitäten aus den Spitzen und den breiten Theilen. Und zweitens sind diese breiten Theile entgegengesetzt elektrisch, wie die davor liegenden Elektrodenkämme.

Wie diese Elektrisirungsweise zu Stande komme, will ich für jetzt dahingestellt seyn lassen, — genug, sie ist thatsächlich da, und giebt eine befriedigende Erklärung von der in Rede stehenden Rotation.

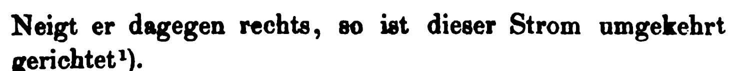
Während nämlich der Beleg hinter der einen Elektrode, wie eben beispielsweise angenommen ward, negativ elektrisch wird, strömt die andere Elektrode positive Elektricität aus und bekleidet damit die benachbarten Theile der beweglichen Scheibe. Zwischen diesen positiven Theilen der Glasscheibe und jenem negativen Beleg mufs nothwendig eine *Anziehung* stattfinden, und diese Anziehung wird um so leichter eine rückläufige Rotation hervorrufen, als derselbe Procefs an der anderen Hälfte der Scheibe vorgeht, dort ihre negativ elektrisirten Theile von dem positiven Beleg angezogen werden[1]).

An dieser *rückläufigen* Rotation hat der diametrale Conductor keinen Antheil. Sie kommt zu Stande, er mag ganz fehlen oder, wenn er anwesend ist, senkrecht stehen oder von der Senkrechten links oder rechts um 45° abweichen, obwohl er im ersten Fall vor den Belegen steht, im zweiten aber nicht[2]).

Steht er senkrecht oder neigt er links, so hat der Strom in ihm eine solche Richtung, dafs seine Kämme die entgegengesetzten Elektricitäten von denjenigen ausströmen, welche die vor ihm befindlichen Belege besitzen.

1) In ähnlicher Weise giebt auch die S. 11 erwähnte Combination, in welcher die Elektrodenkämme leitend mit den benachbarten Conductorkämmen verbunden sind, eine rückläufige Rotation.

2) Eine solche *rückläufige* Rotation bringt, wie ich schon früher gezeigt (Ann. Bd. 141, S. 177) die Maschine nicht zur selbständigen Thätigkeit, obwohl man während der Einwirkung des Hülfsstroms eine schwache *normale* Erregung an den Kämmen der Elektroden wahrnimmt; entfernt man aber den Hülfsstrom und dreht nun rasch in *rechtläufigem* Sinn, so wird die Maschine bleibend erregt und zwar *widersinnig* in Bezug auf die erregende. Diefs geschieht sowohl ohne als mit Conductor. Es verdient bemerkt zu werden, dafs dabei z. B. der Beleg, der während der rückläufigen Rotation gleichmäfsig negativ war, bei der rechtläufigen Rotation polar wird, wobei er im breiten Theile negativ bleibt und an der Spitze positive Elektricität ausgiebt.



Neigt er dagegen rechts, so ist dieser Strom umgekehrt gerichtet[1]).

In dieser letzten Stellung, wo ihm also keine Belege gegenüberstehen, zeigt der Conductor die merkwürdige Eigenschaft, daſs er auſser der rückläufigen Rotation der Scheibe auch die *rechtläufige* gestattet.

Diese Erscheinung erkläre ich mir so. Wenn, bei der eben angenommenen Lage des Conductors, der Scheibe ein kleiner Impuls zur rechtläufigen Rotation gegeben ist, so kehrt sich thatsächlich der elektrische Zustand der Belege um; der vorhin in seiner ganzen Ausdehnung negative, wird jetzt in seinem breiten Theile positiv und der positive ebenso negativ. Andererseits ändern sich die von den Elektrodenkämmen ausströmenden Elektricitäten dadurch nicht. Derjenige Kamm z. B., der bei rückläufiger Rotation positive Elektricität ausströmte, thut es auch jetzt; aber da nun der Beleg hinter dem andern Kamm ebenfalls positiv ist, so erfolgt eine *Abstoſsung* zwischen den Belegen und den elektrisirten Glastheilen in derselben Weise, wie früher eine Anziehung stattfand. Und die nothwendige Folge dieser Abstoſsung muſs eine Rotation in *rechtläufigem* Sinne seyn.

So weit verleiht diese Ansicht dem Conductor nur eine gleichsam passive Rolle, indem sie annimmt, er bewirke die rechtläufige Rotation dadurch, daſs er den Belegen gestatte, eine umgekehrte Elektrisirung, wie bei der rückläufigen Rotation, anzunehmen. Allein nach einem rechtläufigen Impuls thun dieſs die Belege schon ohne Conductor und es müſste also auch ohne ihn eine Rotation in diesem Sinne zu Stande kommen. Dieſs ist nun wirklich der Fall, wie ich schon in einer früheren Abhandlung angegeben habe; allein die Rotation ist schwieriger, erfordert einen viel stärkeren Impuls zu ihrer Andauer, als bei

1) Unterbricht man die Zufuhr von Elektricität, ohne die rückläufige Rotation zu hemmen, so wechselt der Strom in dem Conductor indeſs augenblicklich und erhält dieselbe Richtung, die er vor den Belegen besitzt.

Gegenwart des Conductors in der angegebenen Stellung. Der Conductor befördert also die rechtläufige Rotation.

Wie er diefs bewerkstelligt, darüber bekommt man Aufschlufs, wenn man die Richtung des in ihm vorhandenen Stroms beachtet. In der angegebenen, nach rechts gewandten Stellung des Conductors hat nämlich der Strom in ihm eine solche Richtung, dafs z. B. derjenige seiner Kämme, welcher zwischen dem positiven Beleg auf seiner linken und dem positiven Elektrodenkamm auf seiner rechten Seite steht, auch positive Elektricität ausströmt, offenbar, weil der dahinter liegende, unbelegte Theil der ruhenden Scheibe negativ ist.

Durch diese Ausströmung, welche auf die bewegliche Scheibe übergeht, wird dieselbe in gröfserer Nähe zu dem positiven Belege mit positiver Elektricität versehen, und das mufs nothwendig die Abstofsung zwischen beiden verstärken, folglich die *rechtläufige Rotation* befördern.

Wiewohl bei dieser Erklärung abgesehen ist von der Einwirkung, welche, wie ich früher gezeigt[1]), die rotirende, mit Elektricität bekleidete Scheibe auf die ruhende auch ohne gezahnte Belege ausübt, so halte ich sie doch für so befriedigend, als man es vor der Hand bei den so äufserst complicirten und bis jetzt sich allen Messungen entziehenden Vorgängen in der Elektromaschine billigerweise nur erwarten kann. Welche Complicationen hier eintreten, davon nur ein Beispiel.

Ist die ruhende Scheibe neutral und neigt der Conductor nach der Seite, dafs ihm die Belege nicht gegenüberstehen, so geht, wie gesagt, bei Einströmung von Elektricität auf die bewegliche Scheibe, wenigstens nach einem kleinen Impuls, die automate *rechtläufige* Rotation der letzteren sehr leicht von Statten.

Hatte man aber anfangs den Conductor vor die Belege gestellt und die bewegliche Scheibe, unter Einströmung von Elektricität, eine Zeit lang mittelst Kurbel und Hand rechtläufig gedreht, so erhält man, wenn darauf der Con-

1) Anm. Bd. 139, S. 165.

uctor in die zuerst genannte Stellung gebracht wird, durchaus *keine automate rechtläufige* Rotation, sehr leicht dagegen die rückläufige. Der Grund hievon ist leicht einzusehen. Steht der Conductor vor den Belegen, so wird durch die regelrechte Drehung der elektrisirten beweglichen Scheibe ein Strom in der Maschine erregt, der die ruhende Scheibe mit ihren Belegen in einen elektrischen Zustand versetzt, welcher dem Aufkommen einer automaten rechtläufigen Rotation geradezu entgegen ist, und dieser Zustand verschwindet erst nach längerer Zeit. Es erhellt daraus die Nothwendigkeit, sich bei allen Versuchen dieser Art zuvor der Neutralität der ruhenden Scheibe zu versichern. Die Verschiedenheit ihres elektrischen Zustandes ist wesentlicher oder alleiniger Grund aller Complicationen in der Elektromaschine.

Schliefslich mag hier noch bemerkt sein, dafs der Widerstand, welchen bekanntermafsen die bewegliche Scheibe oft in sehr merkbarem Grade ihrer Drehung entgegensetzt, wenn die Maschine in Thätigkeit gekommen ist, offenbar aus einer Tendenz zur rückläufigen Rotation entspringt. Und ich glaube nicht zu irren, wenn ich annehme, dafs diese Tendenz hervorgeht aus der *Anziehung*, welche die breiten Theile der Belege und die ihnen benachbarten Theile der ruhenden Scheibe auf die sich von ihnen *entfernenden*, entgegengesetzt elektrisirten Theile der rotirenden Scheibe ausüben, — einer Anziehung, die an dem gezahnten Ende der Belege zwischen ihm und den sich *nähernden* Theilen der rotirenden Scheibe nicht füglich stattfinden kann und defshalb die erstere auch nicht zu compensiren vermag.

II. *Ueber das Reflexionsprisma; von J. B. Listing.*

(Aus d. Nachrichten von d. K. Gesell. d. Wiss. zu Göttingen. 1871 Sept. vom Hrn. Verf. übersandt.)

Das Reflexionsprisma, in welchem die durchgehenden Strahlen eine zweimalige Brechung und eine innere totale Reflexion erleiden, ist seit geraumer Zeit bei astronomischen Instrumenten in Anwendung, um dem Strahlenkegel eines Fernrohrobjectivs eine Ablenkung von 90 Grad zu ertheilen und dadurch für jede Elevation des Objectivtheils des Fernrohrs eine constante, z. B. horizontale Lage des Oculartheils zu gewinnen. Nachgehends hat sich die Zahl der Verwendungen des Reflexionsprismas sehr vergröfsert, wobei zum Theil die durch die Reflexion bewirkte Umkehrung einer Dimension des Bildes, d. h. dessen Perversion[1]) einen Hauptzweck bildete. Wir erinnern u. a. an den Prismenkopf der Camera obscura, das Zeichenprisma, das Spectroskop, das Stereoskop, das Pseudoskop und die in neuerer Zeit häufigeren Anwendungen zu mikroskopischen Zwecken, wie namentlich bei der binocularen Einrichtung. Während nun bei Herstellung des Reflexions- oder Reversionsprismas in manchen Fällen eine leidliche Annäherung an die vorgeschriebene Form genügt, wie z. B. im Pseudoskop von Wheatstone, ist in anderen eine strengere Erfüllung gewisser Bedingungen unerläfslich, wie z. B. im Fernrohr und besonders im Mikroskop, wenn in ihnen die Correctheit der Bilder durch die Dazwischenkunft des Prismas nicht merklich beeinträchtigt werden soll. Aufser den erwähnten Bedingungen kann nach dem Zusammenhang gefragt werden zwischen der durch die Reflexion bewirkten Ablenkung der Strahlen uud den Winkeln des Prismas, sowie seinen Dimensionen und der

1) Ueber die genauer präcisirten Begriffe von Inversion und Perversion vgl. Vorstudien zur Topologie, Göttingen 1847. S. 19.

linearen Oeffnung. Jene Bedingungen sowohl als dieser Zusammenhang scheinen, zumal im Interesse für die Fälle gröſserer Präcision, eine genauere Erörterung zu verdienen.

Ohne auf die durch mehrfache innere Reflexionen bedingten Vorgänge einzugehen, welche namentlich für das dreiseitige gleichwinklige und das gleichschenklig rechtwinklige Prisma bereits früher von Reusch[1]) discutirt worden sind, legen wir der gegenwärtigen Betrachtung ein Prisma von gleichschenkligem dreiseitigen Hauptschnitt ABC (Fig. 6 der Tafel I) zu Grund mit drei polirten ebenen Seitenflächen, unter der Annahme, daſs das durchgehende Licht *eine* innere Reflexion an der Basis AB erleide, während es durch die Flanken AC, BC ein- und austrete.

Die Gleichheit der Winkel bei A und B ist an die hier durchweg zu stellende Bedingung des Achromatismus der mittelst des Reflexionsprismas erhaltenen katadioptrischen Bilder geknüpft. Unter constructiver Elimination der durch AB bewirkten Reflexion überzeugt man sich hiervon sofort, wenn man dem Querschnitt ABC (Fig. 6) das symmetrische Dreieck ABC', wo der Winkel $ABC' = ABC$, anfügt und dem Wege $LFGHM$ des Lichtstrahls den einfacheren $LFH'M'$ substituirt. Bei dem Durchgang durch eine von den beiden Flächen AC, BC' begrenzte Platte wird die Farbenzerstreuung nur dann Null seyn, wenn deren Grenzflächen parallel sind, d. h. wenn ABC' auch $= BAC$. Dieser vicarirenden Parallelplatte, aus gleicher Substanz wie das Prisma bestehend, deren Dicke sich leicht aus den Dimensionen und Winkeln des Querschnittes ABC ergiebt, werden wir uns noch mehrfach mit Vortheil bedienen.

Eine andere gleichfalls an den Achromatismus geknüpfte Bedingung — in untergeordneteren Fällen der Anwendung drei- oder mehrseitiger Prismen weniger beachtet — ist die des Parallelismus der Kanten. Auch hier bringt die vicarirende Platte sofort zur Evidenz, daſs eine nicht genau

1) Pogg. Ann. XCIII. S. 115 (1854).

prismatische, sondern pyramidale Gestalt des Prismas trotz der Gleichheit der Winkel A und B eine Ablenkung des durchgehenden Strahls im Sinne der Höhendimension des Prismas und somit eine geringe Farbenzerstreuung zur Folge haben würde. Ein mit pyramidaler Abweichung behaftetes Prisma besitzt keinen ebenen Hauptschnitt, d. h. keinen seine drei Kanten A, B, C zugleich senkrecht schneidenden Querschnitt, und die Summe der drei Kantenwinkel bietet einen Ueberschufs über 180° dar, analog dem sphärischen Excefs eines Kugeldreiecks.

Für die nächsten Betrachtungen setzen wir beide Bedingungen — Gleichheit der beiden Winkel an der Basis und Parallelismus der Kanten — als erfüllt voraus. In der Ebene des Hauptschnittes ABC (Fig. 7), an welchem der Winkel $C = 2\alpha$, also $A = B = 90^0 - \alpha$, lassen wir vorerst homocentrisches paralleles Licht zur Seite AC eintreten. Es sei θ der Neigungswinkel der einfallenden Strahlen gegen die Basis AB, positiv wenn der Lichtstrahl $L'A$ in dem Winkelraum CAA', negativ wenn er innerhalb $A'AC'$ liegt, so dafs 2θ die durch das Prisma bewirkte katadioptrische Ablenkung darstellt. Dieselbe Ablenkung würde ein einfacher Planspiegel unter der Incidenz $90^0 - \theta$, sofern θ positiv ist, bewirken. Da wir nur Strahlen berücksichtigen, welche nach dem Eintritt ins Prisma zur Basis AB gelangen, um daselbst, sey es partiell oder total, reflectirt zu werden, so können unter Umständen die Flanken AB und BC nur innerhalb der Grenzen AD und BE nutzbar seyn und ein Theil DEC des Prismas als entbehrlich weggeschnitten werden[1]). Im gewöhnlichen Falle, wo der nutzbare Theil der Flanken bei A und B beginnt, wird dessen Grenze durch denjenigen Strahl LD bestimmt, welcher nach dem Eintritt bei D auf das Ende B der Basis gelangt. Die Grenze DE variirt aber offenbar mit θ, α und dem Brechungsverhältniss n des Prismas.

Wir ziehen DP und CR senkrecht zur Basis AB, sowie

1) Das Prisma könnte alsdann zwischen D und E sogar mit einspringendem Winkel bis zu T ausgeschnitten werden.

AQ senkrecht zu LD, und setzen $AB = a$, $DP = b$, $CR = c$, $AD = d$, $AQ = q$, wo dann a die Länge des Prismas, c seine volle Breite und, für einen gegebenen Richtungswinkel θ, b die effective oder Nettobreite, d die Flankenbreite und q die lineare Oeffnung oder Breite des durchgehenden parallelen Lichtbündels heissen mag. Als Höhe des Prismas betrachten wir seine Dimension in der Richtung der Kanten A und B, sofern es wie gewöhnlich noch durch zwei zum Hauptschnitt parallele unpolirte Flächen begrenzt ist.

Richten wir nun die Untersuchung zuvörderst auf den Spielraum, welcher an dem Prisma ABC (Fig. 8), stets unter Voraussetzung einmaliger innerer Reflexion an der Basis AB, dem Richtungswinkel θ offen steht. Durch die Eintrittsstelle D ziehen wir das Einfallsloth NN' und nennen e den Einfallswinkel LDN', r den Brechungswinkel BDN, γ den Neigungswinkel DBA des inneren Strahls gegen die Basis, dann hat man die einfachen Beziehungen

(1) $$\sin e = n . \sin r$$

(2) $$\theta = \alpha - e$$

(3) $$\gamma = \alpha - r$$

Für den senkrechten Eintritt, also für $e = 0$, wird $\theta = \alpha$. Für $\theta > \alpha$ wird e und somit r negativ und der einfallende Strahl fällt in den Winkelraum $N'DC$.

Dem Wachsthum von θ ist nun, je nach dem Werthe, von α und n eine zweifache Grenze gesetzt. Sofern nämlich der an der einen Flanke eintretende Strahl nach der Reflexion an der Basis zum Austritt an der andern Flanke gelangen soll, darf einerseits γ nicht über 90^0 wachsen und andrerseits kann r den Grenzwinkel ω $\left(= \sin^{-1}\frac{1}{n}\right)$ nicht überschreiten. Für Werthe von $\alpha < 90^0 - \omega$ findet also e seine Grenze bei -90^0, d. h. bei streifender Incidenz, und θ wächst bis zu $90^0 + \alpha$, γ bis zu $\alpha + \omega$. Je geringer der Ueberschufs von $90^0 - \omega$ über α, desto näher an C liegen die Ein- und Austritte des durchgehenden Lichts, desto beschränkter wird die Breite desselben. Der aus-

tretende Strahl kreuzt sich in der Nähe von C mit dem eintretenden, indem die gesammte katadioptrische Ablenkung 2θ den Werth $180^0 + 2\alpha$ annimmt. Für Werthe von $\alpha > 90^0 - \omega$ kann γ bis zu 90^0 wachsen, e aber kann nur einen Werth e'' erreichen, der aus r mittelst (1) abgeleitet wird, wenn $r = \alpha - 90^0$ gesetzt wird. Die totale Ablenkung ist hier $2(e'' + \alpha)$ und bewirkt, da $e'' + \alpha > 90^0$, ebenfalls eine Kreuzung zwischen austretenden und einfallenden Strahlen. Für $\alpha = 90^0 - \omega$ tritt Coincidenz des Grenzwerthes e'' mit der streifenden Incidenz ein oder es wird e und γ zugleich $= 90^0$. Einige berechnete Werthe für verschiedene Glassorten, auf letzteren Fall bezüglich, stellen wir hier zusammen, wo C den Prismenwinkel ACB $= 2\alpha$ bedeutet.

n	ω	C
1,5	41° 48′6	96° 23′
1,525	40 58,9	98 2
1,55	40 10,7	99 39
1,575	39 24,5	101 11
1,6	38 40,9	102 38
1,625	37 59,0	104 2
1,65	37 18,3	105 23
1,675	36 39,4	106 41

Diese durchweg stumpfwinkligen Prismen gestatten also noch streifende negative Incidenz und würden diese Eigenschaft auch bei weniger stumpfen, bei rechten und bei spitzen Winkeln behalten. Der Richtungswinkel θ hat dann immer den für alle Brechungsverhältnisse gleichen Grenzwerth $90^0 + \frac{1}{2}C$. Für gröſsere Winkel C aber nehmen e und θ im Grenzfall geringere Werthe e'' und θ'' an. Wir führen dies in einer Uebersicht numerischer Werthe θ'' der positiven Richtungswinkel für verschiedene Prismenwinkel und eine Reihe von verschiedenen Indexwerthen vor Augen.

Werthe von θ''

C	(1,5)	(1,525)	(1,55)	(1,575)	(1,6)	(1,625)	(1,65)	(1,675)
30°	105°	105°	105°	105°	105°	105°	105°	105°
40	110	110	110	110	110	110	110	110
50	115	115	115	115	115	115	115	115
60	120	120	120	120	120	120	120	120
70	125	125	125	125	125	125	135	125
80	130	130	130	130	130	130	130	130
90	135	135	135	135	135	135	135	135
100	124 37′	128 36′	134 59′	140	140	140	140	140
110	114 21	116 1	117 45	119 36′	121 36′	123 45′	126 9′	128 54′
120	108 35	109 41	110 48	111 57	113 8	114 21	115 35	116 53

Beachten wir noch ein Paar besondere Fälle. Die Ablenkung 2θ kann 180° betragen, wo alsdann, wie in Fig. 8 angedeutet, das einfallende und das austretende Licht zur Basis AB senkrecht, aber in entgegengesetzter Richtung verlaufen, wie bei einfacher Spiegelung unter senkrechter Incidenz. Den Werth 90° nimmt der Richtungswinkel θ an, wie aus (2) folgt, wenn $-e = 90^\circ - \alpha$ oder $-e = 90^\circ - \frac{1}{2}C$, welche Incidenz, da α stets $< 90^\circ$, immer negativ ist. Aus (1) finden wir $\sin r = \frac{1}{n} \cdot \cos\alpha$ und aus dem so erhaltenen Werth von $\gamma = \alpha - r$. Mehr noch ist der Fall von Interesse, wo der Strahl beide Flanken senkrecht durchdringt, wo also $e = 0$ und $\theta = \alpha$. Dieser Fall dürfte bei Anwendungen des Reflexionsprismas bei Weitem der frequenteste seyn, zumal bei Prismen vom Winkel $C = 90^\circ$ aus Crown- oder Flintglas von den verschiedensten Brechungsverhältnissen, zumeist behufs einer Ablenkung von 90°. Nicht unwichtig hierbei ist, sofern die oben erwähnte vicarirende Parallelplatte von dem durchgehenden Lichte nunmehr senkrecht durchdrungen wird, dafs bei Strahlenbündeln von merklichen Graden der Divergenz oder Convergenz die Homocentricität in diesem Falle fast ganz unbeeinträchtigt bleibt, was, streng genommen, bei schiefen Incidenzen nicht der Fall, ein Punkt, der später noch näher zu besprechen seyn wird.

Mit Werthen von θ unter α beginnen die positiven Incidenzen und nimmt θ bis zu Null ab, so wird $e = \alpha$

$= \frac{1}{2} C$. Dies Stadium würde beim einfachen Planspiegel als streifende Incidenz die Grenze seyn, bei dem Reflexionsprisma dagegen erlaubt θ, wie schon erwähnt, eine weitere Abnahme, einen Uebergang durch Null ins Negative.

Auch die negativen Richtungswinkel finden, wie die positiven, ihre Grenze durch eine zweifache Beschränkung. Insofern nämlich die positive Incidenz e bis zu 90^0 zuzunehmen gestattet, kann der negative Winkel θ den Grenzwerth $\alpha - 90^0$ erreichen. Insofern aber andererseits der innere Strahl von der Reflexion an der Basis nicht dispensirt werden darf, concurrirt die Bedingung, daſs jetzt γ nur bis zu Null herab abnehmen oder, wie aus (3) folgt, daſs r nicht $> \alpha$ werden darf. Nun kann auch hier r nicht gröſser als der Grenzwinkel ω werden, woraus folgt, daſs wenn $\alpha > \omega$, r seine Grenze bei ω, e bei 90^0, ϑ bei $\alpha - 90^0$ findet, daſs dagegen, wenn $\alpha < \omega$, die Grenze von r bei α, von e bei dem aus $\sin e^0 = n \,.\, \sin \alpha$ berechneten Werthe e^0 und die Grenze θ^0 von θ bei $\alpha - e^0$ liegt. Beispielsweise sey der Winkel C eines Flintglasprismas $= 80^0$, $n = 1{,}625$, dann ist, wie oben aufgeführt, $\omega = 37^0\,59'$. Da also $\alpha = 40^0 > \omega$, so ist die Grenze des Richtungswinkels $= -50^0$ bei streifender Incidenz. Wäre aber $C = 70^0$, so fände sich $e^0 = 68^0\,46'$ und $\theta^0 = -33^0\,45'$. Für die negative Seite des Richtungswinkels stellen wir wiederum die verschiedenen Prismenwinkeln und Brechungsverhältnissen entsprechenden Grenzwerthe θ^0 übersichtlich zusammen.

Werthe von $-\theta^0$

C	(1,5)	(1,525)	(1,55)	(1,575)	(1,6)	(1,625)	(1,65	(1,675)
30°	7° 51′	8° 15′	8° 39′	9° 3′	9° 28′	9° 52	10° 17	10° 41′
40	10 52	11 26	12 1	12 36	13 11	13 46	14 21	14 56
50	14 20	15 7	15 55	16 44	17 33	18 23	19 13	20 4
60	18 35	19 41	20 48	21 57	23 8	24 21	25 35	26 53
70	24 21	26 1	27 45	29 36	31 36	33 45	36 9	38 54
80	34 37	38 36	44 59	50	50	50	50	50
90	45	45	45	45	45	45	45	45
100	40	40	40	40	40	40	40	40
110	35	35	35	35	35	35	35	35
120	30	30	30	30	30	30	30	30

Zwischenwerthe finden sich leicht durch einfache Interpolation. Die Incidenz wird aufsen und innen zugleich streifend für $\alpha = \omega$. Die zugehörigen Prismenwinkel finden sich für die verschiedenen Indexwerthe durch Verdoppelung der oben unter ω aufgeführten Zahlen, z. B. für $n = 1{,}5$, $C = 83^{\circ}\,37'$, für $n = 1{,}6$, $C = 77^{\circ}\,22'$, und die Grenze θ^{0} liegt auch in solchem Falle bei $\frac{1}{2}C - 90^{\circ}$.

Der Unterschied beider bisher betrachteten Grenzen giebt nun den ganzen für den Richtungswinkel θ disponibelen Spielraum oder seine Amplitude, welche für verschiedene Werthe von C und n verschieden grofs ausfällt. In einer (hier der Kürze wegen unterlassenen) Zusammenstellung der Werthe von $\theta'' - \theta^{0}$, wie sie sich leicht durch Summirung der unter θ'' und $-\theta^{0}$ gegebenen Zahlen ausführen läfst, würden sich die Zahlen in jeder Columne um den Prismenwinkel von 90° symmetrisch vertheilt zeigen, derart, dafs, wenn β einen beliebigen Winkel zwischen 0 und 90° bedeutet, den beiden Werthen $C = 90^{\circ} \pm \beta$ derselbe Werth von $\theta'' - \theta^{0}$ zukommt. Unter Vervollständigung der Columnen nach beiden Seiten bis zu den Prismenwinkeln 0° und 180° würden die Zahlen durchweg mit 90° beginnen und schliefsen, von beiden Enden gegen die Mitte allmälig wachsen, anfangs mit geringerer, weiterhin mit gröfserer Beschleunigung, um an zwei von der Mitte gleichweit entfernten Punkten auf 180° zu steigen, diesen Werth aber in dem ganzen dazwischen liegenden Intervall beizubehalten, so dafs also im Allgemeinen die Veränderungen der Gröfse $\theta'' - \theta^{0}$ discontinuirlich sind. Das constante Intervall erstreckt sich um $2\omega - 90^{\circ}$ unter und über die Mitte und ist weiter für höhere Indices, enger für niedrigere. Es reicht z. B. für $n = 1{,}675$ von $C = 73^{\circ}$ bis 107°, für 1,5 von 84° bis 96°. Es verschwindet bei dem Brechungsverhältnifs 1,4142, wo $\omega = 45^{\circ}$, so dafs lediglich für den Prismenwinkel 90° die Amplitude noch 180° erreicht. Für Indices unter $\sqrt{2}$ bleibt auch die gröfste immer noch zu $C = 90^{\circ}$ gehörende Amplitude unter 180° zurück.

Das rechtwinklige Reflexionsprisma erweist sich also gegenüber anderen Formen in der in Rede stehenden Beziehung als das bevorzugte, nur daſs bei Prismen aus Glas oder stärker brechenden Substanzen auch benachbarte Formen in einer mit dem Brechungsindex zunehmenden Breite an dem Vorzuge Theil nehmen.

Die Grenzen θ^0 und θ'' bezogen sich auf innere Reflexion schlechthin. Es bleibt also noch die, durch θ' zu bezeichnende, im Allgemeinen zwischen θ^0 und θ'' liegende Grenze des Richtungswinkels zu ermitteln, bei welcher der Uebergang zwischen partieller und totaler Reflexion Statt hat. Die Bedingung totaler Reflexion ist, daſs $\gamma < 90^0 - \omega$. Die obigen Ausdrücke (1), (2), (3) zeigen, daſs γ mit θ zugleich zu- und abnimmt. Die Totalreflexion, sofern sie vorhanden, wird also mit θ^0 beginnen und bis θ' reichen, so daſs zwischen θ' und θ'' nur partielle Reflexion stattfindet. Setzen wir also für die Grenze θ' die Bedingung $\gamma = 90^0 - \omega$, so wird $r = \alpha + \omega - 90^0$. Dieser Werth von r heiſse r' und der aus $\sin e = n . \sin r'$ berechnete Werth des Incidenzwinkels e', dann ist $\theta' = \alpha - e'$. Auch hier macht sich eine zweite Beschränkung geltend, welche freilich in Fällen der Anwendung fast ohne Belang ist. Bei Werthen von $\alpha > 90^0 - \omega$ wird r und e' stets negativ, also $-r' = 90^0 - \alpha - \omega$. Nun kann r, sey es positiv oder negativ, den Werth ω nicht übersteigen, woraus folgt, daſs wenn $\alpha < 90^0 - 2\omega$ wird, e' den Grenzwerth -90^0 annimmt, so daſs bei streifender negativer Incidenz $\theta' = \alpha + 90^0$ wird. Bei den in unseren Uebersichten der Berechnung unterworfenen Prismen ist dies nur der Fall für den Prismenwinkel $C = 30^0$ bei den höheren Flintglas-Indices 1,65 und 1,675. Es würde der Fall seyn bei dem Prismenwinkel 20^0 für den Index 1,575 und höhere, mit $\theta' = 100^0$, und bei dem Prismenwinkel 10^0 für alle Indices gröſser als 1,48, mit $\theta' = 95^0$. Wir lassen auch hier die berechneten Werthe von θ' (sämmtlich positiv) für die früher gewählten Prismenwinkel C und Indices n übersichtlich folgen.

Werthe von θ'

C	(1,5)	(1,525)	(1,55)	(1,575)	(1,6)	(1,625)	(1,65)	(1,675)
30°	70° 11′	73° 28′	77° 15′	81° 33′	86° 22′	93° 3′	105°	105°
40	65 6	67 42	70 25	73 16	76 16	79 29	83 2′	87 3′
50	61 12	63 22	65 35	67 51	70 11	72 35	75 5	77 41
60	57 55	59 48	61 42	63 37	65 34	67 33	69 33	71 36
70	55 0	56 40	58 21	60 2	61 43	63 25	66 7	66 49
80	52 20	53 49	55 19	56 48	58 18	59 47	61 16	62 45
90	49 47	51 8	52 29	53 49	55 8	56 27	57 46	59 5
100	47 16	48 30	49 43	50 55	52 6	53 17	54 27	55 37
110	44 45	45 51	46 57	48 2	49 6	50 9	51 12	52 14
120	42 7	43 7	44 6	45 4	46 1	46 58	47 54	48 49

Indem also θ^0 die untere, θ' die obere Grenze der Amplitude des Richtungswinkels darstellt für innere Totalreflexion, stellt $\theta' - \theta^0$ den Betrag dieser Amplitude dar. Legen wir also die unter den Uebersichten $- \theta^0$ und θ' gegebenen Zahlen zusammen, so finden sich für die verschiedenen Formen und Substanzen des Reflexionsprismas die verschiedenen Beträge des Spielraums, welcher dem Richtungswinkel des durchgehenden total reflectirten Lichts gestattet ist, wie folgt.

Umfang $\theta' - \theta^0$

C	(1,5)	(1,525)	(1,55)	(1,575)	(1,6)	(1,625)	(1,65)	(1,675)
30°	78° 2′	81° 43′	85° 54′	90° 36′	95° 50′	102° 55′	115° 17′	115° 41′
40	75 58	79 8	82 26	85 52	89 27	93 15	97 23	101 59
50	75 32	78 29	81 30	84 35	87 44	90 58	94 18	97 45
60	76 30	79 29	82 30	85 34	88 42	91 54	95 8	98 29
70	79 31	82 41	86 6	89 38	93 19	97 10	101 16	105 43
80	86 57	92 25	100 18	106 48	108 18	109 47	111 16	112 45
90	94 47	96 8	97 29	98 49	100 8	101 27	102 46	104 5
100	87 16	88 30	89 43	90 55	92 6	93 17	94 27	95 37
110	79 45	80 51	81 57	83 2	84 6	85 9	86 12	87 14
120	72 7	73 7	74 6	75 4	76 1	76 58	77 54	78 49

Im Allgemeinen beträgt dieser Umfang für Reflexionsprismen aus Glas zwischen $\frac{4}{5}$ und $\frac{9}{7}$ eines rechten Winkels. Er erweitert sich stetig mit wachsendem Index langsamer bei flachen Prismen (mit stumpfem Winkel C), schneller bei steileren Prismen. Stetige Zunahme des Prismen-

winkels hat abwechselnde Verengerungen und Erweiterungen zur Folge mit einem partiellen Minimum in der Nähe von 50°, einem partiellen Maximum in der Nähe von 80° Prismenwinkel, letzteres liegt bei niederen Indexwerthen näher bei 90, bei höheren näher bei 70°. Weitere Details in dieser Richtung würden nur von rein geometrischem Interesse sein.

Für die partielle Reflexion bedeutet θ' die untere, θ'' die obere Grenze, und ihr Umfang findet sich also in der Differenz. $\theta'' - \theta'$. Eine umständliche Erörterung auch dieses Gebiets, welches in der Regel aufserhalb der Hauptfunction des Reflexionsprismas gelegen ist, darf füglich unterbleiben. Wir bemerken nur, dafs der Umfang $\theta'' - \theta'$ im Allgemeinen bei flachen Prismen und niedrigem Index gröfser, bei steilen Prismen und höherem Index geringer ausfällt, und im letzteren Fall durch Coincidenz von θ' mit θ'' ganz verschwinden kann, z. B. für $C = 30°$, $n = 1{,}65$ oder $= 1{,}675$, so dafs hier die einmalige innere Reflexion an der Basis durchweg eine totale ist.

Manche bei practischen Vorkommnissen auftauchende Fragen lassen sich leicht an der Hand unserer tabellarisch mitgetheilten Grenzwerthe θ'' und θ' für Glasprismen, wie sie in der Regel zur Anwendung kommen, erledigen. So giebt z. B. $\frac{1}{2}(\theta^0 + \theta')$ den Richtungswinkel θ für die Mitte des Gebietes der Totalreflexion, wofür wir nachstehende abgekürzte Uebersicht geben mit Beifügung des zugehörigen Incidenzwinkels $e = \alpha - \theta$, welcher sich theils negativ (bei steileren Prismen), theils positiv (bei flacheren) herausstellt, während θ durchweg positiv bleibt:

C	(1,5)		(1,55)		(1,6)		(1,65)	
	θ	e	θ	e	θ	e	θ	e
	°	°	°	°	°	°	°	°
30°	31,2	− 16,2	33,8	− 18,8	38,4	− 23,4	47,9	− 32,9
60	19,6	+ 10,4	20,5	+ 9,5	21,2	+ 8,8	22,0	+ 8,0
80	8,9	+ 31,1	5,7	+ 34,3	4,1	+ 35,9	5,6	+ 34,4
90	2,4	+ 42,6	3,7	+ 41,3	5,1	+ 39,9	6,4	+ 38,6
100	3,6	+ 46,4	4,9	+ 45,1	6,0	+ 44,0	7,2	+ 42,8
120	5,6	+ 54,4	7,5	+ 52,5	8,0	+ 52,0	9,0	+ 51,0

Oder, wie weit liegt der für senkrechten Durchgang durch die Flanken ($e = 0$) gültige Richtungswinkel $\theta = \alpha$ von der einen oder anderen Grenze der totalen Reflexion? Die Antwort darauf findet sich in den aus jenen Uebersichten für gegebene Werthe von C und n leicht zu ermittelnden Gröfsen, $\alpha - \theta^0$, $\theta' - \alpha$. Die erstere ist, da θ^0 durchweg negativ, stets positiv. Das positive Vorzeichen der zweiten aber bekundet die Möglichkeit, das negative die Unmöglichkeit der Anwendung des gegebenen Prismas unter senkrechter Emergenz. Z. B. ein starkbrechendes Crownglas-Prisma (1,55) vom Winkel von 100° gestattet keinen senkrechten Durchgang, während ein solcher möglich ist, wenn das Prisma bei gleicher Form aus schwachem Flint (1,575) besteht. Bei rechtwinkligen Reflexionsprismen liegt die Grenze θ' zumal bei Crownglas nur wenige Grade von α entfernt, welche Grenze an dem bekannten blauen Bogen sichtbar wird, den schon Newton besprochen hat, und welcher das dunklere Feld der Partialreflexion umsäumt, vorausgesetzt, dafs das dieses Feld erfüllende, einfach durchgehende und zweimal gebrochene Licht wesentlich geringere Intensität habe, als das total reflectirte. Man darf es als einen glücklichen Zufall betrachten, dafs für den Zweck einer Ablenkung von 90° unter senkrechter Emergenz das rechtwinklige Glasprisma selbst bei niederem Index noch keinen Conflict mit dem blauen Bogen veranlafst, so lange, wie in den gebrochenen Fernröhren der Ertel'schen sog. Universalinstrumente, die Randstrahlen bei grofsem Gesichtsfeld 4 Grad Neigung gegen die Axe nicht übersteigen. Anders verhält sich die Sache bei Ocularen, wo diese Neigung beträchtlich gröfser ist. Hier reichen selbst starke Flintglasprismen, wie unter obigen Werthen von θ' unter $n = 1,675$ für $C = 90°$ die Ziffer 59° 5' zeigt, nur so lange aus, als die halbe Winkelgröfse des Ocularfeldes 14° nicht übersteigt[1]). Man würde, will

1) An dem Prismenocular eines Fraunhofer'schen 4füfsigen Refractors erinnere ich mich bei näherer Untersuchung die Basisfläche des kleinen rechtwinkligen Prismas mit Spiegelfolie belegt gefunden zu haben.

man keine andere Form, Incidenz oder Ablenkung des Prismas zulassen, unter Verzichtleistung auf die Totalreflexion die Basisfläche mit Silber belegen, um die Grenze θ' zu beseitigen, wobei natürlich ein beliebig niedriger Indexwerth, also Crownglas zulässig wäre. Die Einbuſse an Lichtintensität durch den in das Silberbeleg transmittirten und absorbirten Theil gegenüber der totalen Reflexion dürfte in solchen Fällen fast ganz ohne Belang seyn.

Nach diesen Erörterungen über den Richtungswinkel und dessen disponibelen Veränderungen innerhalb des Gebiets der Totalreflexion wenden wir uns jetzt zur Discussion über die Zusammenhänge der linearen Gröſsen a, b, c, d, q mit dem Index n, dem Prismenwinkel C und dem Richtungswinkel θ.

Wir haben bereits oben unter Voraussetzung des Falles, daſs $\gamma < 90^0 - \alpha$ sey, in Fig. 7 AB durch a, DP durch b, CR durch c, AD durch d, AQ durch q bezeichnet. Ein Theil DC, EC der Flanken AC, BC wird in diesem Falle dem Lichte, welches durch das Prisma gehend nutzbar werden soll, unzugänglich, und der wirksame Theil der Flanken beginnt meist an der Basis bei A und B und reicht bis zu einem mit dem Richtungswinkel variabeln Grenzpunkt D oder E, der im Grenzfalle $\gamma = 90^0 - \alpha$ bis nach C rücken kann, wo alsdann die volle Flanke nutzbar wird. Sobald aber $\gamma > 90^0 - \alpha$, d. h. sobald r algebraisch kleiner wird als $2\alpha - 90^0$, so tritt eine untere Beschränkung der Flanke ein derart, daſs, wie in Fig. 9, der an der Flanke AC bei C eintretende Strahl im Prisma den Weg CSK einschlägt und bei K die mit dem Richtungswinkel variabele untere Grenze des wirksamen Theils CK der Flanke bestimmt. Der Brechungswinkel r unterliegt aber jedenfalls der Bedingung, daſs er nicht über ω

Der berühmte Künstler, sicherlich nicht unbekannt mit der Totalreflexion an unbelegten Glasflächen, hat offenbar dadurch nur den blauen Bogen beseitigen wollen, der sonst weit in das über 40 Grad groſse Ocularfeld hineingeragt hätte.

wachsen kann. Es werden also Prismen, deren Winkel $C < 90^0 - \omega$ von diesem Vorkommen einer unteren Flankenbeschränkung ganz eximirt seyn. Diese steilen Prismen dürfen also nicht gröſsere als folgende Winkel bei verschiedenen Indexwerthen besitzen:

n	C
1,5	48° 11′
1,525	49 1
1,55	49 49
1,575	50 35
1,6	51 19
1,625	52 1
1,65	52 42
1,675	53 21

und in Prismen mit gröſseren Winkeln wird das Vorkommen der unteren Flankenbeschränkung eventuell noch durch die Grenze der Totalreflexion eludirt, worüber unsere oben gegebenen Uebersichten in gegebenen Fällen bequeme Auskunft ertheilen.

Wenden wir uns wieder zu dem ersteren der beiden unterschiedenen Fälle, nämlich $\gamma < 90^0 - \alpha$ oder r algebraisch $> 2\alpha - 90^0$, in welchem der effective Theil der Flanke bis zur Basiskante reicht und welcher für die Anwendung der wichtigere ist. In Fig. 7 ziehen wir BF senkrecht zu AC. Dann ist $AF = a . \sin\alpha$, $BF = a . \cos\alpha$, $DF = BF . \tan r$ und $AF - DF = AD = d = a(\sin\alpha - \cos\alpha \tan r) = a . \sec r . \sin(\alpha - r)$ und da auch $2c = a \cot\alpha$, so erhalten wir folgende Beziehungen:

$$(4) \qquad d = a\frac{\sin(\alpha - r)}{\cos r}$$

$$(5) \qquad q = a\frac{\sin(\alpha - r)}{\cos r}\cos e$$

$$(6) \qquad b = a\frac{\sin(\alpha - r)}{\cos r}\cos\alpha$$

$$(7) \qquad \frac{b}{c} = 2\frac{\sin(\alpha - r)}{\cos r}\sin\alpha$$

von welchen (4) die lichte Breite der Flanke für solche Richtungswinkel bestimmt, bei welchen r nicht kleiner als

$2\alpha - 90^0$, (5) die zugehörige lineare Oeffnung, (6) die gleichzeitige Nettobreite des Prismas und (7) das Verhältnifs dieser Nettobreite zur vollen Breite CR.

Im Falle senkrechter Incidenz (bei recht- und spitzwinkligen Prismen), wo $e = 0$, $r = 0$, $\theta = \alpha$, wird

$$d = q = a \,.\, \sin \alpha$$
$$b = a \,.\, \sin \alpha \cos \alpha$$
$$\frac{b}{c} = 2 \sin \alpha^2$$

und im Falle directen (unabgelenkten) Durchganges, wo $\theta = 0$, $e = \alpha$, $\sin r = \frac{1}{n} \sin \alpha$:

$$d = a \sin \alpha \left(1 - \frac{1}{n} \,.\, \frac{\cos \alpha}{\cos r}\right)$$
$$b = q = a \sin \alpha \cos \alpha \left(1 - \frac{1}{n} \,.\, \frac{\cos \alpha}{\cos r}\right)$$
$$\frac{b}{c} = 2 \sin \alpha^2 \left(1 - \frac{1}{n} \,.\, \frac{\cos \alpha}{\cos r}\right)$$

Diese Ausdrücke zeigen, wie der Fall $e = 0$ auf den $e = \alpha$ durch Hinzufügung des Factors $\left(1 - \frac{1}{n} \,.\, \frac{\cos \alpha}{\cos r}\right)$ übergeführt wird, obwohl man sich bei dem numerischen Calcul der logarithmischen Bequemlichkeit wegen im letzteren Falle an die generellen Vorschriften (4) . . . (7) halten wird.

Den andern der beiden vorhin unterschiedenen Fälle betreffend, wo nämlich $\gamma > 90^0 - \alpha$ oder r algebraisch kleiner als $2\alpha - 90^0$ ist, so substituiren wir in Fig. 9 nach Anfügung des zum Querschnitt ABC des Prismas symmetrischen Dreiecks ABC' an der Aufsenseite der Basis AB, dem inneren Strahl CSK unter Elimination der innern Reflexion den die vicarirende Parallelplatte $ACBC'$ geradlinig durchsetzenden Strahl CK'. Die nunmehr um BK verkürzte effective Flanke $CK = C'K'$ findet sich aus dem Dreieck $CC'K'$, worin der Winkel $CC'K' = \alpha$, $CK'C' = 90^0 - r$, also $C'CK' = 90 + r - \alpha$ und $CC' = 2c = a \cot \alpha$, mithin $C'K' : C'C = \sin (90^0 + r - \alpha) : \sin (90^0 - r) = \cos (\alpha - r) : \cos r$ oder, indem wir

auch hier die entsprechenden Gröfsen mit $d\,(=CK)$, q, b bezeichnen:

$$(8) \qquad d = a\,\frac{\cos(\alpha - r)}{\cos r}\cot\alpha$$

$$(9) \qquad q = a\,\frac{\cos(\alpha - r)}{\cos r}\cot\alpha\cos e$$

$$(10) \qquad b = a\,\frac{\cos(\alpha - r)}{\cos r}\cot\alpha\cos\alpha$$

$$(11) \qquad \frac{b}{c} = 2\,\frac{\cos(\alpha - r)}{\cos r}\cos\alpha$$

Für senkrechte Incidenz (bei recht- und stumpfwinkligen Prismen), wo $e = 0$, $r = 0$, $\theta = \alpha$, wird jetzt

$$d = q = a\,\frac{\cos\alpha^2}{\sin\alpha}$$

$$b = a\,\frac{\cos\alpha^2}{\sin\alpha}$$

$$\frac{b}{c} = 2\cos\alpha^2$$

welche Ausdrücke eben sowohl als die entsprechenden des vorigen beider Hauptfälle für das die gemeinsame Grenze bezeichnende rechtwinklige Prisma ($\alpha = 45^0$) ergeben $d = q = a\sqrt{\tfrac{1}{2}}$, $b = \frac{a}{2}$ und $\frac{b}{c} = 1$.

Es tritt auch hier zwischen den beiden unterschiedenen Fällen die Erscheinung eines discontinuirlichen Ueberganges ein, der darauf beruht, dafs eine Gesammtheit paralleler in der Ebene des Prisma-Querschnitts durchgehender Strahlen bei allmälig wachsendem Richtungswinkel θ ihre Abgrenzung in der Breite eine Zeitlang nur durch die Basiskanten A, B und alsdann, sobald θ den Werth überschreitet, bei welchem $r = 2\alpha - 90^0$ wird, plötzlich durch die dritte Kante C allein erleidet. Beide Stadien kennzeichnen wir so, dafs

$$\text{im ersten } \frac{d}{a} = \frac{\sin(\alpha - r)}{\cos r}$$

$$\text{im zweiten } \frac{d}{a} = \frac{\cos(\alpha - r)}{\cos r}\cot\alpha$$

ist, was sich auch so schreiben läfst:

im ersten Stadium, so lange $r > C - 90^0$

$$d = a\,(\tan\alpha - \tan r)\cos\alpha$$
$$q = a\,(\tan\alpha - \tan r)\cos\alpha\cos e$$
$$b = a\,(\tan\alpha - \tan r)\cos\alpha^2$$
$$\frac{b}{c} = 2\,(\tan\alpha - \tan r)\cos\alpha\sin\alpha$$

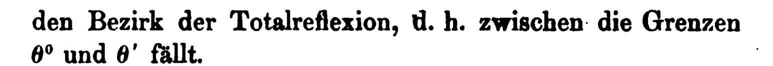
im zweiten Stadium, wenn $r < C - 90^0$

$$d = a\,(\cot\alpha + \tan r)\cos\alpha$$
$$q = a\,(\cot\alpha + \tan r)\cos\alpha\cos e$$
$$b = a\,(\cot\alpha + \tan r)\cos\alpha^2$$
$$\frac{b}{c} = 2\,(\cot\alpha + \tan r)\cos\alpha\sin\alpha$$

und beide Gruppen von Ausdrücken werden in der That identisch für den Uebergangsmoment, wo $r = 2\alpha - 90^0$.

Bei numerischer Berechnung gegebener Fälle, hat man also vorab den für diesen Uebergangsmoment gültigen Werth von θ, den man den *diakritischen* Richtungswinkel nennen kann, zu bestimmen, und alsdann für Fälle, wo θ unter diesem Grenzwerth bleibt, die erste Gruppe, in gegentheiligen Fällen, die zweite Gruppe von Vorschriften — der bequemeren logarithmischen Rechnung wegen in den Ausdrucksweisen von (4) . . . (7) und von (8) . . . (11) — anzuwenden[1]). Wir geben den diakritischen Winkel berechnet für verschiedene Prismenwinkel, so weit er in

1) Die numerische Handhabung wird am bequemsten, wenn man so verfährt: zuerst sucht man, wofern die gegenwärtige Tabelle berechneter Werthe dies nicht überflüssig macht, den diakritischen Winkel, nämlich man sucht den Werth $\theta = \alpha + e$, wo $\sin e = n\cos C$, findet darauf durch Vergleichung mit θ', ob derselbe ins Gebiet der Totalreflexion fällt, d. h. ob er in Betracht kommt oder nicht. Sodann berechnet man d für das erste Stadium aus $d = a\,\dfrac{\sin(\alpha - r)}{\cos r}$ sowie eventuell für das zweite aus $d = a\,\dfrac{\cos(\alpha - r)}{\cos r}\cot\alpha$, und endlich mittelst dieses Werthes von d gleichförmig in jedem beider Stadien $q = d\cos e$, $b = d\cos\alpha$, $\dfrac{b}{c} = \dfrac{2d\sin\alpha}{a}$.



den Bezirk der Totalreflexion, d. h. zwischen die Grenzen θ^0 und θ' fällt.

Diakritischer Werth von θ

C	(1,5)	(1,525)	(1,55)	(1,575)	(1,6)	(1,625)	(1,65)	(1,675)
70°	—	—	—	—	—	—	—	—
75	—	—	—	—	—	—	62° 46'8	63° 11'5
80	—	—	—	55° 52'3	56° 7'9	56° 23'4	56 39,0	56 54,6
85	50° 0'7	50° 8'2	50° 15'8	50 23,4	50 30,9	50 38,5	50 46,1	50 53,6
90	45 0,0	45 0,0	45 0,0	45 0,0	45 0,0	45 0,0	45 0,0	45 0,0
95	39 59,3	39 51,8	39 44,2	39 36,6	39 29,1	39 21,5	39 13,9	39 6,4
100	34 54,1	34 38,6	34 23,8	34 7,7	33 52,1	33 36,6	33 21,0	53 5,4
105	29 39,3	29 15,2	28 50,9	28 26,6	28 2,2	27 37,7	27 13,2	26 48,5
110	24 9,1	23 33,7	22 59,1	22 24,4	21 49,4	21 14,1	20 38,6	20 3,0
115	18 9,6	17 22,3	16 34,6	15 46,2	14 57,2	14 7,6	13 17,3	12 56,2
120	11 24,4	10 19,0	9 11,7	8 2,9	6 52,2	5 39,5	4 24,7	3 7,4

Bei rechtwinkligen Prismen fällt dieser Werth für alle Indices genau auf 45°, wobei zugleich senkrechter Durchgang $e = r = 0$. Bei steileren Prismen liegt er höher und zwar desto mehr, je stärker der Brechungsindex, erreicht aber mit spitzer werdendem Winkel C alsbald die Grenze θ', so daſs Glasprismen von spitzerem Winkel als 75° nicht mehr von der Diakrise tangirt werden. Bei stumpfwinkligen oder flachen Prismen geht der diakritische Winkel unter 45° herab, desto mehr, je gröſser C und n werden. Für sehr flache Prismen, wie sie freilich bis jetzt kaum zur Anwendung gekommen, z. B. für $C = 120°$ nähert sich der diakritische Werth von θ der Mitte der Amplitude des Richtungswinkels für das Gebiet der Totalreflexion, so daſs erst dann jene beiden Stadien ein nahezu gleichgroſses Terrain gewinnen, während in den meisten übrigen Fällen von minder flachen und von spitzwinkligen Prismen das erste Stadium hinsichtlich seiner Ausdehnung überwiegt, um bei beträchtlich steilen Gestalten den ganzen Umfang $\theta' = \theta^0$ in Anspruch zu nehmen. Schon bei rechtwinkligen Prismen umfaſst das zweite Stadium nur $4\frac{3}{4}$ bis 14 Grad, je nach dem Index, während das erste sich auf 90° erstreckt.

In Bezug auf die Nettobreite *b* ist oben bemerkt worden, daſs wenn $\frac{b}{c} < 1$ der Theil *DEC* (Fig. 7) des Prismas als entbehrlich wegfallen kann, wie auch zur Raumersparniſs in der Construction des Apparats, welchem das Prisma einverleibt werden soll, so wie zur Oeconomisirung des Materials, aus dem es verfertigt wird, in der That vielfach geschieht. Die Bemerkung bezog sich stillschweigend auf den vorwiegend frequenteren Fall des ersten jener beiden Stadien. Jetzt muſs hinzugefügt werden, daſs $\frac{b}{c} < 1$ auch innerhalb des zweiten Stadiums vorkommt, daſs dann aber das Prisma nicht etwa an der Basisseite der ganzen Länge nach verschmälert, d. h. mit einer verringerten Breite *c* versehen werden, sondern nur an den Basiskanten bei *A* und *B* (Fig. 9) etwa bis *KS* oder *KT* beschnitten werden dürfte. Es hat also *b* in diesem Falle nur die Bedeutung der auf die Breite *CR* des Prismas projicirten lichten Breite der Flanke.

Statt ausgedehnterer Mittheilung berechneter Werthe der Lineargröſsen *d*, *q*, *b* für Prismen aus Glas von den bisher aufgeführten acht Brechungsverhältnissen und für zehn verschiedene Prismenwinkel 30, 40, u. s. w. bis 120 Grad unter verschiedenen Richtungswinkeln, welche begreiflich einen beträchtlichen Raum in Anspruch nehmen würde, mögen hier nur für die Beispiele des gleichseitigen und des rechtwinkligen Prismas sowohl aus Crown mit 1,525 als aus Flint mit 1,625 einige numerische Werthe aufgeführt werden, wobei wir die Länge der Basis durchweg $= 100$ setzen.

1. *Gleichseitiges* Reflexionsprisma aus *Crownglas* (1,525). Wir haben $\alpha = 30^0$, $a = 100$, $c = 86{,}60$, Spielraum des Richtungswinkels von -19^0 bis $+59^0$, ohne diakritischen Winkel. Es ergiebt sich alsdann, mit Hinzufügung von *e*, *r* und γ oder $\alpha - r$:

θ	ε	r	α—r	d	q	b	b:c
— 10°	+ 40	24° 56′	5° 4′	9,74	7,46	8,44	0,097
0	+ 30	19 8	10 52	19,95	17,27	17,27	0,200
+ 10	+ 20	12 58	17 2	30,07	28,26	26,04	0,301
+ 20	+ 10	6 33	23 27	40,07	39,46	34,70	0,401
+ 30	0	0	30 0	50,00	50,00	43,30	0,500
+ 40	— 10	— 6 33	36 33	59,93	59,02	51,90	0,599
+ 50	— 20	— 12 58	42 58	69,93	65,72	60,56	0,699
+ 55	— 25	— 16 5	46 5	74,98	67,95	64,93	0,750

2. *Gleichseitiges* Reflexionsprisma aus *Flintglas* (1,625). Es ist $\alpha = 30°$, $a = 100$, $c = 86,60$, Spielraum von θ zwischen — 24° und 67°, ohne diakritischen Winkel.

θ	ε	r	α—r	d	q	b	b:c
— 10°	+ 40°	23° 18′	6° 42′	12,70	9,73	11,00	0,127
0	+ 30	17 55	12 5	22,00	19,05	19,05	0,220
+ 10	+ 20	12 9	17 51	31,36	29,46	27,15	0,314
+ 20	+ 10	6 8	23 52	40,69	40,08	35,24	0,407
+ 30	0	0	30 0	50,00	50,00	43,30	0,500
+ 40	— 10	— 6 8	36 8	59,31	58,41	51,36	0,593
+ 50	— 20	— 12 9	42 9	68,65	64,51	59,45	0,686
+ 60	— 30	— 17 55	47 55	78,00	67,55	67,55	0,780
+ 65	— 35	— 20 40	50 40	82,67	67,72	71,60	0'827

3. *Rechtwinkliges* Reflexionsprisma aus *Crownglas* (1,525). Hier ist $\alpha = 45°$, $a = 100$, $c = 50$, Spielraum des Richtungswinkels zwischen — 45° und + 51°, diakritischer Werth desselben = 45°.

θ	ε	r	α—r	d	q	b	b:c
— 20°	+ 65°	36° 28′	8° 32′	18,46	7,80	13,04	0,261
— 10	+ 55	32 29	12 31	25,68	14,73	18,16	0,363
0	+ 45	27 38	17 22	33,71	23,83	23,83	0,477
+ 10	+ 35	22 6	22 54	42,01	34,41	29,70	0,594
+ 20	+ 25	16 5	28 55	50,32	45,60	35,58	0,712
+ 30	+ 15	9 46	35 14	58,53	56,02	41,39	0,827
+ 40	+ 5	3 17	41 43	66,66	66,41	47,14	0,943
+ 45	0	0	45 0	70,71	70,71	50,00	1,000
+ 50	— 5	— 3 17	48 17	66,66	66,41	47,14	0,943

4. *Rechtwinkliges* Reflexionsprisma aus *Flintglas* (1,625). Es ist $\alpha = 45°$, $a = 100$, $c = 50$, Spielraum von

θ zwischen -45° und $+56^\circ$ und dessen diakritischer Werth $+45^\circ$.

θ	e	r	$a-r$	d	q	b	$b:c$
-20°	$+65^\circ$	33° 54′	11° 6′	23,20	9,80	16,40	0,328
-10	$+55$	30 16	14 44	29,44	16,88	20,82	0,416
0	$+45$	25 48	29 12	36,54	25,84	25,84	0,517
$+10$	$+35$	20 40	24 20	44,04	36,07	31,14	0,623
$+20$	$+25$	15 5	29 55	51,67	46,82	36,53	0,731
$+30$	$+15$	9 10	35 50	59,30	57,28	41,93	0,839
$+35$	$+10$	6 8	38 52	63,11	62,15	44,63	0,893
$+40$	$+5$	3 5	41 55	66,91	66,66	47,31	0,946
$+45$	0	0	45 0	70,71	70,71	50,00	1,000
$+50$	-5	-3 5	48 5	66,91	66,66	47,31	0,946
$+55$	-10	-6 8	51 8	63,11	62,15	44,63	0,893

Dem rechtwinkligen Prisma pflegt man unter Anwendung senkrechten Durchganges, wo die volle Flanke oder Kathetenfläche in Wirksamkeit gesetzt wird, die Höhe $h = d$ zu geben, d. h. der Kathetenfläche quadratische Form zu ertheilen, wodurch zugleich $h = q$, d. h. dem durchgehenden Lichtbündel ein quadratischer Querschnitt erwächst. Ueberhaupt wird man h, wenn nicht andere Rücksichten mitsprechen, nach q bemessen und diese Höhe wenigstens so groſs machen, als der gröſste bei der Anwendung des Prismas vorkommende Werth von q. Durch b und a nebst C sind Figur und Dimensionen des Hauptschnittes bestimmt. Die hier mit aufgeführten Winkel e und r aber kommen in Betracht, falls über den vermöge des Durchgangs durch die Seitenflächen des Prismas eintretenden Lichtverlust Rechenschaft gefordert wird. Ohne auf letztere Frage, welche sich zugleich mit dem Polarisationszustande des durchgehenden Lichts zu beschäftigen hätte und welche einer besonderen Untersuchung vorbehalten bleiben muſs, bei gegenwärtiger rein geometrisch-optischen Discussion einzugehen, bemerken wir nur beiläufig, daſs der Lichtverlust bei Glasprismen im günstigsten Falle, d. h. für senkrechte Emergenz je nach dem Brechungsindex 8 bis 12 Procent beträgt.

Auf die genaue Herstellung vorgeschriebener Dimensionen des Reflexionsprismas kommt es in der Praxis bei Weitem weniger an als auf die Erfüllung der oben gestellten Bedingungen hinsichtlich der Winkel zwischen seinen drei Flächen, und so dürfte in concreten Fällen eine bequeme Linear-Construction behufs Bestimmung der Gröfsen d, q, b für gegebene Werthe von a, C, n und θ eine hinreichende Auskunft gewähren.

In Fig. 10 seyen zwei Halbkreise über einer geraden Linie mit Radien, deren Verhältnifs $BG : BH = 1 : n$, beschrieben. Auf diesen Kreisen zählen wir die die Winkel e und r messenden Bogen von dem auf $H^0 H'$ senkrechten Radius BH an, e auf GG^0, r auf HH^0. Zu jedem beider Bogen findet man den ihm zugehörigen anderen durch seine Projection parallel BH auf den andern Kreis, so dafs wenn z. B. $e = GV$, der ihm zugehörige Bogen $r = HW$ ist, wenn VW parallel zu BH, indem in der That die diesen Bogen zugehörigen Radien BV und BW sich umgekehrt wie die Sinus der Winkel, welche diesen Radien mit dem als Einfallsloth betrachteten Radius BH bilden, d. h. wie $n : 1$ verhalten, im Einklang mit dem Snellius-schen Gesetz.

Soll nun für ein Reflexionsprisma vom Winkel C, Index n, Basis a unter gegebenem Richtungswinkel θ die lichte Flanke d, die lineare Oeffnung q und die Nettobreite b ermittelt werden, so trage man — wir gebrauchen Bogen und Winkel promiscue — $\frac{1}{2}C$ oder α von H nach O ab und trage in der Richtung OB unterhalb der Halbkreise die Basislänge a in BA auf, an welcher man den Querschnitt ACB des Prismas vollendet, so wie das dazu symmetrische Dreieck $AC'B$. Es zählt alsdann θ von U ab, positiv nach G', negativ nach G^0, während e und r von G und H ab positiv nach G^0, H^0, negativ nach G', H' zählen. Dann ergiebt sich beispielsweise für $\theta = UV$, also für $e = GV$, $r = HW$ und durch Verlängerung von WB der Grenzpunkt D auf der Flanke AC, also $d = AD$. Eine Senkrechte von D auf AB giebt $b = DP$. Eine

Senkrechte von D auf eine durch A parallel mit VB gezogene Linie giebt $q = DQ$. Eine Senkrechte von C auf die Basis stellt $c = CR$ die ganze Breite des Prismas dar. Die Construction beruht auf $DBA = WBU = \alpha - r = \gamma$.

Unsere Figur entspricht ungefähr dem Falle $C = 80^0$, $n = 1,6$, $a = 50$ Millim. und $\theta = +10^0$. In practischen Vorkommnissen wird man die Verzeichnung der Halbkreise in 3 bis 4 mal so grofsem Mafsstabe, die Basis AB in doppelter bis fünffacher natürlicher Gröfse ausführen.

Zugleich ist die Construction, wie bei einiger Aufmerksamkeit erhellen wird, ohne dafs dies im Einzelnen nachzuweisen nöthig wäre, geeignet, die früheren Zusammenhänge in Betreff des Richtungswinkels übersichtlich zu veranschaulichen, wobei wir nur andeuten wollen, dafs wenn UO' und BO'' rechtwinklig zu OB gezogen werden, die Grenzen θ^0, θ', θ'' mit den drei Punkten O, O', O'', diese bei beliebiger Veränderung von α oder GU in gegenseitig fester Entfernung gedacht, in unmittelbarem Connex stehen. Auch würde die Verlängerung von CB bis zum Kreise H, falls sie in die Region OO' der Totalreflexion trifft, und der projective Uebergang von da auf den Kreis G daselbst den Punkt finden lassen, bis zu welchem von U ab der diakritische Winkel reicht. Zwischen diesem Endpunkt und dem Projectivpunkte von O' würde sich dann der Bezirk des zweiten der vorhin besprochenen Stadien ergeben. Wäre nun BJ die Richtung eines in diese Region fallenden Radius, so hätte man ihr parallel CK' und von C' durch den Schnittpunkt S die Linie $C'K$ zu ziehen, um in CK für diesen Fall des zweiten Stadiums d zu finden, woraus sich wiederum nach Analogie q durch Projection von CK auf CK' und b durch Projection von CK auf CR finden würde.

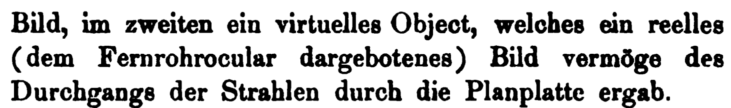
So lange wir, wie bisher, blofs parallele Strahlen durch das Prisma treten lassen, dürfte man sich vorstellen, dafs die Wirkung des Reflexionsprismas der einer blofs katoptrischen an einem ebenen Spiegel gleichkommen, welcher, wie Fig. 11 erläutert, durch die Punkte S, S', S'' hindurch-

geht, in welchen sich ein- und austretender Strahl nach erforderlicher Verlängerung treffen, und welcher mit der Basis parallel von ihr um RS absteht. In der That würde die lediglich Reflexion der einfallenden Strahlen L', L, L'' an der Spiegelebene $S'SS''$ dieselben Strahlen M', M, M'' ergeben, wie die katadioptrische Wirkung des Prismas und die Ablenkung des gesammten Strahlencomplexes wäre in beiden Fällen gleich dem doppelten Richtungswinkel. Für senkrechten Durchgang fällt die auf solche Weise dem Prisma substituirte Spiegelfläche mit der Basis zusammen, ihre Distanz RS wächst mit positivem Incidenzwinkel e oder für Richtungswinkel, welche von α bis θ^0 abnehmen. Bei $\theta = 0$ ist $RS = \frac{1}{2}b$, und kommt dem Werthe c gleich für die Grenze θ^0, wenn dieselbe $= \alpha - 90^0$. RS wird negativ oder die Spiegelebene liegt auf der Aufsenseite der Basis für negative Incidenzen, also für wachsende Richtungswinkel zwischen α und 90^0. Von hier ab geht diese Distanz aus dem Negativen durchs Unendliche ins Positive über, um bei der oberen Grenze θ'' bis gegen c abzunehmen und diesen Werth selbst zu erreichen, falls $\theta'' = \alpha + 90^0$. Die aequivalente Spiegelfläche würde somit, jederzeit parallel zur Basis, je nach Umständen in irgend welcher, sogar unendlicher Entfernung vor oder hinter der Basis ihren Platz finden. Die Anwendbarkeit dieser Substitution würde aber lediglich auf den Fall parallelen Lichts beschränkt sein, wo — nach der in der Dioptrik geläufigen Ausdrucksweise — Bild- und Objectpunkt der homocentrischen Strahlen beide in unendlicher Ferne liegen, und in dieser letzteren Rücksicht würde sogar die Feststellung eines bestimmten Platzes für die der Basis parallele Spiegelebene überflüssig werden, sofern die Ablenkung des an ihr reflectirten Lichts übereinstimmend mit der wirklichen Leistung des Prismas bei jedem Werth von RS gleich 2θ seyn würde.

Wir werden hierdurch auf die Frage nach dem Verhalten des Reflexionsprismas gegenüber nicht parallelen homocentrischen Lichts geführt.

Schon oben ist darauf hingewiesen worden, wie das Reflexionsprisma neben der katoptrischen Wirkung einer an der Stelle der Basisfläche befindlichen Spiegelebene eine dioptrische Wirkung einer Planparallelplatte von bestimmter Dicke ausübt, welche das Licht unter der Incidenz e durchdringt.

Die Planparallelplatte stellt einen Specialfall aus der Dioptrik der Linsen dar, wenn wir die beiden Krümmungsradien der Linsenflächen unendlich groſs annehmen. Während nun bekanntlich die Brennweite für eine solche Biplanlinse unendlich wird, ist das sog. Interstitium, oder die Entfernung zwischen ihren Hauptpunkten $\varepsilon^0 = t\left(1 - \frac{1}{n}\right)$, wenn n den Brechungsindex und t die Dicke der Platte bezeichnet, welche Gröſse die Bedeutung hat, daſs der Concurrenzpunkt eines homocentrischen Strahlenkegels von geringer Angularweite, wenn er eine Planparallelplatte bei senkrechter Emergenz seiner Axe durchdringt, eine Verschiebung im Sinne des Fortschritts der Strahlen längs der Normale der Platte um das Interstitium ε^0 erleidet. In diesem Falle senkrechter Incidenz eines Strahlenkegels von mäſsiger Apertur aber wird die Homocentricität des Lichtbündels nicht merklich beeinträchtigt. Eine Gesammtheit von Objecten, nah oder fern, unter nahe senkrechter Incidenz durch eine 24 Millim. dicke Flintglasplatte vom Index 1,6 betrachtet, werden dem Auge also, um 9 Millim. angenähert, in so gut wie vollständig abweichungsfreien virtuellen Bildern erscheinen von gleicher Lineargröſse mit den Objecten. Ebenso wird der Einfluſs einer in ein Fernrohr zwischen Objectiv und Ocular eingeschalteten 30 Millim. dicken Platte von Crownglas (1,5) mit parallelen zur Fernrohraxe senkrechten Planflächen bloſs darin bestehen, daſs das Ocular um 10 Millim. ausgezogen werden muſs, um dieselben Objecte wie vorher mit gleicher Deutlichkeit einzustellen. Aplanatismus und Angularvergröſserung bleiben ungeändert. Im ersten Beispiel war es ein reelles Object, welches ein virtuelles



Bild, im zweiten ein virtuelles Object, welches ein reelles (dem Fernrohrocular dargebotenes) Bild vermöge des Durchgangs der Strahlen durch die Planplatte ergab.

Gehen wir zu dem allgemeineren Fall schiefer Incidenz über und lassen eine Planparallelplatte, deren Grenzflächen AB und $A'B'$ (Fig. 12), Dicke t, Index n, von einem Lichtstrahl $LDD'M$ unter der Incidenz e durchdringen und bestimmen auch hier die den Hauptpunkten analogen Punkte E und E' als auf den Grenzen einer idealen Platte von der Dicke EE' gelegen, durch welche der Lichtstrahl den Weg $LEE'M$ einschlagen würde, wobei, wie wenn der Index der idealen Platte unendlich grofs wäre, der innere Strahl in einer zur Platte normalen Richtung verliefe. Bezeichnen wir das auf die Incidenz e bezügliche Interstitium EE' der Platte $ABA'B'$ durch ε, so finden wir leicht aus der Betrachtung des Dreiecks DCE, worin der Winkel bei C gleich dem Brechungswinkel r, bei D gleich $e - r$, bei E gleich $180^0 - e$, und CD, CE proportional der Weglänge des inneren Strahls in der wirklichen und in der idealen Platte sind, $CE : CD = \sin(e-r) : \sin e = \varepsilon : t \,.\, \sec r$, woraus

$$\varepsilon = \frac{t}{\cos r} \cdot \frac{\sin(e-r)}{\sin e} = t\left(1 - \frac{\tan r}{\tan e}\right)$$

oder, unter Berücksichtigung von (1):

$$\varepsilon = t\left(1 - \frac{1}{n} \cdot \frac{\cos e}{\cos r}\right) \tag{12}$$

und dieser Werth von ε geht in den obigen ε^0 über für $e = r = 0$, während bei streifender Incidenz, wo $e = 90^0$, $r = \omega$, das relative Interstitium der Dicke t der Platte gleich wird.

Ist $E'H$ senkrecht zu dem einfallenden Strahl LD, so ist $E'H = \varepsilon \,.\, \sin e$ die Verschiebung, welche in der Einfallsebene der austretende Strahl $D'M$ aus seiner ursprünglichen Lage LD ohne Richtungsänderung erfährt. Für eine Gesammtheit paralleler Strahlen besteht die Wirkung der Parallelplatte lediglich in dieser Verschiebung;

Bild und Object liegen beide in derselben Richtung in unendlicher Entfernung.

Um ferner die Wirkung auf einen mäſsig breiten homocentrischen divergenten oder convergenten Strahlenkegel zu ermitteln, betrachten wir zuerst den Vorgang der Brechung an Einer brechenden Ebene.

Es sey AB (Fig. 13) die ebene Grenzfläche einer unterhalb befindlichen durchsichtigen Substanz vom Brechungsindex n. Auſserhalb in P befinde sich ein Objectpunkt, von welchem ein divergenter Strahlenkegel von geringer Angularöffnung unter schiefer Incidenz bei CC' auf die brechende Ebene AB einfalle. Die unterhalb AB verlaufenden gebrochenen Strahlen werden rückwärts verlängert, um den Ort ihrer Concurrenz zu ermitteln. Während nun bei dem Vorgang der Reflexion am Planspiegel die Strahlenkegel bei jeder Incidenz ihre Homocentricität nach der Reflexion bewahren, ist dies bei der Refraction nicht der Fall. Der gebrochene Strahlenkegel ist mit einer planatischen Abweichung behaftet und zwar so, daſs die Concurrenzpunkte im Allgemeinen auf zwei conjugirten diakaustischen Flächen liegen, von denen die eine die Rotationsfläche einer diakaustischen Curve ist mit einer Spitze in V, die andere bloſs in einer auf der zu AB normalen Rotationsaxe VV' der ersteren Fläche liegenden geraden Linie besteht. Die diakaustische Curve ist im vorliegenden Fall einer brechenden Planfläche die Evolute einer Hyperbel oder einer Ellipse, je nachdem $n >$ oder < 1, deren Centrum in A, groſse Axe in AV, Brennpunkt in P liegt und deren Excentricität gleich dem Brechungsverhältniſs ist. Der gebrochene Strahlenbündel ergiebt nun für solche Strahlen, welche in der Einfallsebene (Primärebene) liegen, einen Concurrenzpunkt an der Berührungsstelle Q' auf der ersten Fläche, für Strahlen, welche in einer zur Einfallsebene senkrechten Ebene (Secundärebene) verlaufen, einen Concurrenzpunkt an der Berührungsstelle Q'' auf der zweiten Fläche, und sämmtliche Strahlen gehen sehr nahe durch zwei kleine zur Axe des

Strahlenkegels senkrechte gerade Linien, „Focallinien“ genannt, die erste in Q' senkrecht zur Primärebene, die zweite in Q'' senkrecht zur Secundärebene, so daſs also die Querschnitte des Bündels bei Q' und Q'' nahezu kleine gerade Linien, zwischen Q' und Q'' kleine Flächen von nahe elliptischer Form und nahe mitten zwischen Q' und Q'' eine kleine Kreisfläche, den „kleinsten Abweichungskreis“ darstellen, dessen Durchmesser als Maaſs der Nicht-Homocentricität vorliegender Art oder der *Anacentricität* angesehen werden kann. Ein Auge im zweiten Mittel in O mit runder Pupille oder ein Fernrohr mit kreisförmiger Objectivöffnung würde also das Object P in der Richtung CQ' aber nicht vollkommen scharf sehen. Vermittelst eines vor das Auge oder das Objectiv des Fernrohrs gehaltenen schlitzförmigen Diaphragmas würde das Bild zur Schärfe gebracht werden können und zwar am scheinbaren Platze Q', wenn die Schlitzrichtung in die Primärebene gestellt, am Platze Q'', wenn dieselbe um 90 Grad gedreht würde[1]. Nach dieser allgemeinen Orientirung läſst sich die Untersuchung auf die Bestimmung der Plätze Q' und Q'' der beiden Focallinien für die Primär- und Secundärebene beschränken.

Wir setzen $CP = p$, $CQ' = q'$, $CQ'' = q''$, den Ein-

1) Versuche dieser Art, die ich mittelst Fernrohrs, vor seinem Objectiv mit spaltförmiger Blende versehen, angestellt habe an Wasser, in welchem sich in 400 Millimeter Tiefe ein Object befand, und wo die Verstellung des Oculars bei groſsen Incidenzwinkeln bis zu mehreren Centimetern reichte, gaben eine vollständige experimentelle Bestätigung. Es ist also nicht zutreffend, zu sagen, daſs das Auge — ohne weitere Bedingungen — das Bild in solchen Fällen, sey es am Orte des ersten Anacentrums, sey es am Orte des zweiten, erblicke. Die letztere Angabe macht u. A. Lamé (*Cours de physique* II. 139, 178); die erstere ist bei den graphischen Constructionen der darstellenden Optik von Engel und Schellbach ausschlieſslich zu Grunde gelegt, desgleichen in Herschel's „*on light*“ und vielen älteren Schriften, während bereits Newton lange vor Malus' Untersuchungen über die kaustischen Flächen den Ort des gesehenen Bildes mitten zwischen beide Vereinigungsstellen setzte, denen spätere englische Schriftsteller die Benennung „*focal lines*“ beilegten.

fallswinkel $= e$, Brechungswinkel $= r$, und ziehen CD senkrecht zu CP, und CE senkrecht zu CQ'. Gehen wir von den Richtungen PC, $Q'C$, welche mit der Normale AV die Winkel e und r bilden, durch kleine Augmente dieser Winkel zu den Richtungen PC' und $Q'C'$ über, so giebt die Gleichung $\sin e = n \sin r$ durch Differentiation $\cos e \, \mathrm{d}e = n \cos r \, \mathrm{d}r$ oder

$$\frac{\mathrm{d}e}{\mathrm{d}r} = n \cdot \frac{\cos e}{\cos r}.$$

Da nun aber $CD = CC' \cos e$, $CE = CC' \cos r$ und $CD = p \, \mathrm{d}e$, $CE = q' \, \mathrm{d}r$, so ist auch

$$\frac{\mathrm{d}e}{\mathrm{d}r} = \frac{q'}{p} \cdot \frac{\cos e}{\cos r}$$

folglich

$$\frac{q'}{p} = n \cdot \frac{\cos r^2}{\cos e^2}$$

oder

(13) $$q' = np \cdot \frac{\cos r^2}{\cos e^2}$$

Für Strahlen in der Secundärebene aber ist

(14) $$q'' = np$$

wo (13) die erste, (14) die zweite Focallinie des anacentrisch gebrochenen Strahlenbündels bestimmt. Der letzte Ausdruck, unabhängig von e und r, zeigt, dafs das secundäre Anacentrum stets auf der durch den Objectpunkt P zur brechenden Fläche gezogenen Normale PA liegt[1]).

1) Die Approximation dieser Bestimmung reicht bis zu Gröfsen der zweiten Ordnung der Kleinheit. Geht man hierin weiter, so erweisen sich die Focallinien als von geraden Linien abweichend; die erste, zur Primärebene senkrechte, als ein kleines Stück eines Kreisbogens, die zweite, senkrecht zur Secundärebene, als eine durch eine sehr gestreckte ∞ förmige Curve begrenzte kleine Fläche. Diese Dissimilarität der Focallinien anacentrischer Strahlenkegel ist zumeist mit der schiefen und excentrischen Incidenz an sphärischen sowohl zurückwerfenden als brechenden Flächen verknüpft. Flächen mit un-

Betrachten wir jetzt den Durchgang eines Strahlenkegels von mäſsiger Apertur durch eine Planparallelplatte, so falle zuerst von einem reellen Objectpunkte P (Fig. 14) divergentes Licht in der Richtung PC auf die Platte $ABA'B'$. Die erste Brechung bei C ergiebt in der Primärebene das Bild Q', in der Secundärebene das Bild Q''. Nach der zweiten Brechung bei D erwächst in der Primärebene aus Q' das virtuelle Bild P', in der Secundärebene aus Q'' das virtuelle Bild P''. Wir bezeichnen CP durch p, CQ' durch q', CQ'' durch q'', DP' durch p', DP'' durch p'', die Dicke CF der Platte durch t. Dann ist nach (13) und (14) für den Eintritt bei C

$$q' = np \cdot \frac{\cos r^2}{\cos e^2}, \qquad q'' = np$$

Da nun $CD = t \cdot \sec r$, so ist, sofern man nur Strahlen in der Primärebene betrachtet, vermöge (13), wo n durch $\frac{1}{n}$, q' durch p' und p durch q' zu ersetzen, so wie r und e zu vertauschen,

gleichen Krümmungsradien oder solche mit Krümmungen von ungleichen Zeichen (difflexe Flächen) bewirken unter senkrechtem Einfall Anacentricität mit similären und geradlinigen Focallinien. Beispiele sind cylindrische und sattelförmige Spiegelflächen, Linsen mit einer oder zwei cylindrischen Seiten, so wie das astigmatische Auge. — Im Falle senkrechter Incidenz, wo q' und q'' gleich werden und also bei der obigen Annäherung Homocentricität resultiren würde, bleibt noch eine erst bei Berücksichtigung kleiner Gröſsen höherer Ordnung erkennbare und für Strahlenkegel gröſserer Apertur merkliche Abweichung übrig, vermöge welcher die centralen Strahlen des Lichtkegels eine Concurrenz in der beiden diakaustischen Flächen gemeinsamen Spitze V, die übrigen aber ringförmige auf der ersten und punktförmige auf der zweiten Fläche liegende Concurrenzlinien ergeben in rings um die Axe VV' symmetrischer Vertheilung. Die Querschnitte des Lichtbündels, statt wie im obigen Falle der Anacentricität Ellipsen, die sich an zwei Orten auf Focallinien zusammenziehen und dazwischen einen Uebergang durch die Kreisform darbieten, sind jetzt durchweg kreisförmig, unter ihnen ein kleinster Abweichungskreis mit hellerem Centrum und ringsum gleichförmig hellerem Rande. Diese Art von Nicht-Homocentricität kann man als *pericentrische* bezeichnen.

$$p' = \frac{1}{n}\,(q' + t \sec r)\,\frac{\cos e^2}{\cos r^2}$$

und, insofern man nur Strahlen in der Secundärebene betrachtet, vermöge (14), wo wiederum n durch $\frac{1}{n}$, q'' durch p'' und p durch q'' zu ersetzen,

$$p'' = \frac{1}{n}\,(q'' + t \sec r)$$

also durch Substitution der vorherigen Werthe von q' und q''

$$(15) \qquad p' = p + \frac{t}{n} \cdot \frac{\cos e^2}{\cos r^3}$$

$$(16) \qquad p'' = p + \frac{t}{n \cos r}$$

wo (15) das primäre, (16) das secundäre Anacentrum durch die Entfernung von der Austrittsstelle D des in der Axe des Lichtbündels verlaufenden Strahles bestimmt, der vor und nach dem Durchgang die parallelen Richtungen PC und DM besitzt.

Der Objectpunkt P erfährt durch die dioptrische Wirkung der Platte von der Dicke t und dem Index n bei der schiefen Incidenz e eine *Versetzung* in einem primären Anacentrum nach P', in einem secundären nach P''. Die Versetzung des zweiten geschieht nach der zur Platte gezogenen Normale im Sinne des durchgehenden Lichts und kann in einen longitudinalen Theil PH und in einen lateralen HP'' zerlegt werden. Für die Versetzung des ersten Anacentrums ist der laterale Theil eben so grofs, und nur der longitudinale um die anacentrische Strecke $P'P'$ gröfser als für das zweite Anacentrum. Nun überzeugt man sich leicht mittelst der Ausdrücke (15), (16) und (12), dafs wenn man den longitudinalen Theil PH der Versetzung durch h, den lateralen HP'' durch k, die Strecke $P''P'$ zwischen beiden Focallinien durch $l\,(=p'' - p')$ bezeichnet und das relative Interstitium der Platte durch ε, sich ergiebt

$$(17) \qquad h = t \cdot \frac{\sin(e-r)}{\sin r} \cot e = \varepsilon \cdot \cos e$$

$$(18) \qquad k = t \cdot \frac{\sin(e-r)}{\sin r} \cdot \qquad = \varepsilon \cdot \sin e$$

$$(19) \qquad l = \frac{t}{n \cos r}\left(1 - \frac{\cos e^2}{\cos r^2}\right) = t\left(n - \frac{1}{n}\right)\frac{\tan r^2}{\cos r},$$

dafs also die Versetzung $PP'' = \varepsilon$, gleich dem relativen Interstitium, gerichtet normal zur Platte im Sinne des durchgehenden Lichts, dafs die Strecke l (da n hier stets > 1), positiv, somit die longitudinale Versetzung von P' oder $h + l$ gröfser als die longitudinale Versetzung von P'' ist, und dafs endlich diese Gröfsen von p, d. h. von der Entfernung des Objectpunktes, von der Platte unabhängig sind, vielmehr nur von t, n und e abhängen.

Die letzterwähnte Unabhängigkeit der durch die Platte bewirkten dioptrischen Versetzung von dem Orte, wo wir dieselbe dem von dem reellen Objectpunkt P aus divergirenden Strahlenkegel in den Weg stellen mögen, könnte die besondere Betrachtung auch des Falles eines convergenten durch die Platte gehenden Lichtbündels überflüssig machen. Gleichwohl sey dieser Fall, weil er für die Anwendung in dioptrischen und katoptrischen Vorrichtungen mindestens von gleichem Interesse seyn dürfte wie der vorige, noch besonders erörtert.

Stellen wir (Fig. 15) eine Parallelplatte $ABA'B'$ von der Dicke t und dem Index n einem von L nach dem virtuellen Objectpunkte P convergirenden Strahlenkegel unter der Incidenz e in den Weg, bezeichnen für die erste Brechung bei C die Entfernung CP durch p, CQ' durch q', CQ'' durch q'', wo Q' das primäre, Q'' das secundäre Anacentrum in Folge des Eintritts bei C bedeutet, und ebenso für die zweite Brechung bei D, wo durch Strahlen in der Primärebene aus Q' das erste Anacentrum in P', durch Strahlen in der Secundärebene aus Q'' das zweite Anacentrum in P'' hervorgeht, DP' durch p', DP'' durch p'', so führt uns die frühere Betrachtung der Brechung an

Einer Ebene, auf den jetzigen Fall angewendet, wo P sowie Q' und Q'' im zweiten Mittel liegen, und somit p, q, q'' als negativ zu betrachten sind, auf

$$-q' = -np \cdot \frac{\cos r^2}{\cos e^2}$$

$$-q'' = -np$$

und die Betrachtung der zweiten Brechung bei D unter Berücksichtigung von $CD = t . \sec r$ auf

$$-p' = -\frac{1}{n}(q' - t \sec r) \frac{\cos e^2}{\cos r^2}$$

$$-p'' = -\frac{1}{n}(q'' - t . \sec r)$$

oder auf

$$-p' = -p + \frac{t}{n} \cdot \frac{\cos e^2}{\cos r^3}$$

$$-p'' = -p + \frac{t}{n \cos r}$$

welche gleichlauten mit (15) und (16) bis auf die Zeichen von p, p', p'', da jetzt die Punkte P, P', P'' auf der Seite des austretenden Lichtes liegen, während sie im vorigen Fall auf der Seite des eintretenden Lichts gelegen waren.

Auch hier ist die Versetzung $PP'' = \varepsilon$, gerichtet normal zur Platte und im Sinne des von C nach D durchgehenden Lichts. Bezeichnen wir wiederum HP'' durch h, PH durch k, $P''P'$ durch l, so finden sich für h, k, l auch hier die in (17), (18), (19) aufgeführten Werthe.

Kehren wir die Figur 15 in ihrer Ebene um 180° um und fassen dann ihren Zusammenhang mit Figur 14 ins Auge. Dort wie hier verläuft jetzt das Licht von oben nach unten und kann als convergenter Strahlenkegel oberhalb P (der auf den Kopf gestellten Figur 15), als divergenter Strahlenkegel unterhalb P (der Figur 14) betrachtet werden. Vereinigt man beide Figuren in eine, so daſs beide Punkte P coincidiren und die Richtungen CP der Fig. 15 und PC der Fig. 14 in Eine gerade Linie fallen, und setzt in der ganzen Figur t, n und e als gleich vor-

aus, so mufs offenbar auch Coincidenz in den Punkten P' und P'' eintreten, während dem ganzen kegelförmigen Strahlenbündel, dessen Vereinigungspunkt in P liegt, einmal die Platte auf der divergenten Seite unterhalb P, das andere Mal auf der convergenten Seite oberhalb P, hier wie dort in gleicher Lage in den Weg gestellt erscheint, die Versetzungen PP' und PP'', so wie ihre longitudinalen und lateralen Theile h, k, l bleiben in beiden Fällen dieselben. Man dürfte die Platte parallel mit sich selbst aus der ersten allmälig in die zweite Stelle rücken, wobei auch der Uebergangsfall eintreten würde, dafs der Concurrenzpunkt innerhalb der Platte fiele, ihre dioptrische Wirkung hinsichtlich der Versetzung würde während dieses Vorganges unverändert dieselbe seyn, wodurch abermals die Unabhängigkeit dieser Wirkung von dem Platze, den die Platte auf dem Wege des Strahlenkegels einnimmt, evident wird.

Trotz der Unabhängigkeit der Gröfsen h, k, l von dem Orte der Platte äufsert indefs dieser Ort einen obwohl geringen Einflufs auf die Ausdehnung der Focallinien, den Ort und die Gröfse des kleinsten Abweichungskreises.

Während in den beiden betrachteten Fällen, nämlich eines divergenten in die Platte einfallenden Strahlenkegels, die positive Strecke l von dem zweiten Anacentrum P'' zum ersten P' im Sinne der Lichtbewegung führt, wird, was die Lage dieser Punkte zur Platte in beiden Fällen betrifft, bei dem divergenten Strahlenbündel (Fig. 14) das erste Anacentrum P', bei dem convergenten Bündel (Fig. 15) das zweite P'' der Platte näher liegen, so dafs also, wenn p die Entfernung des Objectpunktes von der Eintrittsstelle C in die Platte bedeutet, p und l im ersten Falle mit ungleichen, im zweiten mit gleichen Zeichen erscheinen. Nehmen wir jetzt die Gestalt des einfallenden Strahlenkegels von kreisförmiger Basis an, deren Durchmesser bei C gleich u sey, ferner die Gröfse der primären Focallinie bei P' gleich u', der zweiten bei P'' gleich u'' und den Durchmesser des zwischen P' und P'' befindlichen kleinsten

Abweichungskreises $= u^0$, endlich die Distanz dieses kleinsten Abweichungskreises, dessen Ort durch P^0 bezeichnet sey, von P' und P'' bezw. gleich l' und l'', so ergiebt eine leichte Ueberlegung an den in der Primär- und Secundärebene liegenden Längsschnitten des anacentrischen Strahlenbündels, wenn man noch zur Abkürzung $\frac{l}{p}$ mit λ und die angulare Oeffnung des Strahlenkegels $\frac{u}{p}$ mit φ bezeichnet, die folgenden Ausdrücke

$$u' = \varphi l, \quad u'' = \varphi l \cdot \frac{1}{1 \mp \lambda}, \quad \frac{u'}{u''} = 1 \mp \lambda$$

$$l' = l \cdot \frac{1 \mp \lambda}{2 \mp \lambda}, \quad l'' = l \cdot \frac{1}{2 \mp \lambda}, \quad u^0 = \varphi l \cdot \frac{1}{2 \mp \lambda},$$

wo sich das obere Zeichen auf den Fall eines divergenten, das untere auf den eines convergenten Strahlenkegels bezieht. Diese Relationen, in welchen φ, λ, u', u'', u^0 meist nur kleine Gröfsen sind, zeigen, dafs sich u' und u'', sowie l' und l'' desto mehr der Gleichheit nähern, dafs u^0 desto näher der Hälfte von u' oder u'' kommen und P^0 desto näher der Mitte zwischen P'' und P' liegen wird, je kleiner λ oder je gröfser p im Vergleich mit l ist.

Die im Bisherigen gegebene ausführliche Erörterung der anacentrischen durch eine Planparallelplatte verursachte Abweichung möge nun durch ein Paar numerische Beispiele vervollständigt werden.

1. Beispiel. Ein achromatisches Fernrohr sey in horizontaler Stellung auf einen in kurzer Distanz befindlichen leuchtenden Punkt eingestellt. Als Object dient ein durch helles Tageslicht durchleuchteter feiner Nadelstich in einem schwarzen Schirm. Das Objectiv habe die Oeffnung von 81 Mm. Die Entfernung des Objects von dem Objectiv sey 6 Meter. Eine Wanne mit verticalen parallelen Glaswänden, gefüllt mit reinem Wasser, werde erst quer vor das Objectiv gestellt und darauf gleichsam um eine verticale Axe linksum so gedreht, dafs die Normale der Glaswände, statt wie vorher nach dem Object,

jetzt nach einem weit nach links gelegenen Punkt des Horizonts gerichtet sey. Der Incidenzwinkel, der Betrag dieser Drehung, sey 60°, die Dicke der Wanne (incl. Glaswände) sey 88 Mm. Es darf bemerkt werden, daſs die Präcision bei der Verwirklichung eines solchen Versuchs in der Beschaffung einer solchen Wanne mit genau ebenen Glaswänden von etwa 1 Decimeter Höhe und $2\frac{3}{4}$ Decimeter Länge fast unüberwindliche Schwierigkeiten finden würde, und daſs dieses Beispiel mehr als ein schematisches zu betrachten ist, in welchem Gröſsen, sonst nur von geringem Betrag, erheblichere Werthe annehmen.

Wir berechnen mit $e = 60^0$ nach (1) den Brechungswinkel mit $n = 1{,}334$ und finden $r = 40^0\,28'8$. Das Interstitium ε^0 (für senkrechten Durchgang) ist nahe $\frac{1}{4}$ der Dicke t, nämlich $= 22{,}033$ Mm., das relative Interstitium aber (für $e = 60^0$) finden wir aus (12) $\varepsilon = 44{,}367$. Aus (17) und (18) finden wir nun die durch die Platte bewirkte Versetzung, nämlich $h = 22{,}318$ Mm. und $k = 38{,}567$ Mm., so daſs also das secundäre (durch eine vor das Objectiv gebrachte verticale Spaltöffnung als scharfes, abweichungsfreies Bild auftretende) Anacentrum um h genähert, um k nach rechts gerückt erscheint. Aus (19) finden wir $l = 49{,}251$ Mm., um so viel liegt das primäre Anacentrum (durch eine horizontale Spaltöffnung scharf gesehen) diesseits des secundären. Die laterale Versetzung k würde sich, sey es durch meſsbare Winkeldrehung des Instruments, sey es durch ein Ocularmikrometer bestimmen und verificiren lassen. Nicht so in Betreff von h und l. Das Fernrohrobjectiv habe eine Brennweite von 975 Mm. (3 Fuſs), dann würde die Versetzung h nur 0,84 Mm. und l nur 0,89 Mm. Verstellung des Oculars veranlassen, welche Gröſsen versuchsweise zu ermitteln, um aus ihnen h und l abzuleiten, so gut wie unthunlich seyn würde. Genug, daſs der scharfen Rechnung zufolge, wenn das anfänglich auf den Lichtpunkt scharf eingestellte Ocular nunmehr um 0,84 Mm. ausgezogen wird, das Bild sich als eine kleine scharfe horizontale Lichtlinie (zweites Ana-

centrum) und nach weiterem Auszug um 0,89 Mm. als kleine horizontale Lichtlinie (erstes Anacentrum) darstellen würde. So weit ist das Ergebniſs unabhängig von dem Platze, den die Wanne zwischen dem Lichtpunkt und dem Objectiv einnimmt. Die Wanne stehe ganz nah vor dem Objectiv, nämlich mit der Mitte ihrer rectangulären Basis 14 Centim. vor dem Objectiv und 2 Centim. ($\frac{1}{2}k$) links von der Fernrohraxe, so daſs der Einfallspunkt des Axenstrahls rund 20 Centim. vor dem Objectiv liegt. Zur Bestimmung von φ ist die Objectivöffnung $u = 81$ Mm. zu dividiren durch 5978, indem das Objectiv, von dem Objectpunkt aus gesehen, um 22 Mm. angenähert erscheinen würde. Es findet sich $\varphi = 0{,}01355$ ($= 46' \, 58''$), somit aus (20) $u' = \varphi l = 0{,}667$ Mm. Zur Bestimmung von λ ist $p = 5800$, also $\lambda = \frac{l}{p} = 0{,}00849$ und $1 - \lambda = 0{,}99151$, woraus $u'' = 0{,}573$ Mm. Ferner finden wir $l' = 24{,}52$, $l'' = 24{,}73$ Mm. und $u^0 = 0{,}335$ Mm. Die Focallinien sind also $\frac{2}{3}$ Millim. lang, der Durchmesser des kleinsten Abweichungskreises $\frac{1}{3}$ Mm. Daneben ist in Millimetern $u' - u' = 0{,}006$, $\frac{1}{2}(l'' - l) = 0{,}105$ und $u^0 - \frac{1}{4}(u'' + u') = 0{,}00005$. Steht dagegen die Wasserwanne in der Nähe des Objects unter gleicher Incidenz von 60^0, so daſs $p = 30$ Centim., so würde man aus (20), wobei φ denselben Werth 0,01355 behielte, finden: $u' = 0{,}667$ — ebensogroſs wie vorher —, und da jetzt $\lambda = 0{,}07439$, $1 - \lambda = 0{,}9256$ und $2 - \lambda = 1{,}9256$, $u'' = 0{,}783$ Mm., sowie $l' = 23{,}674$, $l'' = 25{,}577$ und $u^0 = 0{,}377$ Mm., während das halbe Mittel von u' und u'' gleich 0,363 Mm. ist. Durch einen Platzwechsel der Wasserschicht um $5\frac{1}{2}$ Meter aus der Nähe des Objectivs in die Nähe des Objects ist also nur die secundäre Focallinie um 0,058 Mm. und der kleinste Abweichungskreis um 0,013 Mm. gröſser geworden und letzterer, anfänglich 0,096 Mm. diesseits der Mitte zwischen beiden Focallinien gelegen, um weitere 0,85 Mm. diesseits gerückt. Die kleinen Verstellungen des Oculars würden die beiden Focallinien wahrnehmbar machen, welche unter Voraus-

setzung einer 40maligen Vergröfserung des Fernrohrs etwa erscheinen würden wie dem blofsen Auge der halbe Monddurchmesser. Die schärfste Einstellung auf den kleinsten Abweichungskreis würde ein Lichtscheibchen gewähren von etwa 9maligem Durchmesser des Jupiters zur Zeit seiner Opposition, oder etwa $\frac{3}{4}$ der Distanz des bekannten kleinen Sterns Alkor von seinem gröfseren Nachbar ζ (Mizar) des grofsen Bären. Bringen wir endlich unser Auge an die Stelle des Fernrohrobjects, so werden die angegebenen Gröfsen in den Phasen der durch die 88 Mm. dicke Wasserschicht und Durchgangsschiefe von 60° verursachten Anacentricität nicht etwa blofs 40 mal kleiner, sondern, sofern die Pupille fast nur einen 25 mal kleineren Durchmesser hat, etwa 1000 mal geringer, d. h. durchaus unmerklich ausfallen. Dies Beispiel giebt aber auf palpable Weise kund, wie gering selbst unter Anwendung gewissermafsen heroischer Mittel die in Rede stehende Aberration ausfällt.

2. Beispiel. In den Tubus eines Mikroskops bringe man eine Planparallelplatte in der Neigung von 45 Grad oder, was abgesehen von der die Homocentricität nicht afficirenden Reflexion dasselbe ist, ein rechtwinkliges Reflexionsprisma unter dem Richtungswinkel Null. Die Dicke der Platte sey 32 Mm., oder die Basislänge des Prismas 45,25 Mm., der Brechungsindex 1,515. Die Apertur des Lichtkegels, welche im vorigen Beispiel kaum $\frac{1}{75}$ war, nehmen wir hier möglichst grofs und setzen dessen Breite beim Austritt aus der letzten Objectivlinse $= 9$ Mm., seine Länge $= 180$ Mm., also $\varphi = \frac{1}{20}$ ($= 2^0\ 57'$). Bei mittleren und starken Objectiven ist die Austrittsöffnung und somit φ erheblich geringer, $\frac{1}{25}$ bis $\frac{1}{40}$ wie namentlich bei älteren französischen Mikroskopen. Bestimmen wir jetzt die anacentrischen Elemente, so finden wir für $e = 45^0$, $r = 27^0\ 49'4$ und hieraus mittelst (12) in Millim. $\varepsilon = 15{,}113$, sowie mittelst (17), (18), (19) $h = 10{,}686$, $k = 10{,}686$, $l = 8{,}615$. Wir verlängern das Rohr am Ocularauszug um die longitudinale Versetzung von 10,686 Mm., wodurch die angu-

lare Apertur von $2^0\,57'$ des convergenten Lichtkegels conservirt bleibt. Der lateralen Versetzung k im Falle der Platte mufs eine gleichgrofse seitliche Verschiebung des Oculars entsprechen; bei dem Prisma wird dieselbe compensirt. Das Ocular zeigt jetzt — die Wahrnehmbarkeit vorausgesetzt — die secundäre Focallinie in der Richtung des Hauptschnitts von Platte oder Prisma und, wenn um 8,616 Mm. ausgezogen, die primäre Focallinie in 90 Grad davon verschiedener Richtung. Nahe mitten zwischen beiden Ocularstellungen erscheint das Bild in kleinster anacentrischer Abweichung. Ohne Ocularverschiebung in der beim Mikroskop gewohnten Verstellung des Objects gegen das Objectiv oder des ganzen Rohrs gegen das feste Object wird der anacentrische Ausschlag statt 8,6 Mm. je nach der Brennweite des Objectivs einen verschiedenen, aber sehr viel kleineren Betrag geben. Um ihn relativ grofs zu erhalten, nehmen wir ein schwaches Objectiv von der Brennweite 18 Mm. an, setzen dessen zweiten Brennpunkt ganz nahe an der letzten Fläche liegend und finden die mittelst der feinen Einstellung des Instruments zu durchlaufende Strecke $= 0{,}043$, deren Hälfte etwa auf das Bild kleinster Abweichung führen würde. Bis dahin ist der Platz, den wir im Raume zwischen Objectiv und Ocular der Platte oder dem Prisma anweisen, irrelevant. Zur scharfen Bestimmung der Anacentricitäts-Phasen aber nehmen wir jetzt an, die Mitte der Platte oder des Prismas liege auf der halben Höhe des Lichtkegels, genauer 90 Mm. $+ \frac{1}{2}h = 95$ Mm. von dem longitudinal um h versetzten secundären Anacentrum entfernt, dann ist die Länge des anacentrischen Strahlenbündels von dem Austritt aus Platte oder Prisma bis zum secundären Anacentrum $= 90$ Mm., also $\lambda = 0{,}095726$, $1 + \lambda = 1{,}095726$. Hieraus erhalten wir in Millimetern

$$l' = 4{,}504, \qquad l'' = 4{,}111$$
$$u' = 0{,}00580, \qquad u'' = 0{,}00530$$
$$u^0 = 0{,}00277$$

wobei $\frac{1}{2}(l'+l'') = 4{,}3075$, kaum um 0,2 Mm. (0,1965) von l' und l'' verschieden und $\frac{1}{2}(u'+u'') = 0{,}00277$, bis zur 5. Decimale des Millimeters mit u^0 übereinstimmend. — Anacentrische Phasen von 3 bis 5 oder 6 Mikra (Tausendtel des Millimeters), welche selbst durch die stärksten Oculare unerkennbar sind, werden durch die bei den besten Mikroskopen unbeseitigten Reste der sphärischen Aberration, ja schon durch ganz geringe Grade von Astigmatismus des Auges vollkommen maskirt. In der That konnte bei Versuchen dieser Art mit einem vorzüglichen Winkel-schen Mikroskop selbst Hrn. Winkel's sehr geübtes Auge an einem geeigneten Object (*Lepisma saccharinum* und *Pleurosigma angulatum*) keinen anacentrischen Einfluſs auf die Definition erkennen. Wir erinnern noch ausdrücklich, daſs bei dieser Frage nur die Ocularvergröſserung und die Breite des Strahlenkegels beim Austritt aus dem Objectiv, nicht aber die Stärke oder die Kürze der Brennweite des letzteren maaſsgebend ist und somit die Wahl eines schwächeren gut corrigirten Objectivs mit möglichst vollkommener Definition sowohl wegen der gröſseren Linearöffnung der letzten Linse, als wegen des unerheblichen Einflusses des Deckglases indicirt ist.

Diese Beispiele, welche sich leicht noch durch andere nicht minder instructive vermehren lieſsen, genügen zur Begründung der Ansicht, daſs die aus schiefer Incidenz bei dem Reflexionsprisma erwachsende Beeinträchtigung des Aplanatismus in den meisten wirklichen Vorkommnissen als unerheblich oder unmerklich zu betrachten sind und daſs die Scheu, welche Künstler in derartigen Fällen gegen andern als senkrechten Durchgang durch die Flanken des Reflexionsprismas zu hegen pflegen, zwar theoretisch motivirt, in der Praxis aber als eine so gut wie belanglose Mikrologie angesehen werden darf[1]).

1) Eine ebenso willkommene als in der fraglichen Beziehung interessante von J. W. Stephenson in London neuerdings getroffene Einrichtung des binocularen Mikroskops mit aufrechtem Doppelbilde enthält drei Reflexionsprismen zwischen Objectiv und beiden Ocularen. Zwei

Nachdem wir im Bisherigen an der Planparallelplatte den anacentrischen Einfluſs auf das durchtretende homocentrische divergente oder convergente Licht mit derjenigen Ausführlichkeit, welche der Gegenstand zu verdienen scheint, erörtert und dadurch die genaue Einsicht in den dioptrischen Theil der Leistung des Reflexionsprismas gewonnen haben, mag nun noch in Kürze seine katadioptrische Wirkung auch im Falle eines in beliebiger Entfernung befindlichen reellen oder virtuellen Objectpunktes untersucht werden. Diese katadioptrische Wirkung ist offenbar die Combination einer Reflexion an einem in der Basisebene befindlichen Planspiegel, wo für die Incidenz der oben ausführlich besprochene Umfang $\theta' - \theta^0$ freisteht, mit der zweimaligen Refraction an einer Planparallelplatte von gleichem Index n und der Dicke $t = a . \cos\alpha$. Einem gegebenen Objectpunkt P entspreche das von der als Planspiegel wirkenden Basis reflectirte Bild Q. Dem durch die Platte gesehenen Objectpunkt Q entspreche das secundäre Anacentrum Q''. Für einen mittleren Strahl des durchgehenden Strahlenkegels, welcher auf der Mitte (R in Fig. 2 und 6) der Basis seine Reflexion erfährt, und dem Richtungswinkel θ entsprechen mag, findet man die Incidenz $e = \alpha - \theta$ und daraus mittelst (1) den Brechungs-

derselben, rechtwinklig und abgestumpft, mit ihren Basisflächen gegen einander gekehrt, theilen den aus dem Objectiv austretenden Strahlencomplex gleichmäſsig und pervertiren zugleich jeden für je ein Auge bestimmten Theil in der Dimension der Breite. Der Richtungswinkel ist 2 Grad, wodurch eine Binocularparallaxe von 8 Grad erzielt wird, welche bei der Wenham'schen Einrichtung (ohne aufrechte Bilder) minder bequem 12 Grad zu seyn pflegt. Die Incidenz ist also $e = 43°$. Das dritte Prisma vom Winkel 75°, mit seinem Hauptschnitt senkrecht zu den Hauptschnitten der beiden andern, pervertirt die beiden Lichthälften in der Dimension der Höhe, unter senkrechter Incidenz, somit unter dem Richtungswinkel 37½ Grad, so daſs bei verticaler Objectivaxe und horizontalem Tisch, die Augenaxen des Beobachters unter 15° Neigung gegen den Horizont abwärts gerichtet sind. (*'On an erecting binocular Microscope' — read before the Roy. Micr. Soc. Jun. 8, 1870 — Monthly Microscopical Journal. Vol. IV. p. 62.)*

winkel r. Nun findet sich das zu e gehörige Interstitium aus (12):

$$\varepsilon = a \,.\, \cos\alpha \left(1 - \frac{\tan r}{\tan e}\right)$$

und hieraus die beiden ersten Theile der dioptrischen Versetzung $h = \varepsilon \,.\, \cos e$, $k = \varepsilon \,.\, \sin e$. Legt man den Platz von P durch die rechtwinkligen Coordinaten x und y fest, wobei x in der Richtung der Basis von R, ihrer Mitte, positiv sey nach der Seite der Eintrittsflanke, y positiv auf der Seite der Kante C. Dann hat Q die Coordinaten x und $-y$ und Q'' die Coordinaten $x - \varepsilon \cos\alpha$ und $-y + \varepsilon \sin\alpha$. Setzen wir nun das Bild von P in die Mitte zwischen beide Anacentra, was in allen Vorkommnissen nach dem Vorherigen hinreichend genau ist, so liegt, wenn wir das primäre Anacentrum von Q durch Q' bezeichnen und Q^0 in der Mitte zwischen Q' und Q'' angenommen wird, das durch das Prisma gesehene Bild in Q^0, dessen Coordinaten sind, wenn l aus (19) entnommen wird,

$$x - \varepsilon \cos\alpha - \tfrac{1}{2} l \cos\theta$$
$$-y + \varepsilon \sin\alpha + \tfrac{1}{2} l \sin\theta,$$

wodurch der Platz des Bildes gegen das Prisma festgelegt ist.

Diese Ortsbestimmung des Bildes für ein in endlicher Entfernung liegendes reelles oder virtuelles Object, welcher sich noch verschiedene andere Formen geben liefsen, zeigt, dafs der Zusammenhang zwischen Bild und Object in diesem Falle nicht mehr streng durch den lediglich katoptrischen Vorgang darstellbar ist. Die einfachste Auffassungsweise der katadioptrischen Wirkung des Reflexionsprismas bleibt vielmehr die, dafs wir mittelst desselben das plankatoptrische Bild durch die vicarirende Platte von der Dicke $a \,.\, \cos\alpha$ unter dem Incidenzwinkel $\alpha - \theta$ betrachten, und dafs somit die wesentliche mit der Perversion verbundene katoptrische Versetzung modificirt wird durch die accessorische dioptrische Versetzung lateral um k, longitudinal zum primären Anacentrum um $h + l$, zum

secundären Anacentrum um h und zum Bilde kleinster Abweichung um

$$h + \frac{l}{2+\lambda}$$

wofür in den meisten Fällen mit ausreichender Genauigkeit $h + \frac{1}{2}l$ gesetzt werden darf. Die obigen Ausdrücke (12), (17), (18), (19) enthalten die Vorschriften zur Berechnung der eben erwähnten Gröfsen h, k, l aus den gegebenen a, α, n und θ. Der in irgend einer Form festgelegte Platz des gegebenen Objects wird erforderlich, sobald auf die kleine Gröfse λ, welche im Fall eines virtuellen Bildes negativ zu nehmen ist, Rücksicht genommen werden soll; und zur Bestimmung der Gröfse des kleinsten Abweichungskreises

$$\varphi \frac{l}{2+\lambda}$$

wofür wiederum $\frac{1}{2}\varphi l$ gesetzt werden kann, bedarf es noch der in Theilen des Radius ausgedrückten Angularapertur φ des durchgehenden Lichtkegels.

III. *Ueber anomale Dispersion; von August Kundt.*

(Vierte Mittheilung. Die drei ersten: Diese Ann. Bd. 142, S. 163; Bd. 143, S. 259; Bd. 144, S. 128.)

Am Schlusse meiner dritten Mittheilung über anomale Dispersion habe ich es als nächste Aufgabe des Experimentes bezeichnet, von einer Anzahl intensiv gefärbter Körper die „*Dispersionscurven*", d. h. die Brechungsexponenten möglichst genau zu bestimmen. Nur wenn man für mehrere farbige Lösungen bei verschiedenen Concentrationen exacte Werthe der Brechungsexponenten einer gröfseren Zahl homogener Strahlen besitzt, wird man ver-

suchen können, einige Fragen zu beantworten, auf die man geführt wird, nachdem einmal das Vorhandensein der Dispersionsanomalien erwiesen ist.

Die Brechungsexponenten müssen, wenn die Versuche Werth behalten sollen, so genau bestimmt werden, als überhaupt Brechungsexponenten von Flüssigkeiten ermittelt werden können, d. h. es dürfen die Fehler eine oder zwei Einheiten der 4. Decimale nicht überschreiten. Um dies zu erreichen, ist, abgesehen von einem ausreichenden Goniometer und hinreichend gut gearbeiteten Hohlprismen, eine genaue Kenntniſs der Temperatur der brechenden Flüssigkeit nöthig. Ich habe mich überzeugt, daſs selbst bei den kleinen Hohlprismen, die ich benutzte, und der geringen in denselben enthaltenen Flüssigkeitsmengen, es nicht genügte, die Temperatur der Luft in der Nähe des Prismas zu beobachten. Wenn man gröſsere mit einander genau vergleichbare Beobachtungsreihen anstellen will, ist es durchaus nöthig, Hohlprismen anzuwenden, in derem Hohlraum sich das Thermometergefäſs selbst befindet.

Handelt es sich indeſs nicht um gröſsere Beobachtungsreihen, aus denen allgemeinere Schlüsse gezogen werden sollen, sondern nur darum in Zahlen eine Darstellung der Dispersionsverhältnisse der fraglichen Körper zu gewinnen, wie ich dieselben graphisch bereits in den Figuren zu meiner dritten Mittheilung gegeben, so kann man von einer völlig genauen Kenntniſs der Temperatur der brechenden Flüssigkeit absehen.

Ich habe daher vorläufig, da mir Prismen mit Thermometern im Innern noch nicht zu Gebot standen, die Brechungsexponenten der Lösungen von Cyanin, Fuchsin und Uebermangansaurem Kali bestimmt bei einer ziemlich gleichbleibendenden Zimmertemperatur von circa 16° C., und theile als Ergänzung zu meiner dritten Mittheilung die erhaltenen Brechungsexponenten im Folgenden mit.

Zu den Beobachtungen wurde ein Goniometer von Brunner in Paris benutzt, dessen Kreis direct in 5' getheilt war, und an dem mittelst der Nonien 3" abgelesen

wurden. Das benutzte Hohlprisma war das schon früher erwähnte von Steinheil mit circa 45° brechendem Winkel. Ein gleiches Prisma von circa 25° brechendem Winkel wurde bisher nur zu einigen Controllversuchen benutzt.

Befindet sich eins dieser Hohlprismen gefüllt mit einer anomal dispergirenden Substanz auf dem Tisch des Goniometers und beobachtet man das durch die Lösung erzeugte anomale Spectrum mit dem Fernrohr, so erkennt und findet man in dem Spectrum nicht alle Fraunhofer-schen Linien, für die die Bestimmung des Brechungsexponenten wünschenswerth ist. In denjenigen Theilen des anomalen Spectrums, die sehr aus einander gezogen sind, erkennt man gewöhnlich keine Fraunhofer'schen Linien mehr. Es gelang aber doch bei einer concentrirten Cyaninlösung, indem ich ein blaues oder rothes Glas vor's Auge einschaltete, um die über einander fallenden Farben zu sondern, die Linien A, α, B, G, H zu sehen. B und G fielen nahe zusammen, und zwar war B etwas mehr abgelenkt als G, wie auch die unten stehenden Zahlen beweisen. Bei den concentrirten Lösungen von Fuchsin und Uebermangansaurem Kali waren im Roth gleichfalls mit rothem Glas die Linien sehr deutlich erkennbar, wesentlich weniger gut aber im Blau und Violett.

Nur für die Linien, die man scharf erkennt, kann der Brechungsexponent direkt bestimmt werden. Um auch für andere homogene Lichtstrahlen die Brechungsexponenten zu erhalten, mufs man entweder, wie Hr. Christiansen es beim Fuchsin gethan, auf den Spalt des Goniometers homogenes Licht fallen lassen und dessen Ablenkung durch's Prisma messen, oder man mufs die Methode der gekreuzten Prismen anwenden, die ich in meinen früheren Mittheilungen erläutert habe. Ich habe dieselbe in folgender Weise zum Messen benutzt.

Der Spalt des Goniometers war horizontal gestellt und vor das Objectiv des beobachtenden Fernrohrs war ein Flintglasprisma von 25° brechendem Winkel mit horizon-

taler brechender Kante angebracht und fest mit dem Fernrohr verbunden, so dafs es sich mit demselben drehte. Das Fernrohr selbst mufs natürlich eine Neigung gegen die Ebene des getheilten Kreises haben, wenn man in demselben das verticale Spectrum erblicken will, welches das vor dem Objectiv angebrachte Prisma erzeugt. Diese Neigung konnte durch eine Schraube geändert werden, so dafs jede beliebige Fraunhofer'sche Linie mit dem horizontalen Faden des Fadenkreuzes im beobachtenden Fernrohr zur Deckung gebracht werden konnte. Ueber den Spalt war senkrecht zu demselben in der Mitte ein etwas dickes Haar gezogen, so dafs das verticale Spectrum in der Mitte einen verticalen dunklen Streifen zeigte. Es wird nun eine Linie z. B. *F* zur Deckung mit dem horizontalen Faden des Fadenkreuzes gebracht und der verticale Faden in die Mitte des dunklen Streifens (erzeugt durch das vor den Spalt gespannte Haar) eingestellt und am Kreise abgelesen. Sodann wird das Flüssigkeitsprisma, gehörig justirt, auf den Tisch des Goniometers gestellt, und das Fernrohr mit dem daran befestigten Glasprisma gedreht, bis die Mitte des schwarzen Striches in dem nunmehr schiefen Spectrum wieder mit dem verticalen Faden des Fadenkreuzes coincidirt, — indem gleichzeitig das Hohlprisma auf's Minimum der Ablenkung gebracht wird, — und wieder am Kreise abgelesen. Die Differenz der beiden Ablesungen ist die Ablenkung der betreffenden Fraunhofer'schen Linie durch das Flüssigkeitsprisma. Auf diese Weise kann man von all' den homogenen Lichtstrahlen, die man in dem verticalen Spectrum über einander hat, nach einander die Ablenkung in der Minimumsstellung des Flüssigkeitsprismas bestimmen, und erhält somit, wenn noch der brechende Winkel bestimmt ist, die Brechungsexponenten.

Ich habe es indessen zweckmäfsiger gefunden, nicht den Nullpunkt für die Fraunhofer'schen Linien zu bestimmen, d. h. ohne eingeschaltetes Flüssigkeitsprisma abzulesen, sondern ich mafs die Ablenkung eines

bestimmten Strahles durch das Flüssigkeitsprisma, und drehte letzteres und das beobachtende Fernrohr so, daſs die Strahlen nach der andern Seite, vom Nullpunkt aus gerechnet, abgelenkt wurden. Die Hälfte der Differenz beider Ablesungen ist alsdann die gesuchte Ablenkung vom Nullpunkt.

Die Fraunhofer'schen Linien, die in dem schrägen durch die gekreuzten Prismen gebildeten Spectrum gesehen werden, sind in den Theilen des Spectrums, die wenig oder gar nicht absorbirt werden, sehr scharf, wenn, wie angegeben, der Spalt parallel der brechenden Kante des am Objectiv des drehbaren Fernrohrs befestigten Prismas ist.

Ihre Schärfe und Deutlichkeit hängt ja wesentlich von der Güte und Dispersion des benutzten Glasprismas ab. Läſst man aber die Strahlen sehr nahe der Schneide des Flüssigkeitsprismas hindurch gehen, um auch *die* Strahlen noch zu sehen, für die der Absorptionscoefficient der Flüssigkeit schon beträchtlich ist, so daſs also die in den Figuren zur dritten Mittheilung gezeichneten hyperbolischen Aeste des Spectrums vor und hinter dem Absorptionsstreifen sehr lang werden, so sind in diesen Schweifen die Fraunhofer'schen Linien nicht mehr deutlich zu erkennen. Die Ränder des Spectrums, wie die Fraunhofer'schen Linien, sind undeutlich und verwaschen[1]).

Ich habe immer nur von *den* Linien, die ich *deutlich* und *scharf* erkennen konnte, die Brechungsexponenten bestimmt.

Zur Controle für die Messungen mit gekreuzten Prismen habe ich von einzelnen Linien, für die es möglich

1) Trotz vieler Bemühungen habe ich bisher nicht entscheiden können, ob dies Verwaschenwerden der Schweife von unregelmäſsigen Reflexionen und Zerstreuungen der Strahlen an den Glaswänden herrührt, oder ob vielleicht die Strahlen mit groſsem Absorptionscoefficient in den ersten Schichten des Mediums eigenthümlich zerstreut werden, so daſs ihnen gewisser Maaſsen kein bestimmter Brechungsexponent zukommt.

war, die Brechungsexponenten ganz direct nach der gewöhnlichen Methode bestimmt, indem die Strahlen nur durch das Flüssigkeitsprisma gingen und das gekreuzte Glasprisma beseitigt war. Natürlich wurde dann der Spalt vertical gestellt. Der brechende Winkel des benutzten Prisma wurde nach jeder neuen Zusammensetzung und Füllung des Prismas neu bestimmt. Der zur Lösung des Cyanin und Fuchsin benutzte Alkohol hatte bei 15° C. ein specifisches Gewicht von 0,822; die Brechungsexponenten desselben wurden mit dem Hohlprisma von 45° brechendem Winkel 2 mal bestimmt und übereinstimmend für die Fraunhofer'schen Linien die folgenden Werthe gefunden:

	n
a	1,3636
B	1,3642
C	1,3649
D	1,3667
E	1,3692
b	1,3696
F	1,3712
G	1,3750

Es folgen nun die für Cyanin, Fuchsin und Uebermangansaures Kali erhaltenen Resultate.

Ich hätte gern auch noch die Exponenten einer Substanz mit 2 scharfen Absorptionsbanden, z. B. ammoniakalischer Carminlösung bestimmt, indeſs reichen dann die hauptsächlichsten Fraunhofer'schen Linien als bestimmte homogene Strahlen nicht aus, und man muſs noch von einer andern gröſseren Zahl homogener Strahlen die Exponenten bestimmen, wenn man einen Ueberblick über die Dispersion gewinnen will. Dazu bedurfte es noch bestimmter Einrichtungen am Goniometer, die erst künftig getroffen werden können.

I. Cyanin.

Zwei Lösungen werden untersucht, die erste enthielt 1,22 Procent Cyanin; die zweite war concentrirt.

Die Brechungsexponenten mit gekreuzten Prismen bestimmt sind folgende:

	1. Lösung.			2. Lösung.	
	n	Δa		*n*	Δa
A	1,3666	—	*A*	1,3732	—
α	1,3678	+ 42	*α*	1,3756	+ 120
B	1,3691	+ 49	*B*	1,3781	+ 139
C	1,3714	+ 65	*C*	1,3831	+ 182
* *E*	1,3666	— 26	* *E*	1,3658	— 34
* *b*	1,3675	— 21	*b*	—	—
F	1,3713	+ 1	*F*	1,3705	— 7
G	1,3757	+ 7	*G*	1,3779	+ 29
H	1,3793	—	*H*	1,3821	—

Unter Δa sind in Einheiten der 4. Decimale die Differenzen der Brechungsexponenten der Lösungen und des reinen Alkohols angegeben. Die mit * versehenen Fraunhofer'schen Linien konnten nicht ganz so genau eingestellt werden als die andern, so dafs der Brechungsexponent für diese Linien vielleicht um eine oder zwei Einheiten der 4. Decimale weniger genau ist als bei den andern.

Aus den Zahlen erkennt man das Gesetz über den Zusammenhang zwischen Absorption und Brechung sehr deutlich.

Die Strahlen von etwa *E* bis *C* waren völlig absorbirt.

Direct ohne gekreuztes Glasprisma wurden die folgenden Brechungsexponenten erhalten:

	1. Lösung.		2. Lösung.
	n		*n*
A	1,3664	*A*	1,3732
α	1,3678	*α*	1,3754
B	1,3690	*B*	1,3779
G	1,3755	*G*	1,3775
		H	1,3819

Die Zahlen stimmen mit den obigen so gut, als bei der nicht völlig constanten Temperatur zu erwarten ist.

Man sieht aus den mitgetheilten Zahlen auch, was bereits oben erwähnt wurde, dafs bei der concentrirten Cyaninlösung die Linien *G* und *B* sehr nahe zusammenfallen, so jedoch, dafs *B* etwas mehr abgelenkt ist als *G*.

II. Fuchsin.

Eine nicht ganz concentrirte Lösung gab mit gekreuzten Prismen die folgenden Brechungsexponenten:

		n	Δa
	A	1,3818	—
	α	1,3845	+ 209
	B	1,3873	+ 231
	C	1,3918	+ 269
	**D*	1,3982	+ 315
äufserstes nicht absorbirtes Blau; ungefähr *F*	—	1,3613	—
	G	1,3668	— 82
	H	1,3759	—

D ist nicht ganz so sicher eingestellt als die andern Linien.

Direct durch's Flüssigkeitsprisma allein konnten gesehen werden deutlich die Linien *A*, *α*, *B*, *C*, verwaschen *H*, und nur zuweilen und unbestimmt wurde *G* erkannt.

Bei einer Lösung, die etwas mehr Fuchsin enthielt, wurde direct gefunden:

	n
B	1,3898
C	1,3939
H	1,3783

Man sieht, die Zahlen sind wegen der stärkeren Concentration der Flüssigkeit gröfser als die obigen und zwar um 25, 21 und 24 Einheiten der 4. Decimale.

III. Uebermangansaures Kali.

Die untersuchte Lösung war nicht ganz concentrirt; es konnten in dem schrägen Spectrum bei gekreuzten Prismen die einzelnen Absorptionsstreifen im Grün nicht erkannt werden, sondern man sah nur einen einzigen dicken Absorptionsstreif, der den gröfsten Theil des Grün und einen Theil des Blau bedeckte. (cf. dritte Mittheilung Fig. 8.) Es wurden aufser den Exponenten für bestimmte Fraunhofer'sche Linien noch der Exponent derjenigen grünen Strahlen bestimmt, die auf der einen Seite den dunklen Absorptionsstreif begrenzten, in der Tabelle mit a. Gr. (äufserstes Grün) bezeichnet, und derjenigen blauen Strahlen, die auf der andern Seite direct am Absorptionsstreif liegen, bezeichnet mit a. Bl. (äufserstes Blau).

Es wurde gefunden mit gekreuzten Prismen:

	n	Δw
A	1,3377	—
a	1,3386	—
B	1,3397	+ 88
C	1,3408	+ 91
D	1,3442	+ 106
a. Gr.	1,3452	—
a. Bl.	1,3420	—
G	1,3477	+ 64
H	1,3521	+ 79

Unter Δw sind die Differenzen der Brechungsexponenten der Lösung und des reinen Wassers angegeben; für letzteres wurden die Zahlen von Fraunhofer, die sich auf 15° C. beziehen, angenommen[1]).

Direct mit dem Flüssigkeitsprisma allein wurden nur die Exponenten für A und G bestimmt.

1) cf. Wüllner, Physik II, pag. 136. Beer, Einleitung in die höh. Optik, p. 411.

Es ergab sich:

	n
A	1,3378
G	1,3476

Beim Uebermangansauren Kali ist, wie man aus den Zahlen sieht, die Dispersionsanomalie auf die Strahlen in der Nähe des Absorptionsstreifens beschränkt, d. h. nur hier sind Strahlen gröfserer Schwingungsdauer stärker gebrochen als solche kleinerer[1]). Betrachtet man aber das Spectrum, welches ein Hohlprisma mit scharfer brechender Kante, gefüllt mit einer concentrirten Lösung, von Uebermangansaurem Kali erzeugt, so genügt diese Anomalie, um dem Spectrum ein von dem gewöhnlichen Brechungsspectrum wesentlich verschiedenes Aussehen zu geben. Gelb und Blau berühren sich und greifen zum Theil über einander, und über das Ganze ist ein schwaches zerstreutes Grün ausgebreitet. —

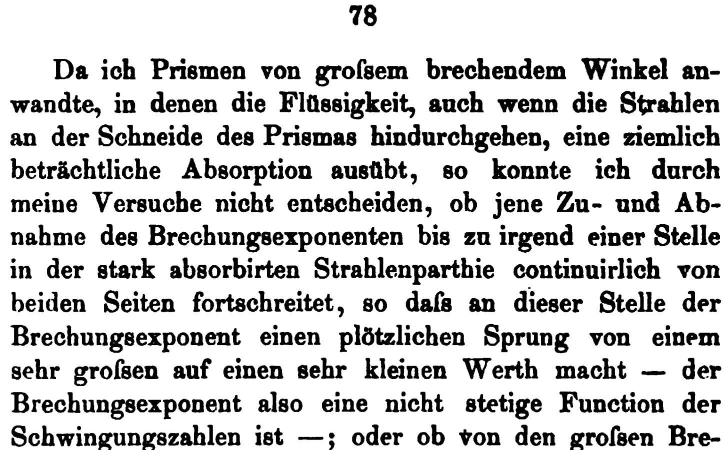
Die stärkste Anomalie in der Dispersion von den obigen 3 Medien zeigt unzweifelhaft dasjenige, bei dem Hr. Christiansen die anomale Dispersion beobachtete, nämlich das Fuchsin. Wenn aber auch meine Zahlen mit denen des Hrn. Christiansen, soweit es sich um den allgemeinen Character der Dispersion handelt, in Uebereinstimmung sind, so findet zwischen denselben ihren absoluten Gröfsen nach doch ein ziemlich beträchtlicher Unterschied statt. Bei den beiden ersten Lösungen und selbst noch zum Theil bei der dritten, die Hr. Christiansen untersuchte, sind die Werthe, die derselbe für die Brechungsexponenten der Strahlen B, C, D erhält, wesentlich gröfser und diejenigen für G und H wesentlich kleiner

1) In meiner ersten Mittheilung (Diese Ann. Bd. 142) gab ich an: „Mit Uebermangansaurem Kali und Carmin wollte es mir anfangs durchaus nicht gelingen, ein umgekehrtes Spectrum (Roth mehr abgelenkt als Blau) zu erhalten. Ich brachte schliefslich in die möglichst concentrirten Lösungen noch fein zertheilte Substanz u. s. w." Es dürften damals also die festen Partikelchen nicht ganz ohne Einflufs gewesen seyn.

als diejenigen, die ich oben gegeben, obgleich die von mir benutzte Lösung nahezu concentrirt war. Wenngleich die Genauigkeit der Beobachtungsmethode des Hrn. Christiansen, wie derselbe selbst angiebt und aus den mitgetheilten Tabellen ersichtlich ist, nicht sehr weit geht, so scheinen doch die Differenzen zwischen unsern Zahlen die Beobachtungsfehler zu überschreiten. Die von mir gegebenen Zahlen sind, wie bereits oben bemerkt wurde, gröfstentheils bis auf etwa 2 Einheiten der 4. Decimale für die betreffende Lösung und die gerade vorhandene Temperatur genau. Ich glaube, dafs die Differenz daher rührt, dafs Hr. Christiansen und ich verschiedenes Fuchsin benutzten. Das von mir angewandte war gewöhnliches käufliches Fuchsin. Es wird in der Folge nöthig seyn, möglichst chemisch reine und genau bestimmte Stoffe anzuwenden[1]).

Aber noch in anderer Hinsicht nöthigen die Zahlen des Hrn. Christiansen für das Fuchsin, wenn man auf sie die allgemeinen Resultate meiner eigenen Versuche anwendet, zu einigen Bemerkungen. Das Gesetz über den Zusammenhang zwischen Absorption und Brechung, welches ich aus meinen Versuchen in meiner zweiten Mittheilung ableitete (cf. auch dritte Mittheilung. Diese Ann. Bd. 144, pag. 131), sagt nur aus, dafs mit Annäherung an eine absorbirte Strahlenparthie von der einen oder andern Seite der Brechungsexponent sehr stark zu oder abnimmt.

1) Die Vermuthung, es könne die Differenz in unseren Beobachtungen daher rühren, dafs Hr. Christiansen Prismen mit einem brechenden Winkel von nur wenigen Graden anwandte, ich selbst aber ein Hohlprisma von 45°; d. h. es möchte der Brechungsexponent bei diesen optisch so merkwürdigen Körpern vom Einfallswinkel abhängen, habe ich, soweit es mit meinen Prismen möglich war, durch einen Versuch geprüft. Es wurde der Exponent der Linie *C* beim Fuchsin mit dem Prisma von 45° und demjenigen von 25° brechendem Winkel bestimmt. Für diese beiden brechenden Winkel ergab sich *kein merklicher* Unterschied des Brechungsexponenten. Das schliefst indessen nicht aus, dafs der Brechungsexponent bei sehr spitzen Prismen sich ändere.



Da ich Prismen von großsem brechendem Winkel anwandte, in denen die Flüssigkeit, auch wenn die Strahlen an der Schneide des Prismas hindurchgehen, eine ziemlich beträchtliche Absorption ausübt, so konnte ich durch meine Versuche nicht entscheiden, ob jene Zu- und Abnahme des Brechungsexponenten bis zu irgend einer Stelle in der stark absorbirten Strahlenparthie continuirlich von beiden Seiten fortschreitet, so daſs an dieser Stelle der Brechungsexponent einen plötzlichen Sprung von einem sehr groſsen auf einen sehr kleinen Werth macht — der Brechungsexponent also eine nicht stetige Function der Schwingungszahlen ist —; oder ob von den groſsen Brechungsexponenten auf der einen Seite der Strahlenparthie mit starker Absorption zu den kleinen auf der andern Seite ein stetiger Uebergang stattfindet.

Das Fuchsin nun absorbirt in concentrirter Lösung bei einer Dicke der Schicht von weniger als 1^{mm} die Strahlen von etwas kürzerer Schwingungsdauer als *D*, bis in das Blaue hinein, etwa bis *F*. Nach dem von mir ausgesprochenen Gesetz muſs also der Brechungsexponent von *A* bis *D* und über *D* hinaus ***stark zunehmen***, von *H* bis etwa *F* ***stark abnehmen***, so daſs *D* einen gröſseren Brechungsexponenten hat als die blauen Strahlen ungefähr bei *F*.

Eine solche starke Zunahme des Brechungsexponenten bis *D* und eine starke Abnahme von *H* bis etwa *F* zeigen nun sowohl meine Versuche, wie die des Hrn. Christiansen[1]).

Die Strahlen zwischen $G\frac{1}{2}F$ und *D* zeigen aber in den Tabellen des Hrn. Christiansen Exponenten, die zwischen denen der Strahlen *D* und $G\frac{1}{2}F$ liegen. Es würde hiernach den Anschein gewinnen, als ob in den stark absorbirten Strahlen ein stetiger Uebergang von den groſsen Brechungsexponenten bei *D* zu den kleinen bei $G\frac{1}{2}F$ stattfinde. Es ist indessen zu bemerken, daſs das

1) Die Abnahme geht bei Hr. Christiansen nicht bis *F* selbst, sondern nur bis etwa $F\frac{1}{2}G$.

Fuchsin nicht *ein*, sondern zwei *Absorptionsmaxima* in dem Raume zwischen *D* und *F* zeigt. Es scheint diese Thatsache bisher Allen, welche die Absorption des Fuchsin untersuchten, entgangen zu seyn[1]).

Nimmt man eine sehr dünne Schicht einer schwach gefärbten Fuchsinlösung, oder ein sehr schwach mit Fuchsin gefärbtes Gelatine-[2]) oder Collodiumblättchen, so erkennt man bei Sonnen- wie Lampenlicht mit einem Spectroskop deutlich zwei Absorptionsmaxima, das eine stärkere liegt zwischen *D* und *E*, das andere zwischen *b* und *F*. Die Strahlen bei *E* und *b* liegen etwa in der Mitte der helleren Strahlenparthie, die von den beiden schwachen Absorptionsstreifen eingeschlossen ist.

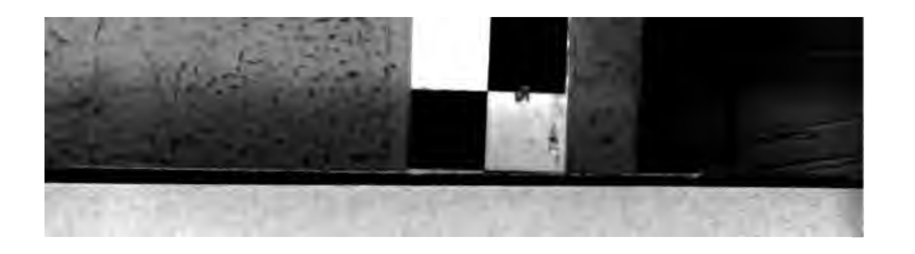
Es ist gut, bei den Beobachtungen ein Spectroskop von nicht zu starker Dispersion und nicht zu stark vergröſserndem Fernrohr anzuwenden.

Nach dem Obigen und nach dem von mir ausgesprochenen Gesetz müſste also beim Fuchsin bei *D* der Brechungsexponent sehr groſs, für blaue Strahlen etwa bei *F* sehr klein seyn, für *E* und *b* irgend einen mittleren Werth haben, der von *E* nach *D* hin abnimmt, von *E* oder *b* nach *F* hin zunimmt.

Diese Vermuthung läſst sich an den Zahlen des Hrn. Christiansen nicht mit Bestimmtheit prüfen, da dieselben mit zu groſsen Fehlern behaftet sind, indem die Werthe von $n - n_g$ für ein und dieselbe Lösung, mit verschiedenen Prismen bestimmt, Abweichungen von mehreren Einheiten der zweiten Decimale zeigen (öfter 3 Einheiten, sey *D* Lösung I. sogar über 5 Einheiten der zweiten Decimale). In directem Widerspruch sind übrigens die Zah-

1) cf. Melde: Ueber Absorption des Lichtes bei farbigen Flüssigkeiten. Pogg. Ann. Bd. 126, S. 264—285. Haerlin: Verhalten einiger Farbstoffe im Sonnenspectrum. Pogg. Ann. Bd. 118, pag. 74. Es ist hier Rosein untersucht (Anilinroth); wohl nicht wesentlich verschieden von Fuchsin.

2) Lommel: Gefärbte Gelatineblättchen als Objecte für das Spectroskop. Pogg. Ann. Bd. 143, S. 656.



len des Hrn. Christiansen durchaus nicht mit dem verlangten Gang der Brechungsexponenten zwischen *D* und *F*½*G*.

Die Entscheidung darüber, ob wirklich auch hier das von mir ausgesprochene Gesetz gilt, wie ferner darüber, wie überhaupt die Brechungsexponenten der Strahlen auf der einen Seite einer stark absorbirten Strahlenparthie in diejenigen der Strahlen auf der andern Seite übergehen, ob stetig oder mit einem Sprung (oder ob, wie oben angedeutet, den stark absorbirten Strahlen vielleicht überhaupt kein bestimmter Brechungsexponent zukommt, sondern dieselben in eigenthümlicher Weise zerstreut werden), mufs so lange unentschieden bleiben, bis weitere genaue Versuche mit Prismen von sehr kleinem brechendem Winkel vorliegen.

Würzburg, Novemb. 1871.

IV. *Versuch einer Erklärung der anomalen Farbenzerstreuung;* *von Oskar Emil Meyer.*

In dieser Abhandlung will ich eine Theorie mittheilen, welche ich bereits im Jahre 1863 zur Erklärung der damals nur bei den Metallen und beim Joddampf bekannten anomalen Farbenzerstreuung entworfen habe. Ich habe sie bis jetzt nicht veröffentlicht, weil sie mir noch ungenügend erschien. Ich glaube sie aber jetzt, wo die Entdeckung der anomalen Dispersion bei einer sehr grofsen Zahl von Stoffen die allgemeine Aufmerksamkeit auf diesen Gegenstand gelenkt hat, nicht mehr zurückhalten zu dürfen.

Die anomale Dispersion des Lichtes scheint nur bei solchen Körpern vorzukommen, welche das Licht sehr

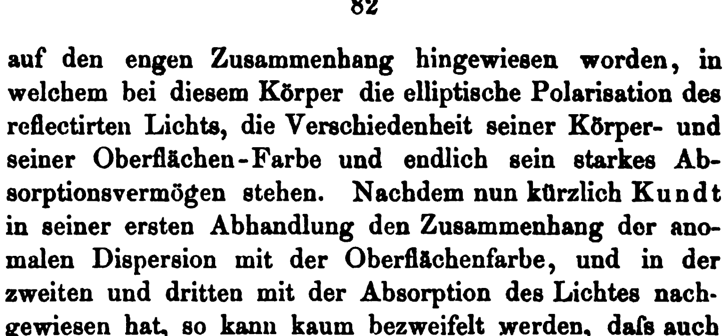


stark absorbiren, so dafs sie fast undurchsichtig sind. Dieses Zusammentreffen ist um so auffallender, als zugleich noch einige andre optische Eigenschaften fast immer mit jenen beiden vereinigt vorkommen. Die Körper zeigen nämlich zugleich elliptische Polarisation des reflectirten Lichtes und häufig eine von der Körperfarbe verschiedene Oberflächenfarbe.

Dafs elliptische Polarisation und anomale Dispersion sich bei den Metallen vereinigt finden, hat Brewster beobachtet[1]). In Cauchy's[2]) Theorie der Metallreflexion erscheint die elliptische Polarisation als nothwendig mit starker Absorption, d. h. mit Undurchsichtigkeit verbunden; dies lehrt die Gestalt seiner Formeln, in denen zu den periodischen Functionen, welche die Schwingungen darstellen, noch Exponentialfunctionen treten, welche den Grad der Schwächung des Lichts messen. Von mehreren Metallen, vor allen vom Golde, ist ferner bekannt, dafs sie das Licht in andrer Färbung durchlassen, als sie es reflectiren, d. h. dafs sie verschiedene Körper- und Oberflächen-Farbe besitzen.

Dieselbe Zahl von Eigenschaften findet sich aufser bei den Metallen noch bei einer andern Klasse von Körpern vereinigt, nämlich bei den vielen stark gefärbten Stoffen, deren anomale Dispersion von Leroux[3]), Christiansen[4]), Kundt[5]) und Soret[6]) beobachtet worden ist. Unter diesen Körpern ist vor allen das Carthamin als diejenige Substanz zu nennen, von der alle jene Eigenschaften deutlich nachgewiesen sind. Es ist sogar schon von Stokes[7])

1) *Phil. Tr. 1830. p. 325.* Pogg. Ann. Bd. 21. 1831.
2) *Compt. r. T. 8. p. 553. 1839.* Vergl. Beer, Pogg. Ann. Bd. 91, S. 561. 1854; u. F. Eisenlohr, Pogg. Ann. Bd. 104, S. 368. 1858.
3) *C. r. T. 55. p. 126.* Pogg. Ann. Bd. 117, S. 659. 1862.
4) Pogg. Ann. Bd. 143, S. 250. 1871.
5) Pogg. Ann. Bd. 142, S. 163; Bd. 143, S. 259; Bd. 144, S. 128. 1871.
6) *Arch. d. sc. phys. Mars 1871.* Pogg. Ann. Bd. 143. S. 325.
7) *Phil. mag. Vol. 6. 4th ser. 1853. p. 393.* Pogg. Ann. Bd. 91, S. 300.



auf den engen Zusammenhang hingewiesen worden, in welchem bei diesem Körper die elliptische Polarisation des reflectirten Lichts, die Verschiedenheit seiner Körper- und seiner Oberflächen-Farbe und endlich sein starkes Absorptionsvermögen stehen. Nachdem nun kürzlich Kundt in seiner ersten Abhandlung den Zusammenhang der anomalen Dispersion mit der Oberflächenfarbe, und in der zweiten und dritten mit der Absorption des Lichtes nachgewiesen hat, so kann kaum bezweifelt werden, daſs auch bei nichtmetallischen Körpern alle diese Eigenschaften zugleich vorkommen.

Es liegt nahe, die auffallendste unter diesen Eigenschaften, welche am deutlichsten sich bei *allen* zeigt, als die ursächliche anzusehen; das ist ihre Undurchsichtigkeit. Man wird diese am einfachsten durch die Hypothese eines Widerstandes erklären, den die oscillirenden Aethertheilchen in solchen Medien erleiden. Dieser Widerstand muſs von der Geschwindigkeit der Theilchen abhängen und mit ihnen verschwinden. Unter der Voraussetzung kleiner Amplituden und in Folge davon geringer Geschwindigkeit der Schwingungen erscheint die Annahme, daſs diese Widerstandskräfte den Geschwindigkeiten proportional seyen, ganz unbedenklich.

Ein desto gewichtigerer Zweifel aber muſs sich darüber erheben, ob der Sitz der angenommenen Kraft in der ponderabeln Materie gelegen sey, oder ob die Kraft auf ein oscillirendes Aethertheilchen von den benachbarten Aethertheilchen ausgeübt werde. Im ersteren Falle darf man unbedenklich die ponderabeln Theilchen, welche die Kraft ausüben, als unbewegt ansehen und hat demgemäſs diese Kraft der *absoluten* Geschwindigkeit des Aethertheilchens, welches ihre Einwirkung erleidet, proportional zu setzen. Im andern Falle dagegen muſs man, wenn man die Kraft als eine Wechselwirkung der schwingenden Aethertheilchen ansieht, ihren Werth den *relativen* Geschwindigkeiten derselben proportional setzen. So führt diese letztere Hypothese zur Annahme einer *inneren Rei-*

bung im Lichtäther halbdurchsichtiger Medien, während die erstere Hypothese eine Kraft einführt, welche sich mit der sogenannten *äufseren* Reibung der Flüssigkeiten vergleichen liefse.

Die Differentialgleichung für eine ebene Wellenbewegung lautet bekanntlich

$$\frac{d^2 v}{d t^2} = \mu^2 \frac{d^2 v}{d x^2} .$$

In derselben bedeutet v die Verrückung, welche zur Zeit t in einer Ebene besteht, die sich in der Entfernung x vom Ursprunge der Wellen befindet; μ ist eine Constante. Die Gleichung wird aufgelöst durch die Formel

$$v = A \cos(\alpha t - \beta x) + B \sin(\alpha t - \beta x),$$

in welcher A, B, α, β constante Gröfsen sind. Die beiden letzteren stehen in der Beziehung, dafs

$$\alpha = \mu \beta$$

ist; und diese Beziehung lehrt, dafs μ die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen ist; nimmt man diejenige des leeren Raumes zur Einheit an, so ist also der Brechungsquotient

$$n = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{1}{\mu} .$$

Die obige Differentialgleichung ist nach der neuen Hypothese durch ein hinzugefügtes Glied zu vervollständigen, welches entweder

$$- \varkappa \frac{dv}{dt} \quad \text{oder} \quad \nu \frac{d^3 v}{dt\, dx^2}$$

lautet, je nachdem die eine oder die andre Hypothese angenommen wird; $\varkappa$ und ν sind constante Gröfsen von positivem Werthe; die letztere, ν, hat Stokes mit dem Namen Reibungsindex[1]) belegt, erstere könnte man analog den Index der äufseren Reibung des Aethers an den ponderabeln Molekülen nennen.

Nach der ersten der beiden Hypothesen also hat man zu setzen

1) *Cambr. phil. Tr. Vol. 9. Part. 2. S. 17.*

$$\frac{d^2 v}{dt^2} = \mu^2 \frac{d^2 v}{dx^2} - \varkappa \frac{dv}{dt}.$$

Diese Gleichung wird durch die Function

$$v = [A \cos(\alpha t - \beta x) + B \sin(\alpha t - \beta x)]\, e^{-\gamma x}$$

erfüllt, wenn zwischen den Constanten α, β, γ die Relationen

$$\alpha^2 = \mu^2 (\beta^2 - \gamma^2)$$
$$\varkappa \alpha = 2 \mu^2 \beta \gamma$$

bestehen. Hieraus erhält man

$$2\mu^2 \beta^2 = \alpha^2 (1 + \sqrt{1 + \varkappa^2 \alpha^{-2}})$$

und weiter zur Bestimmung des Brechungsquotienten n, wenn man die Geschwindigkeit des Lichts im leeren Raume zur Einheit wählt,

$$n^2 = \frac{\beta^2}{\alpha^2} = \frac{1}{2\mu^2} (1 + \sqrt{1 + \varkappa^2 \alpha^{-2}}).$$

Setzt man nun

$$\alpha T = 2\pi,$$

so ist T die Undulationszeit des Strahles; diese aber ist, bei der getroffenen Wahl der Einheit der Geschwindigkeit, gleich der Wellenlänge λ im leeren Raume,

$$T = \lambda,$$

so dafs man auch

$$\alpha \lambda = 2\pi$$

setzen darf. Man hat also nach dieser Hypothese

$$n^2 = \frac{1}{2\mu^2} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\varkappa \lambda}{2\pi}\right)^2} \right\}.$$

Nach dieser Formel nimmt mit wachsendem Werthe der Wellenlänge λ das Brechungsverhältnifs n ebenfalls zu. Dieses Gesetz ist dem gewöhnlichen Dispersionsgesetz gerade entgegengesetzt, es enthält also anomale Dispersion.

Zu einem ganz ähnlichen Ergebnifs führt die andre Theorie, welche eine innere Reibung des Aethers annimmt. Die Differentialgleichung lautet hier

$$\frac{d^2 v}{dt^2} = \mu^2 \frac{d^2 v}{dx^2} + \nu \frac{d^3 v}{dt\, dx^2}.$$

Auch diese Gleichung wird durch die Function

$$v = [A \cos(\alpha t - \beta x) + B \sin(\alpha t - \beta x)]\, e^{-\gamma x}$$

integrirt; jedoch haben α, β, γ die Gleichungen

$$\alpha^2 = \mu^2 (\beta^2 - \gamma^2) + 2\nu\alpha\beta\gamma$$
$$0 = 2\mu^2 \beta\gamma - \nu\alpha(\beta^2 - \gamma^2)$$

zu erfüllen. Hieraus folgt für den Brechungsquotienten n

$$n^2 = \frac{\beta^2}{\alpha^2} = \tfrac{1}{2}\frac{\mu^2}{\mu^4 + \nu^2\alpha^2} + \tfrac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{\mu^4 + \nu^2\alpha^2}},$$

so dafs also auch nach dieser Theorie, wenn wiederum

$$\alpha\lambda = 2\pi$$

gesetzt wird, für den Brechungsquotienten n sich ein Ausdruck

$$n^2 = \tfrac{1}{2}\frac{\mu^2}{\mu^4 + \left(\frac{2\pi\nu}{\lambda}\right)^2} + \tfrac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{\mu^4 + \left(\frac{2\pi\nu}{\lambda}\right)^2}}$$

ergiebt, welcher mit wachsender Wellenlänge λ selber zunimmt.

Demnach erklären beide Theorien die anomale Dispersion des Lichtes, und zwar erklären sie beide aus Hypothesen, welche ihre Berechtigung in der Undurchsichtigkeit des Mediums finden. Zugleich ergiebt sich aus beiden Theorien die elliptische Polarisation des Lichtes; denn die Formel

$$v = [A \cos(\alpha t - \beta x) + B \sin(\alpha t - \beta x)]\, e^{-\gamma x}$$

ist gerade diejenige Formel, auf welche Cauchy seine Theorie der Metallreflexion gegründet hat.

Die Theorien lassen uns aber in einem wichtigen Punkte im Stiche. Es ergiebt sich aus den Werthen von γ in beiden Fällen, dafs das Licht kürzerer Wellenlängen stärker absorbirt wird, als dasjenige gröfserer Wellenlängen. Jene Körper müfsten also im durchfallenden Lichte sämmtlich roth erscheinen.

Anzahl von Phänomenen, die sonst ohne Zusammenhang bleiben, werde in ihrer einstweilen hypothetischen Form zu entschuldigen sein.

Beobachtungen über die Interferenz bei grofsen Gangunterschieden.

Ein durch zwei parallele Ebenen begrenztes Medium erzeuge durch Reflexion an seinen beiden Grenzflächen Interferenzen in senkrecht auffallendem homogenem Lichte. Der Abstand der Grenzflächen sey D, die Wellenlänge des Lichtes λ, sein Brechungscoefficient n. Unter dieser Voraussetzung ist die Phasendifferenz des interferirenden Lichtes, wenn von dem Verlust $\frac{1}{2}\lambda$ an der ersten Fläche abgesehen wird,

$$\varphi = 2D\frac{n}{\lambda}$$

Aendert sich durch irgend welche Einwirkung die Wellenlänge des Lichtes allein um $\delta\lambda$, so wird die Aenderung der Phasendifferenz

$$\delta\varphi = 2D\frac{n}{\lambda^2}\delta\lambda,$$

wobei $\delta\varphi$ immer positiv zu nehmen ist, wenn die Verschiebung der Fransen in dem Sinne geschieht, als wäre die Dicke des Mediums vermindert worden. Beobachtet man an den Newton'schen Gläsern, so ist dies unmittelbar anzugeben: die positive Bewegung zielt vom Centrum weg gegen die äufseren Fransen hin. Beobachtet man an einem Planglase, so mufs der Sinn der Bewegung erst besonders (z. B. durch ein Sphärometer) ermittelt werden.

Nun ist aber die Wellenlänge durch Fortpflanzungsgeschwindigkeit *und* Schwingungsdauer bestimmt. Aus einer Aenderung derselben kann also ohne Weiteres weder ein Schlufs auf die eine, noch ein solcher auf die andere dieser Gröfsen gezogen werden. Es ist vielmehr erst zu entscheiden, welche von ihnen die Aenderung der Wellenlänge herbeigeführt hat. Wenn ein elastisches Medium die Schwingungen nur fortpflanzt, so ist die Schwingungs-

dauer in ihm immer identisch mit der Schwingungsdauer der oscillirenden Quelle. Aenderungen der Wellenlänge, die bei constanter Lichtquelle beobachtet werden, beruhen somit auf Aenderungen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Wird umgekehrt die Lichtquelle variirt, so werden im Allgemeinen sowohl Aenderungen der Schwingungsdauer als reine Aenderungen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu Aenderungen der Wellenlänge führen. Die Trennung dieser Wirkungen führt auf einen Controlversuch unter Constanz der Lichtquelle und entsprechender Variation der Helligkeit in der Lichtbahn.

Anderseits könnte eine Aenderung der Phase bei der Reflexion und Brechung zu einer Fransenverschiebung führen, die nicht einmal auf einer Aenderung der Wellenlänge beruhte. Eine solche Wirkung kann aber leicht an ihrer Unabhängigkeit vom Phasenunterschiede der interferirenden Strahlen erkannt werden.

Ist als Ursache der Fransenverschiebung eine reine Aenderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit (bei constanter Schwingungsdauer) nachgewiesen, so ergiebt sich sofort die verhältnifsmäfsige Aenderung der Wellenlänge

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda}{2Dn}\,\delta\varphi = \frac{\delta\varphi}{\varphi}.$$

Die letztere ist aber identisch mit der verhältnifsmäfsigen Aenderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit, v. Diese bestimmt sich also durch den Ausdruck

$$\frac{\delta v}{v} = \frac{\delta\varphi}{\varphi} \qquad (1)$$

Die Gröfse φ kann bekanntlich den Werth 50000 erreichen. Nimmt man an, dafs man eine Verschiebung der Fransen um $\frac{1}{20}$ des Abstandes zweier (gleich heller) Fransen noch erkennen kann, so würde sich für den Nachweis einer Aenderung der Wellenlänge eine Genauigkeit von $1.10^{-6}\,\lambda$ ergeben. Aber der angeführte Werth von φ ist nur beim Lichte des Natriums erreicht worden, die Maximalwerthe der andern Lichtquellen liegen tiefer. Weiter macht es die in der vorliegenden Untersuchung

speciell geforderte Variation der Helligkeit nöthig, bei geringeren Phasendifferenzen zu beobachten, als es bei den kleinsten Helligkeiten des Lichtes sonst möglich ist. Dieser Umstand vermindert die Genauigkeit der Beobachtung auf die Hälfte. Die kleinste bei grofsen Gangunterschieden mit Sicherheit noch nachzuweisende Aenderung der Wellenlänge ist daher hier $2.10^{-6} \lambda_n$, was einer absoluten Gröfse von $1{,}178.10^{-9}$ Millimeter entspricht. Die Lichtgeschwindigkeit ist nach Fizeau 313.10^6, nach Foucault 298.10^6 Meter; die im Folgenden noch nachweisbaren Aenderungen derselben wären somit etwa 600 Meter.

H. Fizeau hat zuerst in seiner „Untersuchung über die Modificationen, welche das Licht in Glas und mehreren andern Körpern unter dem Einflusse der Wärme erleidet", und später bei seinen Bestimmungen der Ausdehnung fester Körper, die Methode der Interferenzen bei grofsen Gangunterschieden angewandt[1]). E. Ketteler hat nach derselben Methode die Wellenlängen von Natrium, Lithium und Thallium verglichen[2]). Der Apparat, den ich benutzte, ist der folgende.

Das Licht der glühenden Dämpfe und leuchtenden Gase ist in der Regel nicht homogen, und wenn auch ihr Spectrum nur von einem Streifen gebildet wird, so kommt doch noch das Licht der Flamme hinzu, in welcher sie glühen. Anderseits ist die Vergröfserung der Dichtigkeit und Temperatur derselben oft mit einer Vermehrung der Anzahl der Linien des Spectrums verbunden. Damit nun diese Verhältnisse die Beobachtung der Interferenzen bei grofsen Gangunterschieden nicht stören, werden passend die übrigen Wellen aus dem interferirenden Lichte ausgeschieden. Ich habe deshalb das Licht des Dampfes oder Gases prismatisch zerlegt und von dem reinen objectiven Spectrum durch einen Schirm alles Licht bis auf dasjenige

1) *H. Fizeau, Ann. de chim. et de phys. (3) 66, S. 429.* Pogg. Ann. 119, S. 87.

2) E. Ketteler, Beobachtungen über die Farbenzerstreuung der Gase. Bonn 1865.

der betreffenden Spectrallinie abgeblendet. Von dieser Spectrallinie wurde durch ein Linsensystem ein reelles Bild auf der Hypotenusenfläche eines kleinen Prismas entworfen, das sich im Brennpuncte einer über den Interferenzgläsern angebrachten Convexlinse befand: dieses Bild war die eigentliche Lichtquelle.

Als Interferenzsystem benutzte ich meist zwei Newton'sche Linsen von 85^{mm} Durchmesser: ein Planglas von 9,75 und ein Convexglas von 15^{mm} Dicke. Auf einander gelegt, gaben diese Gläser regelmäfsige kreisförmige Fransen, deren innerste für Natriumlicht in einem Abstand von 5^{mm} auf einander folgten. — In einigen Fällen erzeugte ich die Interferenzen auch an planparallelen Gläsern von Crown, welche dieselben in schönster Regelmäfsigkeit als concentrische Bogen von etwa 6^{mm} gegenseitigem Abstande erzeugten. Die Dicke dieser Gläser war $5{,}10\,31^{mm}$; ihr Brechungscoefficient für Natriumlicht 1,529 791.

Die geeignete Entfernung der Newton'schen Gläser stellte ich mit Hülfe eines Quecksilberniveau her. Der Apparat, welcher dazu diente, ist in Fig. 1 und 2 der Tafel I. abgebildet. Auf einem kreisförmigen eisernen Tischchen, das durch drei Stellschrauben auf ebenen eisernen Unterlagen eingestellt wird, ruht ein rechteckförmiges, ziemlich flaches Stahlgefäfs *A*, dessen Wände innen vollkommen eben und darum recht massiv hergestellt sind. Die Seitenwände des Gefäfses sind durch die Schrauben *aa*, die zugleich als Füfse dienen, mit dem Boden in feste Verbindung gebracht; die eine derselben ist durchbohrt, und trägt aufsen einen zweifach durchbrochenen Hahn *b*. — Im Innern dieses Gefäfses ruht auf zwei prismatischen, ebenfalls vollkommen eben gearbeiteten Säulchen ein Stahlring *dd*. Drei ihn durchdringende horizontale Stellschrauben *eee* fixiren das obere (Plan) Glas; drei verticale, *fff*, fixiren prismatische Säulchen *g*, welche wieder von horizontalen Schrauben durchdrungen sind; die letzteren dienen zur Fixirung des untern (convexen) Glases. Eines der Säulchen *g* ist vorläufig weggenommen.

Das Gefäfs *A* wird mit vollkommen reinem Quecksilber gefüllt; auf diesem schwimmen, innerhalb des Ringes *dd* die beiden auf einander gelegten Newton'schen Linsen, deren unterste Fläche zur Verhütung der Reflexion am Quecksilber mit Tusche übertragen ist. Die dritte Linse, von ebenfalls 85^{mm} Oeffnung und 19^{cm} Focallänge, ist mit Hülfe dreier Stellschrauben auf dem Ringe *d* eingestellt; zwischen ihr und dem Planglas ist ein Fadenkreuz angebracht. Der Apparat zeigt jetzt die Fransen bei den kleinsten Gangunterschieden. — Das Planglas wird nun mittelst der drei Stellschrauben *eee* fixirt; die untere Linse kann dann mit Hülfe des Quecksilberniveau sich selbst parallel gesenkt werden. Hiezu fliefst passend zuerst etwa so viel Quecksilber heraus, als das Gewicht des Planglases beträgt; hernach wird, zur Lösung der Adhäsion, die untere Linse hervorgeschoben, wozu der Ring *dd* etwas excentrisch im Gefäfse *A* angebracht ist. Wieder zurückgeschoben, entfernt sich jetzt die Linse beim weitern Abfliefsen des Quecksilbers ohne Schwierigkeit vom Planglase. Sollten dabei in Folge einer Abweichung von vollkommener Centrirung die Fransen nach einer Seite hin verschwinden, so können sie mit Hülfe der entsprechenden Stellschraube des Tischchens leicht wieder zum Vorschein gebracht werden. — Ist auf diese Weise die untere Linse in die passende Entfernung von der obern gebracht, so wird das fehlende Säulchen *g* angeschraubt und durch die Schraube *h* auch das schwimmende Glas, das sonst bei den geringsten Erschütterungen immer schwankt, an drei Puncten fixirt.

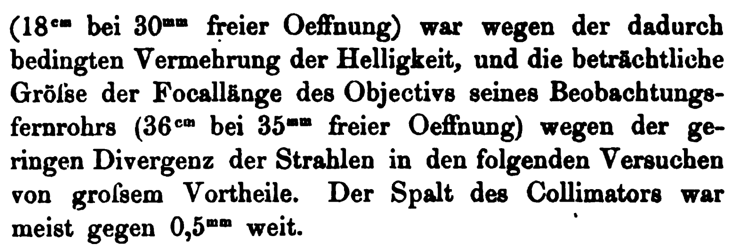
Die Einstellung ist dann eine vollkommen stabile: die Beobachtung ist zu jeder Tageszeit ohne irgend welche Schwankung der Ringe möglich und die Einstellung braucht während einer Versuchsreihe, selbst wenn sie eine Reihe von Tagen in Anspruch nimmt, nicht geändert zu werden. Die ebene Beschaffenheit der innern Flächen des Gefäfses ermöglicht eine genaue Messung des Abstandes der Gläser mit Hülfe des Gewichtes des ausgeflossenen Quecksilbers,

wenn die linearen Dimensionen des Gefäfses und das Gewicht des Planglases bekannt sind.

Fig. 3 Taf. I zeigt, wie das Licht auf die Interferenzgläser im Gefäfse *A* geleitet wird. Ein durch drei Stellschrauben einzustellender Schirm mit beweglichen Gravesand'schen Schneiden steht im Orte des reellen Spectrums, welches von dem Objectiv des Beobachtungsfernrohres am Spectralapparat entworfen wird; die zu untersuchende Spectrallinie fällt in den geöffneten Spalt dieses Schirmes. — Das Linsensystem *ii* des Tubus *B* entwirft von der Spectrallinie ein Bild auf der Hypotenusenfläche des kleinen Reflexionsprismas *k*, welches im Brennpunct der Collimatorlinse des Interferenzsystems steht. Ist hinreichende Helligkeit vorhanden, so darf das Licht unter beträchtlicher Oeffnung gegen diese Linsen strömen und das System *i* ein stark collectives seyn; ist die zu untersuchende Lichtmenge gering, so benutzt man passender eine Convexlinse mit gröfserer Brennweite, welche in der Mitte zwischen Prisma *k* und Schirm unter sehr geringer Oeffnung der Strahlen ein dem Spalte gleiches Bild auf dem Prisma erzeugt. — Das Prisma *k* und die Collimatorlinse des Interferenzsystemes werden so eingestellt, dafs das in der Brennebene der letzteren liegende reflectirte Bild in die Nähe des Prisma fällt. Das unmittelbar über diesem Bilde befindliche Auge sieht dann, je nach der Oeffnung der Strahlen, ein gröfseres oder geringeres Interferenzfeld.

Wurden die Fransen durch ein Steinheil'sches Planglas erzeugt, so lag das letztere auf dem geschwärzten Objecttisch eines Mikroskops. Die grofse Collimatorlinse war dabei ersetzt durch eine andere von geringerer Oeffnung (58^{mm}), die übrigens eine ähnliche Focallänge besafs ($21,5^{cm}$). Es genügt, eine solche Linse, an der untern Seite mit einem Fadenkreuz versehen, einfach auf das Planglas zu legen.

Der angewandte Spectralapparat enthielt ein Merz-sches Prisma von 60^{0} brechendem Winkel und $41,5^{mm}$ Oeffnung. Die Kürze der Focallänge seiner Collimatorlinse



(18^{cm} bei 30^{mm} freier Oeffnung) war wegen der dadurch bedingten Vermehrung der Helligkeit, und die beträchtliche Gröfse der Focallänge des Objectivs seines Beobachtungsfernrohrs (36^{cm} bei 35^{mm} freier Oeffnung) wegen der geringen Divergenz der Strahlen in den folgenden Versuchen von grofsem Vortheile. Der Spalt des Collimators war meist gegen 0,5^{mm} weit.

Die glühenden Dämpfe wurden in der ursprünglichen Weise von Kirchhoff und Bunsen durch Glühen einer Perle in der nicht leuchtenden Gasflamme gewonnen. Je nach der Tiefe, bis zu welcher man diese Perle vom Rande der Flamme her hineinschob, variirte die Dampfmenge innerhalb eines beträchtlichen Intervalles.

Das Leuchten der Gase in den Geifsler'schen Röhren wurde durch den Inductionsfunken eines kleinern Ruhmkorff erzeugt, dessen Interruptor durch eine Stimmgabel mit 60 Schwingungen in der Secunde ersetzt war. Zur primären Rolle des Inductionsapparates bildete ein Rheostat eine Nebenschliefsung, so dafs die Stärke des Inductions-Stromes variirt werden konnte. Für den Kettenstrom benutzte ich gewöhnlich 5—6 Grove'sche Elemente.

Verschiebung der Fransen bei Variation der Masse des glühenden Dampfes.

Die anzustellenden Versuche beruhen in der Beobachtung der Lage der Fransen bei verschiedener Helligkeit des interferirenden Lichtes. Es lag auf der Hand, eine solche Variation der Helligkeit durch Aenderung der Zahl der leuchtenden Theilchen herzustellen. Beobachtet man beim Lichte eines in der nichtleuchtenden Gasflamme glühenden Dampfes, so ändert sich nun die Masse des letzteren mit der Lage der Perle im Saume der Flamme, was zum Theil auf einer Aenderung der Dichtigkeit des glühenden Dampfes, zum Theil auf einer Aenderung der Dicke seiner Schicht beruht. Eine Aenderung der Temperatur ist wohl nicht anzunehmen.

Mit jeder Aenderung der Lage der Perle ist nun eine Verschiebung der Fransen verbunden. Schiebt man die Perle tiefer in den Saum der Flamme und steigert damit die Dampfmenge und die Helligkeit, so bewegen sich die Fransen in positiver Richtung. Beobachtet man an den Newton'schen Gläsern, so zielt die Bewegung vom Centrum weg, gegen die äufseren Fransen hin.

Die Verschiebung zeigt sich schon bei einer Phasendifferenz von etwa 10000 Undulationen; sie kann hier die Gröfse der halben Entfernung zweier Fransen erreichen. Bei dieser Einstellung der Gläser, wo ihr Abstand 3,5^{mm} betrug, gelang mir die Beobachtung für Natrium, Lithium und Thallium; das Natrium war als Chlorverbindung, das Lithium als kohlensaures, das Thallium als salpetersaures Salz an den Platindraht geschmolzen. Wegen der gröfseren Flüchtigkeit der beiden letzteren Salze und der geringeren Empfindlichkeit des Auges gegen diese den Grundfarben nahe liegenden Farben ist der Versuch für Lithium und Thallium etwas schwieriger als für Natrium. Bei Thallium schien die Verschiebung etwas geringer zu seyn als bei Natrium und Lithium, obwohl für jenes der Gangunterschied noch merklich gröfser war als für diese.

Bei einer Phasendifferenz der interferirenden Strahlen von etwa 25000 Undulationen, die einem Abstande der Newton'schen Gläser von 7,362^{mm} entspricht, gelingt die Beobachtung noch für das Natriumlicht. Die Verschiebung erreicht hier die Gröfse des Abstandes zweier Fransen. — Aehnliche Werthe der Verschiebung habe ich auch bei Anwendung der planparallelen Gläser von 5,1031^{mm} Dicke, die für Natriumlicht einen mittleren Gangunterschied von 26504 Undulationen erzeugten, beobachtet.

Diese Beobachtungen sagen, dafs durch die Aenderung der Masse des glühenden Dampfes die Wellenlänge eine Aenderung bis zu 0,00004 ihres eigenen Werthes erfährt. Es fragt sich jetzt, rührt diese Aenderung von einer Aenderung der mittleren Brechbarkeit oder von einer Aenderung der Geschwindigkeit allein, oder von beiden zugleich her?

Die Beantwortung dieser Frage verlangt dieselbe Variation der Helligkeit, die eben durch die Aenderung der Dampfmenge hervorgerufen wurde, bei constanter Dampfmenge.

Eine solche Aenderung der Helligkeit wird am einfachsten erzielt, wenn man bei der gröfseren Dampfmenge das interferirende Licht, ehe es die Newton'schen Gläser betrifft, mit Hülfe eines absorbirenden Glases auf die Helligkeit der geringeren Dampfmenge bringt. Das benutzte Glas schwächte die Helligkeit des auffallenden Lichtes auf $\frac{1}{10}$; ich fügte es zwischen dem Tubus *B* und dem Schirm im Orte des Spectrums senkrecht zur Axe des Strahlenbündels ein.

Die Fransen blieben nun zwar bei diesem Versuche nicht vollkommen in Ruhe; die Verschiebung, die jetzt eintrat, war aber viel kleiner als die früher beobachtete. Beobachtet man bei einer Phasendifferenz von 10000 Undulationen, so liegt dieselbe an der Grenze der überhaupt unterscheidbaren Distanzen; beobachtet man aber bei 20000—25000 Undulationen Gangunterschied, so wird sie deutlich, erreicht jedoch höchstens den Werth von 0,2 bis 0,3 des Abstandes zweier Fransen. Diese letztere Verschiebung soll später genauer untersucht werden.

Es ergiebt sich hieraus, dafs die bei der Aenderung der Dampfmenge eintretende Aenderung der Wellenlänge zum gröfsten Theile bedingt ist durch eine Aenderung der mittleren Brechbarkeit. Diese Aenderung könnte nun wieder auf einer kleinen Verschiebung der ganzen Spectrallinie gegen das weniger brechbare Ende des Spectrums hin beruhen. Es ist aber bekannt, dafs die Spectrallinien sich bei Vermehrung des Dampfes nach beiden Seiten verbreitern. Daher kann die Aenderung der mittleren Brechbarkeit nur Folge einer Asymmetrie in der Verbreiterung der Linien seyn: die Linie mufs sich nach der weniger brechbaren Seite stärker verbreitern. Darunter ist aber nur gemeint, dafs die auf der weniger brechbaren Seite hinzukommende Lichtmenge gröfser sey als die auf

der andern Seite; ob auch die Mitte sich verschiebt, bleibt unentschieden.

Bei Natrium, Lithium und Thallium erzeugt also die Vermehrung der Masse des glühenden Dampfes eine Verminderung der mittleren Brechbarkeit des Lichtes, welche auf einer stärkeren Verbreiterung der Spectrallinien nach der weniger brechbaren Seite hin beruht. Die Gröfse dieser Brechbarkeitsänderung kann folgendermaafsen bezeichnet werden: wenn durch Vermehrung des Dampfes die Helligkeit von einem geringen Werthe auf das 10fache gesteigert wird, so vergröfsert sich die Wellenlänge angenähert um 0,00003 ihres eigenen Werthes.

Dieses Resultat hat Zöllner auf dem directeren prismatischen Wege, mit Hülfe seines Reversionsspectroskops, an der weniger brechbaren Natriumlinie bestätigt. Coincidirten die entgegengesetzten Ränder dieser Linie bei der geringeren Dampfmenge, so war dies bei der gröfseren nicht mehr der Fall, es trat eine Verschiebung derselben im Sinne einer Verminderung der Brechbarkeit ein[1]. —

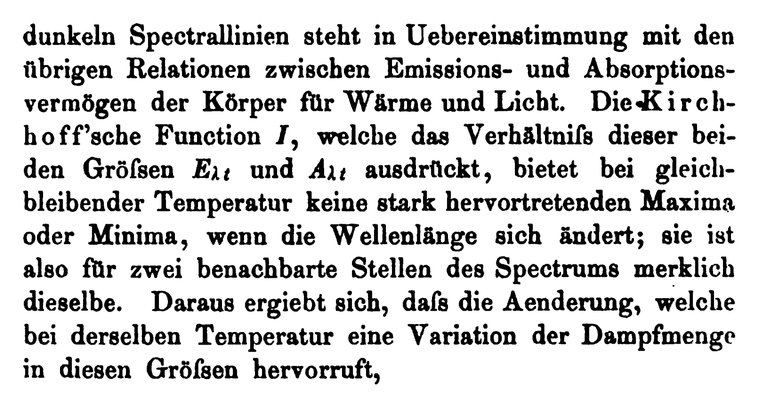
Die Asymmetrie in der Verbreiterung der hellen Spectrallinien ist analog derjenigen der dunkeln. Hennessey beobachtete beim Sinken der Sonne eine stärkere Verbreiterung gewisser atmosphärischer Linien des Sonnenspectrums nach der weniger brechbaren Seite desselben hin. Besonders grofs ist die Ungleichheit für die Linien *B* und 812 der von ihm gegebenen Tafel; *A* soll sich nach beiden Seiten etwa gleich verbreitern, aber die gegen das rothe Ende hin an *A* sich anschliefsende Bande verstärkt sich sehr auffallend[2]. Aehnliche Ungleichmäfsigkeiten in der Verbreiterung der atmosphärischen Linien des Sonnenspectrums sind auch schon den älteren Zeichnungen von Brewster und Gladstone zu entnehmen[3].

Eine solche Identität in dem Verhalten der hellen und

1) Zöllner, Pogg. Ann. 142, S. 110.

2) *Hennessey, On the Atmospheric Lines of the Solar Spectrum. Proc. R. S. 1870. 1.*

3) Brewster und Gladstone, *Phil. Trans. 1860. 154.*



dunkeln Spectrallinien steht in Uebereinstimmung mit den übrigen Relationen zwischen Emissions- und Absorptionsvermögen der Körper für Wärme und Licht. Die Kirchhoff'sche Function I, welche das Verhältnifs dieser beiden Gröfsen $E_{\lambda t}$ und $A_{\lambda t}$ ausdrückt, bietet bei gleichbleibender Temperatur keine stark hervortretenden Maxima oder Minima, wenn die Wellenlänge sich ändert; sie ist also für zwei benachbarte Stellen des Spectrums merklich dieselbe. Daraus ergiebt sich, dafs die Aenderung, welche bei derselben Temperatur eine Variation der Dampfmenge in diesen Gröfsen hervorruft,

$$dE_{\lambda t} = I \,.\, dA_{\lambda t},$$

für zwei benachbarte Stellen der Bedingungsgleichung genügt

$$\frac{dE_{\lambda t}}{dE_{\lambda' t}} = \frac{dA_{\lambda t}}{dA_{\lambda' t}},$$

d. h. an solchen Stellen ist nicht nur das Verhältnifs von Emissions- und Absorptionsvermögen der Substanz, sondern auch das ihrer Aenderungen dasselbe.

Diejenigen Aenderungen des Emissions- und Absorptionsvermögens nun, welche speciell durch Variation der Dampfmenge erzeugt sind, stehen in einer interessanten Beziehung zu den absoluten Werthen dieser Gröfsen selber, und können daher über letztere Aufschlufs geben. Diese Beziehung ist von Zöllner in seiner Abhandlung „Ueber den Einflufs der Dichtigkeit und Temperatur auf die Spectra glühender Gase" entwickelt worden[1]. Setzt man nach letzterem den Einflufs der Dichte aequivalent demjenigen der Dicke, so wird das Absorptionsvermögen der Dichtigkeit σ eines Dampfes

$$A_{\lambda\sigma} = 1 - (1 - A_\lambda)^\sigma.$$

Hieraus ergiebt eine zweimalige Differentiation

$$\frac{\partial}{\partial A}\left(\frac{\partial A_{\lambda\sigma}}{\partial \sigma}\right) = (1 - A_\lambda)^{\sigma - 1}\,[1 + \sigma \log (1 - A_\lambda)]\,.$$

1) Pogg. Ann. 142. 88.

Die rechte Seite dieses Ausdruckes ist positiv, oder vielmehr die Definitionsgleichung für $A_{\lambda\sigma}$ hat nur so lange einen Sinn, als dies der Fall ist. Eine Aenderung der Masse des Dampfes oder Gases bewirkt also da die gröfsere Aenderung im Absorptionsvermögen, wo dieses schon den gröfseren absoluten Werth hat. Da nun an benachbarten Stellen des Spectrums der Absorption ein proportionaler Werth der Emission und der Aenderung der Absorption ein proportionaler Werth der Aenderung der Emission entspricht, so folgt sofort, dafs eine Aenderung der Dampfmenge auch da die gröfsere Aenderung der Emission hervorruft, wo die gröfseren Werthe der letzteren liegen.

Wendet man diese Sätze auf die obigen Beobachtungen an, so ergiebt sich das folgende Resultat: *Für eine beträchtliche Anzahl von Spectrallinien liegen die gröfseren Werthe des Emissions- und Absorptionsvermögens auf der weniger brechbaren Seite.* Für keine ist das Gegentheil erwiesen.

Ein erhöhtes Interesse gewinnt, wie bereits Zöllner angedeutet hat[1]), die Asymmetrie in der Verbreiterung der Spectrallinien für die spectral-analytische Bestimmung der Geschwindigkeit der Gestirne. Ist die Lage der Mitte eines dunkeln Spectralstreifens eine Function der Masse des absorbirenden Dampfes, so darf aus einer Aenderung derselben erst dann auf eine Bewegung der Lichtquelle geschlossen werden, wenn der Einflufs der Masse ausgeschlossen ist. Wo man daher auf den Nachweis einer Verschiebung der Mitten verschieden breiter Linien angewiesen ist, werden die Schlüsse aus blos einer Verschiebung nicht zulässig seyn. Nun wird aber für verschiedene Spectrallinien der Einflufs der Masse des absorbirenden Dampfes quantitativ ein verschiedener seyn, wenn er auch sehr wohl qualitativ für alle gleich ausfallen kann Solche quantitative Verschiedenheiten sind schon für die verschiedenen Linien desselben Dampfes möglich; noch

1) l. c. 108.

eher sind sie aber zu erwarten bei Linien verschiedenen Ursprungs, weil hier die Verschiedenheit in den Dampfmengen hinzukommt. Eine quantitative Uebereinstimmung mufs dagegen immer *die* Verschiebung der Linien haben, welche ihren Ursprung der Bewegung der Lichtquelle verdankt. Rührt die Verschiebung der Mitte einer Spectrallinie von einer Bewegung der Lichtquelle her, so mufs die Geschwindigkeit der letzteren, aus den Verschiebungen verschiedener Linien berechnet, die nämliche seyn. Im Allgemeinen ist somit eine sichere Bestimmung erst durch die Beobachtung *mehrerer* Linien möglich; nur wo man eine Verschiebung der ganzen Linien nachweisen kann, darf schon *eine* Beobachtung als entscheidend betrachtet werden. Ist die Verschiebung der Mitte die entgegengesetzte von der, welche der Dampf hervorrufen würde, so ist zwar qualitativ die Frage nach dem Einflufs der Bewegung entschieden, aber eine Bestimmung der Geschwindigkeit ist nicht möglich.

Die Schlüsse, die Huggins[1]) aus der von ihm beobachteten Verschiebung der Mitte der Wasserstofflinie im Spectrum des Sirius hinsichtlich der Bewegung dieses Sterns zieht, dürfen nach dem Gesagten keineswegs als stringent angesehen werden. Die Beobachtung ist nur an der *F* Linie gemacht und die Verschiebung zielte nach der weniger brechbaren Seite. Huggins hat zwar in einem besonderen Controlversuch eine symmetrische Verbreiterung der *F* Linie des Wasserstoffes in einer Geissler'schen Röhre gesehen; doch darf das nicht direct auf die Verhältnisse in der Siriusatmosphäre übertragen werden, was namentlich bei Berücksichtigung der Temperaturdifferenzen ersichtlich ist. Die Beobachtung *beider* Wasserstofflinien könnte dem Schlusse schon eine viel gröfsere Wahrscheinlichkeit geben; entscheidend wäre aber erst die Beobachtung an Linien verschiedener Elemente. — Die Beobachtungen, die Lockyer[2]) über die Wasser-

1) *Phil. Trans. London 1868. 529.*
2) *Phil. Trans. 1869. Proceed. 1870.*

stoffströme in der Sonne gemacht hat, werden von solchen Einwänden nicht getroffen, davor sichert sie die characteristische Form der Linien. — Bei den Beobachtungen endlich, die Zöllner und Vogel[1]) am Reversionsspectroskope über die Rotation der Sonne angeführt haben, eliminirt sich ebenfalls der Einfluſs der Masse.

Eine praktische Bedeutung des gefundenen eigenthümlichen Verhaltens der Spectrallinie ist folgende. Bekanntlich haben, auf die scheinbare Unveränderlichkeit der Wellenlänge des Lichtes sich stützend, Lamont[2]) und van der Willigen[3]) den Vorschlag gemacht, die Wellenlänge als Normalgröſse für die räumlichen Maaſse zu benutzen. Alle Bemühungen in dieser Hinsicht müſsten nach den obigen Versuchen erfolglos bleiben.

Anmerkung. Die Verschiebung der Fransen konnte in den mitgetheilten Versuchen bei etwa 10000 Undulationen Gangunterschied bis zur Hälfte, bei 25000 Undulationen bis zum vollen Abstand zweier Fransen beobachtet werden; dann sind bei fortgesetzter Vermehrung der Masse des glühenden Dampfes die Fransen immer verschwunden. Dieses Verschwinden, dem schon während der Bewegung ein Undeutlichwerden vorausgeht, erklärt sich sehr leicht aus der Verbreiterung der Spectrallinien. — Beobachtet man das Natriumlicht bei 20000—25000 Undulationen Phasendifferenz, so nimmt man das Verschwinden zwei Mal wahr. Das erste Verschwinden tritt wie das bei 10000 Undulationen bei einer Fransenverschiebung von dem halben Abstand ein; bei noch tieferem Hineinschieben der Perle kommen die Fransen wieder zum Vorschein und gewinnen an Deutlichkeit, ohne jedoch die früheren Differenzen zwischen maximaler und minimaler Helligkeit zu erreichen; dann verlieren sie ihre Schärfe wieder und bleiben auf immer aus. Dieses zweite im Ganzen undeutlichere Fransensystem darf wohl als ein Interferenzsystem zweiter Ordnung angesehen werden. Auf solche Systeme höherer Ordnung wird man leicht geführt durch die genauere Discussion der Consequenzen, welche die endliche Breite der Spectrallinien auf die Bewegung im Strahle mit sich führt. (Vergl. Berichte d. Sächs. Ges. d. Wiss. 1871. S. 19.)

1) Pogg. Ann. 144. 449.
2) Jahrb. d. K. Sternwarte zu München 1839. 188.
3) *Archives du Musée Teyler III. 142.*

Verschiebung der Fransen bei Variation der Helligkeit des Lichtes in der Bahn.

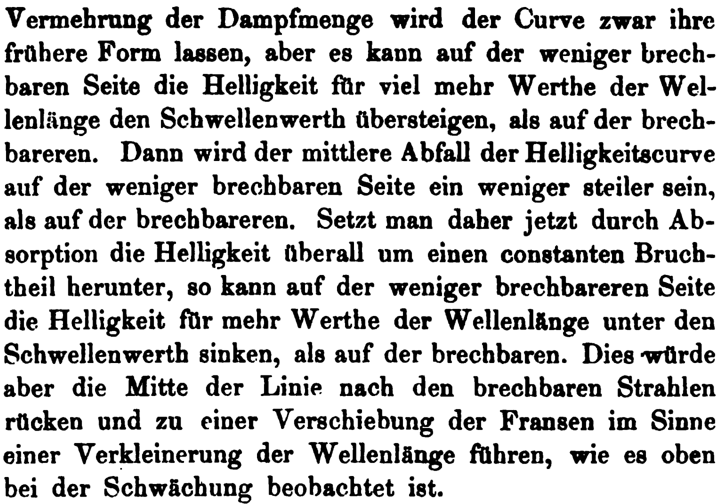
Um zu entscheiden, ob die Aenderung der Amplitude einer Aetherschwingung zu einer Aenderung der Wellenlänge führt, habe ich mit Benutzung der Newton'schen Gläser eine erste Beobachtungsreihe an den Fransen angestellt, welche das Licht glühender Dämpfe erzeugt. Nach den mitgetheilten Versuchen mufste die Dampfmenge während der Beobachtung constant seyn. Beim Natrium, das sich sowohl wegen der grofsen Empfindlichkeit des Auges für das Gelb als wegen der vollkommenen Homogenität seiner Linien empfahl, war diese Constanz der Dampfmenge auch bei Anwendung einer Perle hinreichend zu erzielen; die Lagen der Fransen konnten ja unmittelbar nach einander verglichen werden. Die folgenden Versuche beziehen sich zunächst auf dieses Licht.

Der Spalt des Collimators, der nur einseitig erweitert werden konnte, wurde unverändert gelassen, damit nicht eine Verschiebung der Mitte der Lichtquelle zu einer Bewegung der Fransen führe. Die Variation der Helligkeit mit Hülfe der Doppelbrechung war deshalb unstatthaft, weil schon das erste Nicol die Helligkeit auf die Hälfte reducirt und so eine Vermehrung der Dampfmasse nöthig macht, die doch für einen möglichst grofsen Gangunterschied möglichst gering seyn soll. Ich habe deshalb die Helligkeit durch absorbirende Gläser variirt, die ich zwischen dem Tubus *B* und dem Schirm im Orte des reellen Spectrums senkrecht zur Bahn der Strahlen einfügte. Die beiden benutzten Gläser lenkten das Bild, welches ein paralleles Strahlenbündel im Fadenkreuz eines Fernrohrs erzeugte, nur sehr wenig ab. Die photometrische Bestimmung ergab für Gaslicht bis auf ein Hundertel genau eine Reduction der Helligkeit auf $\frac{1}{3}$ durch das eine und auf $\frac{1}{10}$ durch das andere Glas. Die Dicke des schwächeren Glases war $1{,}75^{mm}$, die des stärkeren $1{,}5^{mm}$.

Die Phasendifferenz, welche sich als die geeigneteste für die Beobachtung erwies, war 20000—25000 Undulationen; kleinere Phasendifferenzen ergaben zu unsichere Verschiebungen, gröfsere gestatteten keine beträchtliche Variation der Helligkeit mehr. Die genannte Phasendifferenz ist daher im Folgenden vorausgesetzt, die Newtonschen Linsen hatten dabei eine Distanz von 5,9—7,4^{mm} von einander. Die Reduction der Helligkeit war mit beiden Gläsern vorzunehmen, ohne dafs die Fransen verschwanden. Beim schwächeren Glase konnten die recht scharfen Ringe des Interferenzsystemes erster Ordnung benutzt werden, die Anwendung des stärkeren war nur bei dem Systeme zweiter Ordnung möglich; die Beobachtung mit letzterem war schwieriger als die mit dem ersteren.

Bei den Aenderungen der Helligkeit trat nun eine zwar kleine, aber doch sicher zu beobachtende Verschiebung der Fransen ein. Sank die Helligkeit, so verkleinerte sich der Durchmesser der Fransen, stieg sie, so vergröfserte sich derselbe. Die Richtung der Verschiebung entsprach somit einer Vergröfserung der Wellenlänge bei Vermehrung der Helligkeit. Die Gröfse der Verschiebung suchte ich durch Schätzung zu bestimmen. Geschah die Aenderung der Helligkeit im Verhältnifs $\frac{1}{3}$ bei 25000 Undulationen Phasendifferenz, so fand ich die Verschiebung 0,2 von dem Abstande zweier Fransen; geschah sie im Verhältnifs $\frac{1}{10}$ bei 20000 Undulationen Gangunterschied, so schätzte ich die Verschiebung auf 0,3 dieser Distanz. Diese Werthe entsprechen Aenderungen der Wellenlänge von $8.10^{-6}\lambda_D$ und $15.10^{-6}\lambda_D$.

Die Asymmetrie in der Helligkeit der Spectrallinien führt zu der Frage, ob die beobachteten Verschiebungen nicht eine reine Folge dieser Eigenthümlichkeit des angewandten Lichtes sey. Geht man in der Helligkeitscurve der Spectrallinien des glühenden Dampfes von dem Maximalwerthe gleich weit nach beiden Seiten, so liegt auf der weniger brechbaren Seite die gröfsere Helligkeit. Eine



Vermehrung der Dampfmenge wird der Curve zwar ihre frühere Form lassen, aber es kann auf der weniger brechbaren Seite die Helligkeit für viel mehr Werthe der Wellenlänge den Schwellenwerth übersteigen, als auf der brechbareren. Dann wird der mittlere Abfall der Helligkeitscurve auf der weniger brechbaren Seite ein weniger steiler sein, als auf der brechbareren. Setzt man daher jetzt durch Absorption die Helligkeit überall um einen constanten Bruchtheil herunter, so kann auf der weniger brechbareren Seite die Helligkeit für mehr Werthe der Wellenlänge unter den Schwellenwerth sinken, als auf der brechbaren. Dies würde aber die Mitte der Linie nach den brechbaren Strahlen rücken und zu einer Verschiebung der Fransen im Sinne einer Verkleinerung der Wellenlänge führen, wie es oben bei der Schwächung beobachtet ist.

Eine sichere Entscheidung dieser Frage ließe sich durch Beobachtung an Sonnenlicht gewinnen, wo das aus dem Spectrum herausgegriffene Wellenintervall überall von derselben Helligkeit wäre. Durch Benutzung von Linsen und Prismen mit hinreichender Oeffnung und Brennweite wird immer ein Spectrum von solcher Gröſse und Reinheit herzustellen sein, daſs ein sehr enger Spalt, namentlich im brechbareren Theile des Spectrums, Licht von einer Homogenität herausgreift, die den nöthigen Gangunterschied herzustellen erlaubt. Eine solche Beobachtung, die auch eine gröſsere Variation der Helligkeit möglich machte, konnte ich bei der Einfachheit des mir zu Gebote stehenden Spectralapparates nicht ausführen. Die Frage scheint sich aber in meiner zweiten Versuchsreihe zu beantworten.

In dieser benutzte ich das Licht glühender Gase, unter welchen der Wasserstoff wegen der scharfen Begrenzung seiner Linien zu solchen Versuchen besonders geeignet schien. Er stand unter dem sehr geringen Drucke einer der käuflichen Geiſsler'schen Röhren und wurde durch den Inductionsstrom eines kleinen Ruhmkorff, dessen Interruptor durch eine Stromgabel ersetzt war, leuchtend gemacht. Diese Versuchsanordnung dürfte überall, wo es sich

um Lichtquellen handelt, die bei vollkommener Homogenität während längerer Zeit constant sein sollen, von großsem Vortheil sein. Die Fransen der rothen Wasserstofflinie waren bei einer Phasendifferenz von ca. 20000 Undulationen, die der blauen Linie bei einer solchen von 15000 Undulationen noch sehr scharf. Beide Werthe erlaubten die nöthige Variation der Lichtstärke, ohne dafs die Fransen verschwanden; sie sind daher in den folgenden Beobachtungen vorausgesetzt, wenn auch damit bei beiden Farben die absolute Grenze des Gangunterschiedes noch lange nicht erreicht war.

Die Variation der Helligkeit des Lichtes war durch einen Rheostaten ermöglicht, der eine Nebenschliefsung zur primären Rolle des Inductionsapparates bildete. Zunächst konnte durch Aenderung des Widerstandes dieser Nebenschliefsung die Intensität des Inductionsstromes und damit die Intensität des Glühens geändert werden. Der Widerstand war so gewählt, dafs die Fransen eben noch deutlich wahrgenommen wurden; je nachdem dann ein beträchtlicher Widerstand (20 Meilen) neu eingeschaltet oder wieder eliminirt wurde, stieg oder sank die Helligkeit des ausgestrahlten Lichtes im Verhältnifs 1 : 3. Sowohl bei H_α als bei H_β führte eine jede solche Aenderung der Intensität des Glühens zu einer kleinen Verschiebung der Fransen. Die Richtung der Verschiebung entsprach in Uebereinstimmung mit den früheren Beobachtungen, einer Vergröfserung der Wellenlänge bei vermehrtem Glühen. Die Gröfse der Verschiebung schätzte ich bei der rothen Linie H_α auf 0,1 des Abstandes zweier Fransen, bei der blauen Linie H_β auf 0,25 dieser Distanz. Sie entspricht im ersten Fall einer Aenderung der Wellenlänge von $5 . 10^{-6} \lambda_c$, im zweiten einer solchen von $16 . 10^{-6} \lambda_r$, Aenderungen, die, unter sich und mit der beim Natriumlicht verglichen, mit der Schwingungszahl wachsen.

Wurde nun zweitens bei constantem grofsen Widerstande im Rheostaten die Helligkeit in demselben Verhältnifs ($\frac{1}{3}$) variirt durch Einschieben des entsprechenden

absorbirenden Glases in die Bahn der Strahlen, so traten dieselben Verschiebungen ein. Wollte man daher die Verschiebungen einer Aenderung der mittleren Brechbarkeit zuschreiben, so müfste man annehmen, dafs sowohl bei H_α als bei H_β die Temperatursteigerung denselben Einfluſs ausübt durch asymmetrische Ausbreitung, wie die Absorption durch scheinbare Verschiebung der Mitte. Aus der Unwahrscheinlichkeit einer solchen Coincidenz werden wir schliefsen, dafs weder die Temperaturänderung eine wirkliche, noch die Absorption eine scheinbare Aenderung der mittleren Brechbarkeit herbeigeführt hat. Die Verschiebungen der von den Wasserstofflinien gebildeten Fransen rühren also nicht her von einer Aenderung der Wellenlänge durch eine Aenderung der Schwingungszahl, und die sämmtlichen Verschiebungen sind nicht Folge der Asymmetrie in der Helligkeitscurve der einzelnen Spectrallinien.

Der Einflufs einer geringen Abweichung des absorbirenden Glases von der rechtwinkligen Stellung zur Bahn der Strahlen und der daraus entspringenden kleinen Verschiebungen des Bildes auf der Hypotenusenfläche des Prismas, sowie der kleinen Ortsveränderungen, welche dieses Bild durch die absorbirende Glasplatte erfährt, wurde besonders controlirt durch Einschieben desselben Glases vor dem Spalt des Collimators, was zu demselben Resultat führte, und durch Einschieben eines vollkommen durchsichtigen Glases vor dem Tubus *B*, was keine Verschiebung ergab. Wie in Folge mehrfacher Beugung eine reine Intensitätsänderung zu Verschiebung der Fransen führen könnte, ist bei der Symmetrie der Versuchsanordnung nicht einzusehen. Alle diese Einwürfe werden übrigens direct durch die Abhängigkeit der Verschiebung vom Gangunterschiede widerlegt.

Da andere Fehlerquellen, so weit ersichtlich, nicht vorhanden waren, so müssen die beobachteten Verschiebungen von einer durch die Aenderung der Amplitude herbeigeführten Aenderung der Wellenlänge herrühren. Es scheinen somit hier in der That die Grenzen jener Näherung,

welche eine Constanz der Fortpflanzungsgeschwindigkeit annimmt, erreicht zu seyn und es wäre in zweiter Näherung ein Wachsen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit der Amplitude anzunehmen. Die Werthe der Geschwindigkeitsänderungen, welche den beobachteten Verschiebungen entsprechen, wären die folgenden:

Licht.	Phasendifferenz.	Helligkeitsvariation.	Fransenverschiebung.	Aenderung der Geschwindigkeit relativ.	Aenderung der Geschwindigkeit absolut.
					m
$H\alpha$	20000	1 : 3	0,1	0,000005	1500
N_a	25000	1 : 3	0,2	0,000008	2400
N_a	20000	1 : 10	0,3	0,000015	4500
$H\beta$	15000	1 : 3	0.25	0,000016	4800

Nun ist aber in allen angeführten Beobachtungen die absolute Gröfse der beobachteten Verschiebung der Fransen eine geringe. Ehe die genannte Consequenz mit voller Bestimmtheit aufgestellt werden darf, ist es wünschenswerth, weitere Beobachtungen anzustellen, welche in Folge ihrer Genauigkeit zu ähnlichen Resultaten führen müssen. Dies habe ich bei den Fraunhofer'schen Minima zweiter Classe durchgeführt.

Anmerkung. Der Einflufs der Bewegung der Lichtquelle oder des Beobachters auf die Schwingungszahl des Lichtes ist neuerdings wiederholt durch die Ermittelung der entsprechenden Aenderung der Brechbarkeit mit Hülfe der Spectralapparate zu bestimmen versucht worden. Im Besonderen bot das Reversionsspectroscop von Zöllner die hinreichende Empfindlichkeit. Viel empfindlicher als die prismatische Methode ist nun diejenige der Interferenzen bei grofsen Gangunterschieden. Die principielle Schwierigkeit wegen der Continuität des Spectrums ergiebt sich leicht als eine nur scheinbare: das Spectrum der Gestirne ist ja gerade durch seine dunkeln Linien discontinuirlich. Wird eine dieser dunkeln Linien in die eine Hälfte des Spaltes gestellt, während durch die andere Hälfte Licht hindurchgeht, so hat man einen Lichtstreifen, dessen eine Grenze sich bei der Aenderung der Brechbarkeit verschiebt. Allerdings verbreitert er sich dabei auch, was aber nur die Empfindlichkeit auf die Hälfte reducirt. Die Methode der Interferenzen bei grofsen Gangunterschieden setzt allerdings eine gröfsere Helligkeit voraus als die prismatische und dürfte daher weniger allgemein Anwendung finden. Wo aber die Helligkeit hinreichend grofs ist, wird diese Methode mit Vortheil angewendet werden. Dies ist nun der Fall bei der Sonne. Setzt man voraus, dafs durch hinreichende Focallänge von Collimatorlinse und Fernrohrobjectiv und eine grofse Oeffnung

der Linsen und Prismen ein so grofses und reines Spectrum hergestellt werden kann, dafs der beim Natriumlicht erzielte Gangunterschied von 50000 Undulationen auch hier erreicht wird, und nimmt man als Grenze der wahrnehmbaren Verschiebungen $\frac{1}{10}$ des Abstandes zweier Fransen an, so giebt diese Methode Differenzen der Schwingungszahl, die äquivalent sind 0,002 des Abstandes beider Natriumlinien. Da die Rotation der Sonne noch Differenzen von $\frac{1}{80}$ dieses Abstandes erzeugt, so würde die Interferenzmethode hierfür Verschiebungen geben, die mehr als 6mal so grofs sind als die kleinsten noch wahrnehmbaren Verschiebungen der Fransen.

Beobachtungen an den Fraunhoferschen Minima zweiter Classe.

Hat man ein von einer linearen Lichtquelle kommendes paralleles Strahlenbüschel von kleiner Oeffnung und greift man aus demselben mit Hülfe zweier der Lichtquelle paralleler rechtwinkliger Spalten von der Breite γ, deren gemeinsame Ebene senkrecht zu den Strahlen steht, zwei congruente Bündel heraus, so entwerfen die unter dem Winkel ψ die Spalten verlassenden Strahlen in einem Fernrohr, das auf die unendlich entfernte Lichtquelle eingestellt ist, ein Bild, dessen Intensität in Bruchtheilen der Intensität des auffallenden Lichtes

$$J = \varkappa\mu\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi\gamma}{\lambda}\sin\psi\right)}{\frac{\pi\gamma}{\lambda}\sin\psi}\right)^2$$

$\varkappa$ ist in diesem Ausdruck ein Factor, der von dem Beugungswinkel und dem Polarisationsazimuthe abhängt und die Formel erst verträglich mit dem Princip von der Erhaltung der lebendigen Kraft macht. μ ist ein Factor, welcher von der Phasendifferenz der beiden im Bilde vereinigten Strahlenbündel abhängt.

Hat also das Beugungsbild des einzelnen Spaltes eine bestimmte Intensität, so hängt die resultirende Intensität aus beiden Bildern noch wesentlich ab von der Phasendifferenz der beiden Strahlenbündel. Diese Differenz durchläuft nun alle möglichen Werthe, wenn der Winkel ψ variirt; die verschiedenen möglichen Fälle der Bildintensitäten

sind darum gleichzeitig ***neben*** einander ausgebreitet. Liegen die kleinen Seiten der Spalten in derselben Geraden und stehen die Mitten der Oeffnungen um e von einander ab, so ist bekanntlich

$$\mu = \left(\frac{\sin\left(\frac{2\pi e}{\lambda} \sin \psi\right)}{\sin\left(\frac{\pi e}{\lambda} \sin \psi\right)} \right)^2$$

Die Phasendifferenz der beiden Strahlenbündel durchläuft aber auch alle verschiedenen Werthe, wenn bei constantem ψ die Phase des einen Bündels beständig geändert wird. Dann treten die verschiedenen möglichen Fälle der Bildintensität ***nach*** einander an derselben Stelle auf. Ist die Phasendifferenz $2\pi \frac{c}{\lambda}$, so wird

$$\mu = 2\left(1 + \cos \frac{2\pi c}{\lambda}\right).$$

Wird die Phasendifferenz durch Aenderung von ψ bewirkt, so ändert sich auch die Amplitude des Intensitätenwechsels, die bei constantem ψ unverändert bleibt. In der Lage der Grenzwerthe der Intensität correspondiren aber die beiden Fälle vollständig. Bei variablem Winkel ψ ist das Minimum zweiter Classe gegeben durch

$$\sin \psi = \frac{m}{e} \cdot \frac{\lambda}{2};$$

bei constantem ψ wird diese Bedingungsgleichung

$$c = (m + \tfrac{1}{2}) \frac{\lambda}{2},$$

m bedeutet hierin eine ganze positive Zahl von nicht sehr beträchtlicher Gröfse.

Der stetige Wechsel der Intensität einer Bildstelle beim Wechsel der Phase des einen Strahlenbündels ist identisch mit einer Bewegung der Minima zweiter Classe. Tritt eine Phasendifferenz zwischen den Bündeln ein, so bewegen sich die Minima zweiter Classe nach der Seite des verzögerten Bündels; die Zahl der durch eine Stelle hindurchgegangenen Minima ist gleich der Gröfse der Phasendifferenz in Undulationen.

Verzögerungen des einen Strahlenbündels werden z. B. eintreten, wenn diese Strahlen in einem Theil ihrer Bahn ein anderes Medium zu durchlaufen haben. Die Beobachtung der Minima zweiter Classe giebt daher sofort den Brechungscoefficienten dünner Lamellen von gegebener Dicke, und sehr geringe Unterschiede im Brechungscoefficienten zweier beliebig dicker Medien, wenn dieselben nur gleiche Dicke haben. — Phasendifferenzen zwischen den Bündeln treten aber auch ein, wenn bei vollkommener Identität der Wege das eine in einem Theile eine andere Geschwindigkeit hat, als das andere. Dies macht die Methode anwendbar auf die Frage, ob die Lichtgeschwindigkeit von der Lichtstärke abhänge. Man braucht nur die Intensität der beiden Bündel identisch, aber in verschiedener Entfernung von den beugenden Oeffnungen zu schwächen. Ist die Distanz der beiden schwächenden Stellen $= E$, die Verschiebung der Minima zweiter Classe in Bruchtheilen der Entfernung zweier solcher Minima $= \delta\varphi$ und die absolute Aenderung der Wellenlänge $= \delta\lambda$, so ist

$$\delta\varphi = \frac{E}{\lambda}\,\frac{\delta\lambda}{\lambda} = q\,.\,\frac{\delta\lambda}{\lambda},$$

wenn kürzehalber $\frac{E}{\lambda} = q$ gesetzt wird. Da nun die Versuchsweise die Voraussetzung einer Variation der Helligkeit in der Bahn des Lichtes schon implicite enthält, so kommt sofort für die relative Aenderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$\frac{\delta v}{v} = \frac{\delta\varphi}{q}, \qquad (2)$$

ein Ausdruck von derselben Form wie (1), nur dafs jetzt q nicht mehr eine Phasendifferenz bedeutet.

Rein mathematisch kann vielmehr q jeden beliebigen positiven Werth erreichen; durch beliebige Vergröfserung von E scheint daher diese Methode eine unbegrenzte Genauigkeit zu gewinnen. Grenzen werden ihr aber ziemlich rasch durch die mechanischen Schwierigkeiten gesetzt, die mit der Herstellung einer identischen Schwächung an zwei

von einander entfernten Stellen verbunden sind. Setzt man die gröfste Entfernung, die auf dem im Folgenden betretenen Wege erreichbar ist, = 100 Mm. und die kleinste noch wahrnehmbare Fransenverschiebung $= \frac{\lambda}{20}$, so würde die kleinste noch nachzuweisende Aenderung der Wellenlänge $= 0{,}25 \,.\, 10^{-6} \lambda$. Meine Apparate erlaubten nur eine Entfernung von etwa 50 Mm., und gaben daher blofs die halbe Genauigkeit, $0{,}5 \,.\, 10^{-6} \lambda$, was einer absoluten Gröfse von $0{,}294 \,.\, 10^{-9}$ Millimeter und einer Aenderung der Lichtgeschwindigkeit von 150 Meter entspricht. Die Leistungsfähigkeit dieser Methode ist also immer noch 4mal gröfser als die der Methode der grofsen Phasendifferenzen; dieser Vorzug wird aber dadurch compensirt, dafs sie die Gröfse der Variation der Helligkeit reducirt.

Eine Methode, welche der hier auseinandergesetzten einigermaafsen zu vergleichen ist, ist schon von Fresnel und Arago angewandt, die auf diesem Wege zuerst die geringere Lichtgeschwindigkeit in den dichteren Medien nachwiesen; später benutzte Fresnel seine Methode für den Nachweis der sehr geringen Differenzen der Geschwindigkeiten in circular polarisirenden Medien und der Variation der Geschwindigkeit mit dem Polarisationsazimuthe in den gewöhnlichen doppelt brechenden Körpern[1]). Brewster und Jamin ersetzten in ihren Interferentialrefractoren die Beugungsinterferenzen durch die gewöhnlichen und ermöglichten damit eine gröfsere Entfernung der Bündel von einander[2]). Letztere Methode ist neuerdings auch von Ketteler in seinen Untersuchungen über die Farbenzerstreuung der Gase und von Quincke in seinen Untersuchungen über die lamellare Beugung und über die Aenderung der Phase bei Reflexion und Refraction angewendet worden[3]). Die Anordnung, welche ich meinen Versuchen gab, ist die folgende. (Fig. 4 Taf. I.)

1) *Fresnel, Oeuvres I, 655 ff.; II, 261 ff.; 415 ff., 456 ff.*

2) *Brewster, Edinb. Trans. VII, 435.* Jamin, C. R. XLII, 482. Pogg. Ann. 98.

3) Ketteler, Farbenzerstreuung der Gase, Bonn 1865. Quincke, Pogg. Ann. 132, S. 50; 141, S. 177.

Die Strahlen der Lichtquelle einer gewöhnlichen Gasflamme wurden parallel gemacht, indem sie durch den etwa $0^{mm},5$ langen und sehr engen verticalen Spalt *a* eines Collimators *A* auf eine achromatische Linse *b* von 30^{mm} Oeffnung und 18^{cm} Focallänge fielen. Unmittelbar hinter dieser Collimatorlinse war der Schirm *c* mit den beiden beugenden, ebenfalls verticalen Spalten symmetrisch zur Collimatoraxe angebracht. Ich benutzte dazu entweder den schon früher gebrauchten Schirm mit den Gravesand'schen Schneiden oder ich schnitt die Spalten in ebene Stanniolblätter.

In etwa 20^{cm} Entfernung fielen die beiden Strahlenbündel in das stabil aufgestellte Fernrohr *B*, welches auf das unendlich entfernte Bild des Spaltes eingestellt war und dessen Axe mit der Axe des Collimators zusammenfiel. Das Objectiv dieses Fernrohrs hatte eine Focallänge von $52^{cm},5$ und eine freie Oeffnung von 54^{mm}. Das benutzte, mit einem Fadenkreuz versehene, Ocular gab eine 25fache Vergröſserung. Bei dieser Anordnung erschienen die Minima zweiter Classe des centralen Bildes, an denen im Folgenden alle Beobachtungen angestellt sind, als sehr scharfe, fast vollkommen schwarze Linien auf hellgelbem Grunde. Die Fäden des Oculars schnitten die Minima unter 45^{0}. Verschiebungen derselben konnten dann bei gröſserem Abstande zweier Minima bis zu einer Gröſse von $\frac{1}{20}$, bei kleineren bis zu $\frac{1}{10}$ dieser Substanz wahrgenommen werden; die Lage der Minima bestimmte ich durch Schätzung mit bloſsem Auge.

In dem Raume zwischen dem Schirm *c* und dem Fernrohrobjectiv *B* sollte die Schwächung der beiden Strahlenbündel in identischer Weise, aber in verschiedener Entfernung von den Spalten geschehen. Die Anwendung doppelt brechender Apparate würde bei der durchaus geforderten Vermeidung einer Aenderung in der Dicke der durchstrahlten Gläser nur durch die genaueste Bearbeitung möglich werden und die Absorption scheint wegen der nöthigen Gleichmäſsigkeit schwierig anwendbar. Aus diesen Grün-

den stellte ich die Schwächung der Strahlen durch Reflexion an den Ebenen von planparallelen Gläsern her, die von den Strahlen unter grofsem Einfallswinkel getroffen wurden. Zur Berechnung der Schwächung dienten die Fresnel'schen Formeln.

Die Intensität der Strahlenbündel sey $=1$; da die Polarisation beim Durchgang durch den Spalt a des Collimators und durch die beiden beugenden Spalten des Schirmes c nur gering ist, so mag das Licht als vollkommen natürliches betrachtet werden. Es sey in zwei ideelle Componenten zerlegt, deren eine $S=\frac{1}{2}$ senkrecht zur Einfallsebene, die andere $P=\frac{1}{2}$ parallel der Einfallsebene polarisirt sey. Durch die Reflexion an einer Fläche gehen von diesen Componenten verloren die Theile

$$\left.\begin{aligned}\sigma &= \tfrac{1}{2}\left(\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}\right)^2 \\ \pi &= \tfrac{1}{2}\left(\frac{\operatorname{tg}(i-r)}{\operatorname{tg}(i+r)}\right)^2\end{aligned}\right\} \ldots (\alpha)$$

wo i und r Einfalls- und Brechungswinkel bedeuten. Beachtet man nun, dafs hier die Reflexion an zwei parallelen Flächen zwischen denselben Medien geschieht, und dafs derjenige Theil, welcher vom zweimal reflectirten Lichte durch die Glasplatte geht, aufserhalb des Strahlenbündels fällt und daher vernachlässigt werden darf, so ergiebt sich leicht für die Componenten des durch die Platte gegangenen Lichtes

$$s = \tfrac{1}{2} - \left(\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}\right)^2 + \tfrac{1}{2}\left(\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}\right)^4$$

$$p = \tfrac{1}{2} - \left(\frac{\operatorname{tg}(i-r)}{\operatorname{tg}(i+r)}\right)^2 + \tfrac{1}{2}\left(\frac{\operatorname{tg}(i-r)}{\operatorname{tg}(i+r)}\right)^4$$

Die Schwächung des Lichtes ist hienach für unsere Betrachtungen

$$r = \left(\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}\right)^2 + \left(\frac{\operatorname{tg}(i-r)}{\operatorname{tg}(i+r)}\right)^2 - \tfrac{1}{2}\left\{\left(\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}\right)^4 + \left(\frac{\operatorname{tg}(i-r)}{\operatorname{tg}(i+r)}\right)^4\right\}$$

oder nach Einsetzung der Werthe in (α)

$$r = 2\left\{(\sigma+\pi) - (\sigma_0^2 + \pi^2)\right\} \ldots (\beta).$$

Eine erste Versuchsreihe führte ich mit einem Planglas aus, das ich unter beträchtlicher Neigung in die Bahn *beider* Strahlenbündel stellte; diese Neigung bedingte die gröfsere oder geringere Strecke, um welche das eine Bündel früher als das andere geschwächt wurde. Das Glas ruhte auf einem Tischchen, das durch drei Stellschrauben horizontal gestellt werden konnte und nach Art des Tischchens eines Goniometers um eine verticale Axe drehbar war. Die Drehungsaxe schnitt die Collimatoraxe; die Gröfse der Drehung war an einer Kreistheilung bis auf 3' genau abzulesen. Die Lage der Fransen wurde hiebei bestimmt, wenn der Einfallswinkel der Strahlen gegen die Platte *o* war und wenn derselbe eine Gröfse von 70° bis 75° hatte.

Eine andere Versuchsreihe stellte ich mit zwei aus derselben Platte geschnittenen Gläsern an, auf welche die Strahlen unter demselben Einfallswinkel fielen. Die Gläser lagen ursprünglich in derselben Ebene und wurden dann sich selbst und der Collimatoraxe parallel verschoben. Für diese Verschiebung diente mir der Apparat *C*, der auf einem massiven Stative horizontal befestigt war. Die beiden Schlitten *dd* sind durch die Schrauben *ee* horizontal verschiebbar; ihre äufseren Kanten bewegen sich längs der Schienen *ff*, ihre inneren Kanten liegen aneinander und sind durch die Federn *gg* gegen die Unterlage gedrückt. Die Berührungslinie der Schlitten fällt in die Horizontalprojection der Collimatoraxe. Die rechteckförmigen Plangläser *hh*, deren eine verticale Seiten schief abgeschliffen sind, werden auf die Schlitten *dd* festgekittet, während sie an einem dritten Planglas anliegen, das in der gewählten Neigung zur Berührungslinie senkrecht über beide Schlitten gestellt ist; das letztere wird nach der Befestigung der Gläser *hh* wieder entfernt. Die Schrauben *ee* ermöglichen dann sofort die gewünschte Verschiebung der Gläser, wobei die Strahlenbündel weder vor noch nach ihrer Brechung den Rand des Glases berühren. Die Lage der Minima wurde diesmal bestimmt, wenn die beiden

Gläser in derselben Ebene lagen und wenn ihre Durchschnitte mit der Collimatoraxe eine Entfernung von 40 bis 50^{mm} von einander hatten.

Verschiebung der Minima zweiter Classe bei Variation der relativen Helligkeit der beiden Strahlenbündel.

Die Beobachtungen nach der ersten der beschriebenen Versuchsweisen sind nur dann vollkommen einwurfsfrei, wenn die Flächen des reflectirenden Glases eben und parallel im mathematischen Sinne wären. Die Abweichungen hievon führen zu einer Verschiebung des ganzen centralen Bildes, die Folge einer prismatischen Ablenkung, und zu einer Verschiebung der Minima zweiter Classe in dem centralen Bilde, die Folge einer Verzögerungsdifferenz in den beiden Strahlenbündeln ist. In Folge beider Wirkungen werden daher Bewegungen der Minima eintreten, die nicht von einem Einfluſs der Lichtstärke auf die Geschwindigkeit herrühren. Diese Verschiebungen lassen sich aber eliminiren.

Es soll vorausgesetzt seyn, daſs die Drehungsaxe der Glasplatte den Spalten parallel und in der Mitte zwischen beiden Bündeln gelegen ist. Bei einem gegebenen Einfallswinkel der Strahlen kann dann die Platte immer noch die Winkel α, $180 - \alpha$, $-\alpha$ und $\alpha - 180$ mit der Collimatoraxe bilden. Angenommen nun, es existiren Verschiebungen der Minima durch prismatische Ablenkung und durch verschiedene Dicke der durchstrahlten Substanz, so müssen dieselben für die Winkel α und $\alpha - 180$ einerseits und für $-\alpha$ und $180 - \alpha$ anderseits einander gleich und entgegengesetzt seyn. Denn der Winkel zwischen den Ebenen ist immer so klein, daſs man sich in der Entwicklung des Ablenkungswinkels auf die ersten Potenzen beschränken darf, was eben jene Gleichheit mit sich führt. Und die Verschiebungen, welche in den beiden Fällen der austretende Strahl von einer Lage, die er bei vollkommenem Parallelismus hätte, gegen die Kante des Prismas hin oder davon weg erfährt, ist so klein, daſs die Aenderung

der Dicke der Verschiebung proportional gesetzt werden darf, also die Differenz der Dicke dieselbe bleibt. In den genannten Stellungen der Glasplatte, wo sich die fremden Verschiebungen umkehren, bleibt nun aber eine Verschiebung, welche die Wirkung der Schwächung des Lichtes ist, dieselbe. Setzt man daher bei jeder Stellung des Glases die Verschiebung positiv, wenn sie im Sinne einer Wirkung der Lichtstärke auf die Geschwindigkeit eintritt, negativ im entgegengesetzten Fall, und bildet man aus den Verschiebungen bei allen vier Stellungen das arithmetische Mittel, so muſs dieses die Verschiebung durch den Einfluſs der Lichtstärke auf die Geschwindigkeit geben.

Das angewendete Glas war eine Flintglasplatte von Steinheil; ihre Länge war 80^{mm}, die Breite war 30^{mm}, die mittlere Dicke $7{,}602^{mm}$ und der mittlere Brechungscoëfficient 1,6557. Es zeigte beide Wirkungen der Abweichung von der vollkommen ebenen und parallelen Beschaffenheit. Ich habe daher immer die Ablesungen bei den genannten vier Stellungen vorgenommen.

Ich gebe hier die Resultate zweier Versuchsreihen, welche das beschriebene Glas am vortheilhaftesten machte. Die beugenden Spalten hatten eine Höhe von 15^{mm}, ihre Breiten waren $2\frac{1}{2}$ und 3^{mm}, die Entfernung ihrer Mitten 5^{mm} und 10^{mm}; bei 5^{mm} war $\alpha = 15^{0}$, bei 10^{mm} war $\alpha = 20^{0}$ gewählt. Die Zahlen sind die Mittel aus je 10 Beobachtungen, die unter immer erneuter Einstellung des Glases und bei verschiedener Anfangslage seines Tischchens gewonnen wurden.

Distanz der Spalten	Winkel α	Distanz der Schwächung	Schwächung des Lichtes	Fransen-verschiebg	Wahrsch. Fehler
$5^{\bullet}$	$15^{\bullet}$	$18{,}66^{mm}$	0,444	0,18	0,014
10	20	27,4	0,328	1,19	0,024

Bei demselben Winkel α, aber geringeren Distanzen der Spalten und bei derselben Distanz, aber geringeren Schwächungen habe ich zwar vollkommen entsprechende Werthe der Fransenverschiebung erhalten; ich führe die-

selben aber nicht an, weil sie in die Nähe der eben noch sicher unterscheidbaren Distanzen rückten. In den mitgetheilten Beobachtungen ist die Verschiebung im Mittel dreimal so grofs als die Gränze der Unterscheidbarkeit und zehnmal so grofs als der wahrscheinliche Fehler.

Die zweite der beschriebenen Methoden verlangt, dafs die Bewegung der Glasplatten eine reine Verschiebung parallel der Collimatoraxe sey. Die Richtung der Verschiebung kann nun immer leicht so hergestellt werden, dafs Verrückungen der ganzen Platte nach rechts oder links, nach oben oder unten verschwindend klein werden. Die Forderung für die Bewegung reducirt sich daher auf die Vermeidung der Rotation. Vorhandene Rotationen sollen zerlegt seyn in Rotationen um eine zu der Platte senkrechte Axe, eine in der Platte liegende verticale und eine in ihr liegende horizontale Axe. Drehungen der ersten Art werden, falls sie sehr klein sind, keinen Fehler bedingen. Drehungen der beiden andern Arten können aber controlirt werden durch die auch von Quincke und Ångström benutzte Methode der Beobachtung eines von der Platte entworfenen Scalenbildes. Kennt man Dicke und Brechungscoefficient der Platte sowie Entfernung und Einheit der Scale, so kann die durch die Rotation hervorgerufene Fransenverschiebung berechnet werden.

Die Verzögerung, die ein, die Glasplatte *AA* (Fig. 5, Taf. I) durchdringender Strahl *abcd* erfährt, ist

$$\varepsilon = \frac{m \,.\, bc - be}{\lambda},$$

wo m den Brechungscoefficienten der Platte und λ die Wellenlänge in der Luft bedeuten. Werden nun Einfalls- und Brechungswinkel mit i und r bezeichnet, und ist h die Dicke der Platte, so kommt

$$m = \frac{\sin i}{\sin r}, \quad bc = \frac{h}{\cos r}, \quad be = h \,.\, \frac{\cos(i-r)}{\cos r}.$$

Unter Einführung dieser Werthe wird die Verzögerung

$$\varepsilon = \frac{h}{\lambda}\left(\frac{\sin i}{\sin r \cos r} - \frac{\cos(i-r)}{\cos r}\right) = \frac{h}{\lambda} \,.\, \frac{\sin(i-r)}{\sin r}.$$

Aendern sich nun bei einer kleinen Drehung der Platte

Einfalls- und Brechungswinkel um δi und δr, so wird die Aenderung der Verzögerung

$$\delta\varepsilon = \frac{h}{\lambda}\left\{\frac{\sin[(i+\delta i)-(r+\delta r)]}{\sin(r+\delta r)} - \frac{\sin(i-r)}{\sin r}\right\}.$$

In diesem Ausdruck kann man in großer Näherung setzen

$$\delta r = \frac{1}{m}\frac{\cos i}{\cos r}\delta i.$$

Sind die aus den Scalenverschiebungen abgeleiteten Drehungswinkel um die verticale und horizontale in der Platte liegende Axe beziehlich μ und ν, so ist endlich für die beiden Fälle

$$\delta i = \mu \text{ und } \delta i = \nu \cos i.$$

Der von mir benutzte Schlitten besafs nicht die Vollkommenheit, welche solche Rotationen ausgeschlossen hätte. Ich habe daher rechts und links von den Platten, zwei Meter von ihnen entfernt, Fernröhre aufgestellt, deren Scalen in einem Theil ihrer Länge quadrirt waren. Die Beleuchtung der entsprechenden Stellen mit einer Kerze reicht hin, um deutliche Bilder der Scale herzustellen. Die Lage dieser Bilder wurde, wie die der Minima, vor und nach der Verschiebung der Glasplatten abgelesen. Für die Correction ist der Sinn der Drehung um die verticale Axe sofort klar, da ja die Platte einen sehr grofsen bekannten Winkel mit den Strahlen bildet. Der Sinn der Drehungen um die horizontale Axe mufste dagegen erst festgestellt werden. Ich habe dazu nach jeder Versuchsreihe die eine und andere Platte durch ein paar sanfte Stöfse um diese Axe gedreht. Die Beobachtung des Scalenbildes ergab dann die Bewegung der Normalen und die Beobachtung der Minima die Aenderung der Dicke, d. h. ob sich die Platte gegen ihre senkrechte Lage, zur gemeinsamen Ebene der Platten hin oder davon weg bewegt.

Die benutzten Gläser waren zwei Crownglasplatten von Steinheil von 60^{mm} Länge und 30^{mm} Breite; ihre mittlere Dicke war 4,441^{mm}, ihr mittlerer Brechungscoefficient 1,5593. Die beiden beugenden Spalten hatten wieder eine Höhe von 25^{mm} und eine Breite von 2^{mm},5, die Entfernung

ihrer Mitten war 10^{mm}. Die Verschiebung der Minima konnte wie die der Scalenbilder bis auf eine Gröfse von $\frac{1}{16}$ erkannt werden.

Die folgende Zusammenstellung giebt die Resultate zweier Versuchsreihen, die je aus 6 Beobachtungen bestanden. Die Verschiebungen sind die Mittelwerthe aus den bereits reducirten Versuchsergebnissen, wobei die Wellenlänge des Natriums zu Grunde gelegt wurde.

Einfalls-winkel.	Schwächung des Lichtes.	Verschiebung der Platten.	Verschiebung der Fransen.	Wahrscheinlicher Fehler.
70°	0,280	42^{mm}	0,33	0,050
60°	0,175	50	0,13	0,074

Entsprechend der gröfseren Schwierigkeit dieser Versuche ist auch der wahrscheinliche Fehler gröfser als in den früheren Beobachtungen; doch bleibt er in dem Mittel noch 6 mal kleiner als die beobachtete Gröfse.

Von mehrfachen Beugungen, denen man in den früheren Versuchen noch hätte Störungen zuschreiben wollen, kann in diesen letzteren Versuchen nicht mehr die Rede seyn. Mehrfache gewöhnliche Interferenzen könnte man darin erblicken, dafs das in der Glasplatte zweimal reflectirte Licht ein zweites Fransensystem erzeugen mufs. Abgesehen von der zu geringen Helligkeit dieses Systemes, müfste es aber bei allen Stellungen der Platten in gleicher Weise vorhanden seyn.

Die angeführten Verschiebungen der Minima zweiter Classe scheinen somit auf keine Fehlerquellen zurückführbar; dann sind sie aber nur durch eine Aenderung der Wellenlänge, die bei Aenderung der Helligkeit eintritt, zu erklären. Die Versuche an den Minima zweiter Classe führen also zu derselben Consequenz, wie die nach der Methode der Interferenzen bei grofsen Gangunterschieden angestellten Versuche, dafs in zweiter Näherung die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes sich mit der Helligkeit ändert. Das in der zweiten Methode angewendete

Licht war überwiegend gelbes. Leitet man daher unter Zugrundelegung der Wellenlänge des Natriumlichtes die relativen Aenderungen der Wellenlänge aus den mitgetheilten Zahlen ab, so resultirt die folgende Tabelle, worin die Schwächung des Lichtes in runden Zahlen angeführt ist.

Schwächung des Lichtes.	Weglänge in λ.	Verschiebung der Fransen.	Aenderung der Geschwindigkeit	
			relativ.	absolut.
1 : 2	31600	0,18	0,000 0057	1700 m
1 : 3	46600	0,19	0,000 0041	1200
1 : 3,5	71300	0,33	0,000 0046	1400
1 : 5,5	84800	0,13	0,000 0016	500

Vergleicht man nun die Zahlen der beiden Tabellen, welche die Resultate nach der Methode der großen Gangunterschiede und diejenigen bei den Minima zweiter Classe darstellen, so ergiebt sich zuerst, daſs sie Gröſsen ganz derselben Ordnung enthalten, welche eine stetige Reihe bilden. Bei der totalen Verschiedenheit der Methoden und der angenäherten Gleichheit der absoluten Helligkeiten des Lichtes darf in einer solchen Uebereinstimmung ein Grund dafür erblickt werden, daſs die Ursache der Verschiebungen in der Natur des Lichtes liegt.

Stellt man weiter die sämmtlichen Resultate nach der Gröſse der Helligkeitsvariation und nach der Gröſse der Schwingungszahlen zusammen, so stellen sich deutlich zwei Gesetzmäſsigkeiten heraus:

1) Die Aenderung der Wellenlänge wächst mit der Aenderung der Helligkeit und dieses Wachsen ist ein langsameres, als es die Proportionalität mit der Helligkeitsvariation verlangte; die Aenderung würde sich eher der Quadratwurzel aus der letzteren, d. h. der Proportionalität mit der Variation der Amplitude anschlieſsen.

2) Die Aenderung der Wellenlänge wächst mit der Schwingungszahl des Lichtes und zwar schneller, als es die Proportionalität mit der letzteren verlangte; sie würde sich eher dem Quadrate der Schwingungszahl anschlieſsen.

Wenn nun auch diese Relationen aus den angeführten Zahlen keineswegs streng abgeleitet werden können, so bieten sie doch zwei nähere Gründe dafür, die Ursache der beobachteten Aenderungen in dem Lichte zu suchen.

Nach all' Diesem dürfte die Aufstellung des folgenden Satzes berechtigt seyn:

In zweiter Näherung, welche Differenzen von Milliontheilen des eigenen Werthes und kleinere berücksichtigt, ist ein Zusammenhang zwischen Fortpflanzungsgeschwindigkeit und lebendiger Kraft der Aetherbewegung anzunehmen. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes nimmt zu mit der Helligkeit desselben oder, was dasselbe ist, die Wellenlänge mit der Amplitude.

Eine Analogie zu diesem Resultate könnte man geneigt seyn in zwei wirklichen Geschwindigkeitsbestimmungen, die das gröfste Vertrauen verdienen, zu erblicken. Aus den achtzehn-monatlichen Aberrationsbeobachtungen von Struve am grofsen Passage-Instrument in Pulkowa ergiebt sich bekanntlich, die Enke'schen Werthe der Sonnenparallaxe und des Erdhalbmessers zu Grunde gelegt, die Lichtgeschwindigkeit zu 308,293 . 10^6 Meter; der wahrscheinliche Fehler dieser Bestimmung soll kaum 0,015 . 10^6 Meter betragen[1]). Die Versuche von Foucault an irdischen Lichtquellen führten dagegen zu einem Werthe von 298 . 10^6 Meter mit einem wahrscheinlichen Fehler von 0,5 . 10^6 Meter[2]). Die Differenz dieser beiden Werthe, 0,033 der Geschwindigkeit, ist ganz im Sinne der obigen Schlüsse.

Zunächst ist hier zu bemerken, dafs die Versuche von Foucault schon deshalb zu einem kleineren Werthe führen mufsten, weil sie eben die Geschwindigkeit in der Luft betreffen. Nach Biot und Arago sowohl als nach Delambre ist nun der Brechungsexponent der Luft 1,000294. Dieser Werth ist allerdings bedeutend kleiner als das Verhältnifs der genannten Geschwindigkeiten 1,034540 und

1) Struve, Astron. Nachr. von Schum. XXI. 1844. No. 484. *Etudes d'Astron. stell. 103. 107.*

2) *Foucault, C. R. 55. 501. 792.* Pogg. Ann. 118. 485. 585.

es müſste also aus letzterem doch dasselbe gefolgert werden.

Nun fällt aber die aus dem neuern Hansen'schen Werthe der Parallaxe abgeleitete Geschwindigkeit noch kleiner aus, als die von Foucault angegebene (291,6.10^6 Meter) und die von Fizeau früher ebenfalls an irdischem Lichte erhaltenen Werthe sind noch gröſser als die Struve'schen. (313.10^6 Meter.) Bestimmte Schlüsse können also aus solchen Beobachtungen noch nicht gezogen werden; aber die aufgeworfene Frage dürfte in dieser Hinsicht den Bestimmungen der Parallaxe bei den Venusdurchgängen von 1874 und 1881 erneutes Interesse verleihen.

Anmerkung. Im 132. Bande von Poggendorff's Annalen hat Quincke eine sehr elegante Methode der Bestimmung des Brechungscoefficienten planparalleler Platten beschrieben. Er benutzt die von einem Interferentialrefractor gelieferten Fransen und beobachtet die Verschiebung derselben, wenn die Platten als Jamin'scher Compensator in die Bahn der Strahlen eingeschaltet sind. — Eine ähnliche, aber noch einfachere Bestimmung erlauben die Fraunhofer'schen Minima zweiter Classe, wenn die zu bestimmende Glasplatte in der Bahn des einen Strahlenbündels um einen meſsbaren Winkel gedreht wird. Wendet man weiſses oder wenig homogenes Licht an, so wird der Gangunterschied der Anfangslage durch eine zweite Platte von annähernd derselben Dicke compensirt; benutzt man aber homogenes Licht, so ist dies, wenn die Dicke der Platte nicht allzugroſs ist, nicht einmal nöthig. Die Drehung der Platte kann auch hier durch ein Goniometer oder durch die Scalenbeobachtung ermittelt werden. — Der Ausdruck für den Brechungscoefficienten wird namentlich dann sehr einfach, wenn man den Drehungswinkel klein wählt. Hat man z. B., von senkrechter Incidenz ausgehend, die Platte um den Winkel i gedreht, so ist, wenn φ die Zahl der verschobenen Fransen und h die Dicke der Platte, der Brechungscoefficient

$$n = \frac{\sin^2 \frac{i}{2}}{\varphi - \frac{2h}{\lambda} \sin^2 \frac{i}{2}}.$$

Die Bestimmung des Brechungscoefficienten für verschiedene Schwingungszahlen läſst sich an einem gewöhnlichen Spectralapparat ausführen, wenn der Spalt des Collimators punctuell und die beugenden Spalten senkrecht

zur brechenden Kante des Prisma gemacht werden. Die letzteren sind wie die Glasplatte zwischen Prisma und Objectiv des Beobachtungsfernrohrs einzufügen.

Ueber die Reibung im Aether.

Um den Sinn des Satzes, der als Resultat der bisherigen Untersuchung hervorging, zu verstehen, hat man sich daran zu erinnern, daſs die Versuche an der Lichtverbreitung in ponderabeln Substanzen angestellt wurden. Alle solche Medien führen aber zu zwei Eigenthümlichkeiten, die in der Theorie der elastischen Aetherschwingungen mit zu berücksichtigen sind: es sind sowohl äuſsere auf das Medium einwirkende Kräfte, als auch eine Uebertragung von Bewegungskraft an die als Begrenzung anzusehenden ponderabeln Theilchen vorhanden. Es fragt sich daher, ist die beobachtete Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Amplitude durch diese beiden Eigenthümlichkeiten bedingt, d. h. also analog der Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit in ponderabeln Substanzen von der Wellenlänge, oder liegt ihre Ursache im Aether selber?

Wenn das erstere der Fall ist, so muſs die fragliche Relation zwischen Geschwindigkeit und Amplitude für verschiedene Media in ähnlicher Weise wie die Dispersion variiren. Die Beobachtung kann also entscheiden, wenn sie noch an einem zweiten viel dichteren Medium als Luft durchgeführt wird. Dazu habe ich Crownglas gewählt.

Die Versuche sind nach der Methode der Interferenzen bei groſsen Gangunterschieden an Natriumlicht angestellt. Ich erzeugte in der früher beschriebenen Weise die Interferenzen in einem Planglase, von $5{,}1031^{mm}$ Dicke, also bei einer Phasendifferenz von 26500 Undulationen. Diese Fransen zeigten bei der Variation der Helligkeit durch das absorbirende Glas deutlich die bereits beschriebenen Verschiebungen; wurde die Helligkeit auf $\frac{1}{3}$ geschwächt, so war die Gröſse der letzteren 0,2 des Abstandes zweier Fransen. Das Vorzeichen der Verschiebung war durch

die früher angestellten Versuche bei Variation der Dampfmenge festgestellt.

Mit Hülfe des Quecksilberniveau stellte ich nun denselben Gangunterschied sehr näherungsweise zwischen den beiden Newton'schen Gläsern her. Die Fransen, die jetzt ihren Ursprung einer Luftschicht verdanken, wurden dann bei derselben Variation der Helligkeit untersucht. Die Verschiebung hatte auch diesmal merklich dieselbe Gröſse.

Die Aenderung der Lichtgeschwindigkeit, die durch eine bestimmte Helligkeitsänderung hervorgerufen wird, ist somit merklich dieselbe in den beiden hinsichtlich der Dichtigkeit so auſserordentlich verschiedenen Medien. Daraus folgt, daſs ihre Ursache nicht in den ponderabeln Massen, sondern im Aether selber liegt; und es fragt sich jetzt, welche Eigenthümlichkeiten in der Bewegung des letzteren zu einer solchen Erscheinung Veranlassung geben können.

Die dem Versuche unterworfenen Helligkeiten sind so gering, daſs die Amplitude der Aetherbewegung als eine verschwindend kleine Gröſse betrachtet werden darf. Will man dies nicht zugeben, so tritt an die Stelle dieser Voraussetzung die Bemerkung, daſs die Berücksichtigung der Endlichkeit der Amplitude in der Weise, wie es in der Theorie der Dispersion geschieht, doch *nicht* zu einer Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit von der Helligkeit führt. Hiernach kann in dem Aether, der nach dem Vorhergehenden hier als ein freies System angesehen werden darf, nur noch die innere Reibung als Ursache der beobachteten Erscheinung in Frage kommen. Es würde sich somit darum handeln, den Einfluſs der letzteren auf die Fortpflanzung der elastischen Schwingungen festzusetzen.

Ebene Longitudinalschwingungen in Gasen genügen, wie Stefan[1]) gezeigt hat, unter Berücksichtigung der innern Reibung der Differentialgleichung:

1) Wiener Sitzungsb. 53. II. (1866), S. 529.

[redacted]

$$\frac{\partial^2 \Xi}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial^2 \Xi}{\partial x^2} + c \frac{\partial^3 \Xi}{\partial t \partial x^2}, \qquad \text{(I)}$$

worin Ξ die Verdichtung des Gases, C die ohne Berücksichtigung der innern Reibung abgeleitete Fortpflanzungsgeschwindigkeit bedeutet und c von der Reibung abhängt. Wenn auch diese Gleichung selbstverständlich nicht direct auf die transversalen Aetherschwingungen übertragbar ist, so hindert doch, so viel ich sehe, kein principieller Einwand, Functionen von derselben Periodicität für die letzteren anzunehmen. Es möge daher diese Periodicität vorausgesetzt und an die Gleichung (I) eine kurze Betrachtung angeknüpft werden.

Die Behandlung dieser Gleichung hat zu berücksichtigen, dafs nach dem Princip der Homogenität die Gröfsen $[C^2]$ und c in denselben Einheiten ausgedrückt seyn müssen. Bei der Differentiation des Ausdruckes für die Verschiebung (oder die Verdichtung) wird nun die Geschwindigkeit der Oscillation immer in Einheiten der Amplitude erhalten. Hierdurch wird die Einheit der Gröfse c bestimmt. Aber diese Gröfse c soll in der Einheit dargestellt seyn, in welcher das Quadrat der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ausgedrückt ist. Daraus folgt, dafs c mit der Quadratwurzel aus dem Verhältnifs der Einheit der Amplitude durch die Einheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit multiplicirt werden mufs. Da nun aber die Amplitude immer selber zur Einheit gewählt werden kann, so folgt weiter, dafs c mit der Quadratwurzel aus der in Einheiten der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ausgedrückten Amplitude zu multipliciren ist. Ist also die Amplitude in irgend einer Einheit ausgedrückt $= a$ und in Einheiten der Fortpflanzungsgeschwindigkeit $= \mu a$, so ist der zugehörige Reibungscoefficient $c\sqrt{\mu a}$, wobei c die auf die Einheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit bezügliche Reibungsconstante ist. Die auf diese Amplitude a bezügliche Differentialgleichung ist daher

$$\frac{\partial^2 \Xi}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial^2 \Xi}{\partial x^2} + c\sqrt{\mu a}\, \frac{\partial^3 \Xi}{\partial t \partial x^2}. \qquad \text{(I')}$$

Nach Diesem läfst sich eine particuläre Lösung der Differential-Gleichung auf folgende Weise finden. Wir bringen die darzustellende Bewegung auf die Form

$$\Xi = a e^{\alpha(\beta x + t) i}.$$

Aus Gleichung (I') resultirt dann die Bedingungsgleichung

$$\alpha^2 = C^2 \alpha^2 \beta^2 + c \sqrt{\mu a}\, \alpha^3 \beta^2 i,$$

woraus sich, wenn kürzehalber

$$m = \sqrt{C^4 + c^2 \mu a \alpha^2}$$

gesetzt wird, β durch den Ausdruck bestimmt

$$\beta = \pm \frac{1}{m}\left(\sqrt{\frac{m + C^2}{2}} + i \sqrt{\frac{m - C^2}{2}}\right).$$

Die Substitution des ersten dieser Werthe in dem Ausdruck für Ξ führt zu der Lösung

$$\Xi = a e^{-\frac{\alpha}{m}\sqrt{\frac{m - C^2}{2}}\, x}\; e^{\alpha\left(\frac{x}{m}\sqrt{\frac{m + C^2}{2}} + t\right) i}.$$

Beachtet man, dafs hierin näherungsweise

$$m = C^2\left(1 + \tfrac{1}{2}\frac{c^2 \mu a \alpha^2}{C^4}\right)$$

$$-\frac{\alpha}{m}\sqrt{\frac{m - C^2}{2}} = -\frac{c \sqrt{\mu}\sqrt{a}\, \alpha^2}{C^3}$$

$$\frac{1}{m}\sqrt{\frac{m + C^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{C^2 + \frac{c^2 \mu a \alpha^2}{C^2}}},$$

so erhält man durch Substitution dieser Werthe die Form

$$\Xi = a e^{-\frac{c\sqrt{\mu}\sqrt{a}\,\alpha^2}{C^3} x}\; e^{\alpha\left(\frac{x}{\sqrt{C^2 + \frac{c^2 \mu a \alpha^2}{C^2}}} + t\right) i},$$

oder, in der gewöhnlichen Weise geschrieben,

$$\Xi = a e^{-\frac{c\sqrt{\mu}\sqrt{a}\,\alpha^2}{C^3} x} \left\{ \cos \alpha\left(\frac{x}{\sqrt{C^2 + \frac{c^2 \mu a \alpha^2}{C^2}}} + t\right) + i \sin \alpha\left(\frac{x}{\sqrt{C^2 + \frac{c^2 \mu a \alpha^2}{C^2}}} + t\right)\right\} \quad \text{(II).}$$

In dieser Form läſst die Lösung die Fortpflanzungsgesetze sofort erkennen:

1) Die lebendige Kraft der gesammten fortgepflanzten Schwingungsbewegung nimmt ab, wenn die durchlaufene Strecke wächst; das Princip der Erhaltung der lebendigen Kraft ist also für das Schwingungssystem nicht mehr gültig.

2) Sowohl der Ausdruck für die Geschwindigkeit der Fortpflanzung als derjenige für die Abhängigkeit der Amplitude von der durchlaufenen Strecke variiren mit den willkürlichen Gröſsen der Schwingung, mit Amplitude und Schwingungszahl; die Fortpflanzungsgesetze sind also nicht mehr für alle Schwingungen dieselben.

Die Functionen, welche diese Abhängigkeiten ausdrücken, ergeben sich sogleich, wenn die Gl. (II.) etwas directer geschrieben wird. Bezeichnet man die Schwingungsdauer mit τ, die Schwingungszahl mit n, die Wellenlänge mit λ und setzt

$$\alpha = \frac{2\pi}{\tau} = 2\pi n,$$

also die eingeführten Gröſsen

$$\tau = \frac{1}{n} = \frac{2\pi}{\alpha}; \quad \lambda = \frac{1}{n}\sqrt{C^2 + \frac{c^2 \mu a \alpha^2}{C^2}},$$

so geht (II.) über in

$$\Xi = a e^{-\frac{4\pi^2 \sqrt{\mu c}}{C^3}\sqrt{a}\, n^2 x} \left\{\cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{\tau}\right) + i \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{\tau}\right)\right\} \quad \text{(II')}.$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist hiernach

$$v = \frac{\lambda}{\tau} = \sqrt{C^2 + \frac{4\pi^2 \mu c^2}{C^2} a n^2}, \qquad \text{(A)}$$

sie erfährt also durch die Reibung einen Zuwachs, der näherungsweise

$$\Delta v = \frac{2\pi^2 \mu c^2}{C^3} a n^2. \qquad \text{(A')}$$

Dieser Zuwachs ist proportional der Amplitude oder der Quadratwurzel aus der Helligkeit und proportional dem Quadrate der Schwingungszahl.

Der Factor, mit welchem die Helligkeit in Folge der Reibung multiplicirt erscheint, ist

$$\varkappa = e^{-\frac{8\pi^2 \sqrt{\mu}\,\epsilon}{C^3}\sqrt{a}\,n^2 x} \qquad \text{(B)}$$

ein Ausdruck, der proportional der Quadratwurzel aus der Helligkeit und proportional dem Quadrate der Schwingungszahl ist.

Die Abhängigkeit der untersuchten Gröfsen von der Schwingungszahl ist schon von Stefan hervorgehoben; diejenige von der Amplitude ergab erst die Berücksichtigung des relativen Characters des Reibungscoefficienten.

Aus dem Entwickelten darf man folgern, dafs die innere Reibung eines Systemes in der That zu einer Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit von der Amplitude in dem oben nachgewiesenen Sinne führt. Vergleicht man noch näher die wahrscheinlichen Gesetzmäfsigkeiten, denen die beobachteten Zuwächse genügen, so findet man, dafs sie gerade die in der Formel (A′) ausgedrückten sind. Es ist schon bemerkt, dafs dieselben nicht mit Strenge aus den Versuchen abgeleitet werden können; und es ist wahrscheinlich, dafs der Ausdruck (A′) für die gröfsere Helligkeit von der Wirklichkeit abweicht. Wenigstens ergab eine Variation der absoluten Helligkeit keine merkliche Variation in der Geschwindigkeitsänderung, die Folge einer bestimmten Absorption war. Indessen schliefsen sich die Beobachtungen über die Geschwindigkeit auch in ihrer Gesetzmäfsigkeit dem Ausdrucke (A′) näherungsweise an und so bleiben nur noch die beiden andern Consequenzen der innern Reibung zu beleuchten.

Die Aenderung, welche die Lichtgeschwindigkeit erfährt, wenn bei constanter Amplitude sich die Schwingungszahl ändert, sagt, dafs auch im Weltraum die verschiedenen Strahlen, wenn sie dieselbe Helligkeit haben,

sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten fortpflanzen. Es würde also auch der Weltraum ein Dispersionsvermögen besitzen, freilich in einem von dem gewöhnlichen etwas abweichenden Sinne.

Gegen diesen Schlufs, zu dem die Annahme einer innern Reibung im Aether führt, könnte man einwenden, dafs die Sterne, deren Aberration ja von der Geschwindigkeit abhängt, bei einer solchen Verschiedenheit der Geschwindigkeit für die verschiedenen Strahlen als Spectren erscheinen müfsten. Wenn letzteres nicht der Fall ist, so beweist aber dies offenbar nur, dafs die Differenzen der Geschwindigkeit sehr kleine sind. Dasselbe gilt von den durch Newton angeregten Beobachtungen der Jupitertrabanten und den von Arago beobachteten Sonnenfinsternissen, die auf der Oberfläche des Jupiters durch seine Trabanten hervorgerufen werden.

Hinsichtlich einer oberen Grenze der fraglichen Geschwindigkeitsdifferenz ist ein anderer Versuch von Arago zu erwähnen. Beobachtungen der veränderlichen Sterne, besonders des Algol, führten ihn zu dem Resultate, dafs, wenn die rothen und violetten Strahlen im leeren Raume verschiedene Geschwindigkeiten haben, dieser Unterschied geringer ist, als 0,00001 der Geschwindigkeit selber. Dieser Werth ist schon eine Gröfse von der Ordnung derjenigen, welche die obigen Versuche ergeben haben. Ein Widerspruch der genannten Consequenz mit der Wirklichkeit ist aber noch weniger zu erblicken, wenn man mit der Verschiedenheit der Schwingungszahl zugleich die der Amplitude berücksichtigt. Die schnelleren Schwingungen haben auch eine geringere Helligkeit. Während also ihre gröfseren Schwingungszahlen die Geschwindigkeit vermehren, drückt sie die geringere Amplitude wieder herab.

Die letzte Consequenz der innern Reibung, die Absorption des Lichtes im Weltraum, ist nichts anderes als das Extinctionsvermögen des letzteren. Dieses Extinctionsvermögen ist aber längst aus wesentlich anderen Gründen

sowohl für das Licht als für die Wärme angenommen worden.

Chéseaux und Olbers[1]) deduciren ein solches Vermögen für das Licht aus allgemeinen Speculationen über die Natur des Weltraumes. Giebt man die Unendlichkeit des Fixsternhimmels zu, so sollte der ganze Himmel ebenso hell seyn wie die Sonne. Das Gegentheil, das die Wirklichkeit lehrt, ist nur erklärbar durch die Annahme einer Absorption des Lichtes im Weltraume. Eine „absolute Durchsichtigkeit des Weltraumes ist nicht nur ganz unerwiesen, sondern auch ganz unwahrscheinlich. Wenn gleich die so dichten Planeten durchaus keinen merklichen Widerstand in dem Weltraum erleiden, so dürfen wir uns ihn doch nicht ganz leer denken. Manches, was wir an Kometen und ihren Schweifen wahrnehmen, scheint auf etwas Materielles im Weltraum hinzudeuten. — Selbst wenn dieser Weltraum auch sonst ganz leer wäre, müssen und können die sich durchkreuzenden Lichtstrahlen einen kleinen Verlust bewirken.“

Poisson[2]) nimmt aus ähnlichen Gründen dasselbe auslöschende Vermögen des Weltraumes für die strahlende Wärme an. «*Il ne semble pas non plus qu'on puisse supposer l'éther entièrement dénué de la faculté d'absorber la chaleur*; *car si cela était*, *la température en chaque point de l'espace, provenant de la chaleur stellaire*, *serait extrèmement élevée et comparable à celle du soleil*, *à moins que le nombre des étoiles incandescentes ne fut extrèmement petit par rapport à celui des étoiles opaques.*»

Struve[3]) endlich erblickt eine thatsächliche Begründung des Extinctionsvermögens in der grofsen Abweichung der wirklichen Tragweite des Herschel'schen Teleskopes von der theoretisch geforderten. « *Comment expliquer ce*

1) *Loys de Cheseaux*, *Traité de la Comète de 1743.* (Citat von Struve.) Olbers, Ueber die Durchsichtigkeit des Weltraumes. Bode's astron. Jahrb. 1826. 110.

2) *Poisson*, *Théorie math. de la Chaleur. 1835. 437.*

3) *F. G. W. Struve*, *Etudes d'Astron. stell. 1847. 83.*

fait? Je ne vois point d'autre explication que celle d'admettre que l'intensité de la lumière décroît en plus grande proportion que la raison inverse des carrés des distances; ce qui veut dire qu'il existe une perte de lumière, une extinction dans le passage de la lumière par l'espace céleste.»

Es ist hier nicht der Ort, auf eine Kritik dieser Deductionen des Extinctionsvermögens einzugehen. Nimmt man dasselbe an und fragt nach seiner physikalischen Ursache, so könnte man, wie schon Olbers andeutet, geneigt seyn, dieselbe in der Anwesenheit fein zertheilter ponderabler Massen im Weltraum zu erblicken. Zöllner[1]) hat aber gezeigt, daſs der für die Stabilität unserer Atmosphäre z. B. erforderliche Druck desselben Gases im Weltraum einen physikalisch vollkommen verschwindenden Werth besitzt, „der weder auf die Extintion und Richtung des Lichtes noch auf die Bewegung der in ihm befindlichen Massen einen merklichen Einfluſs ausüben kann." Dürfte man dies verallgemeinern, so bliebe als Ursache der Extinction nur die innere Reibung im Aether.

Aus Allem geht hervor, daſs die Annahme einer innern Reibung im Aether hier nicht nur die mitgetheilten Beobachtungen über die Lichtgeschwindigkeit, sondern auch das Extinctionsvermögen des Weltraumes erklärt, und daſs sie mit den übrigen Erscheinungen der Lichtverbreitung im Weltraume verträglich ist. Da nun auſserdem eine solche Erklärungsweise jener Beobachtungen die einzig mögliche zu seyn scheint, *so dürfte diese Annahme einer innern Reibung im Aether gerechtfertigt seyn.*

Wenn aber eine solche innere Reibung als die wesentliche Ursache für die Absorption des Lichtes im Weltraume anzusehen ist, so sagt die letztere, ein Theil der regelmäſsig periodischen Bewegung des Aethers geht über in eine unregelmäſsige Bewegung desselben. Es existirt also im Aether auſser der elastischen Schwingungsbewegung eine zweite Bewegung, die der Bewegung der Mole-

1) Zöllner, Ueber die Stabilität kosmischer Massen u. s. w. Leipz. Ber. 1871. 195.

cüle ponderabler Substanzen analog ist und daher passend die Wärme des Aethers heiſsen dürfte.

Die Intensität beider Bewegungen wächst und fällt gleichzeitig. Daraus ergiebt sich unmittelbar, daſs in der Nähe leuchtender Gestirne die unregelmäſsige Bewegung einen Maximalwerth hat, während sie gegen die nicht leuchtenden Himmelskörper hin stetig abnimmt. Was nun von der Wärme der ponderabeln Substanzen hinsichtlich ihrer Leitung gilt, wird sofort auch auf die Wärme des Aethers übertragbar seyn. Jene verbreitet sich von den Stellen höherer Werthe gegen die Stellen niedrigerer Werthe. Hieraus folgt, daſs von den leuchtenden gegen die nicht leuchtenden Himmelskörper hin eine zweite Form der Uebertragung von lebendiger Kraft existirt, die Leitung der Wärme im Aether.

Leipzig, im November 1871.

VI. *Zur Geschichte der mechanischen Wärmetheorie; von R. Clausius.*

Es zeigt sich gegenwärtig in England bei mehreren physikalischen Schriftstellern ein stark hervortretendes Streben, die mechanische Wärmetheorie so viel, wie möglich, für ihre Nation in Anspruch zu nehmen.

So erschien vor einigen Jahren ein Buch von Tait *„Sketch of Thermodynamics“*, dessen bei Weitem gröſster Theil in den Capitel-Ueberschriften als *„Historical Sketch“* bezeichnet wird, und welches ganz unzweifelhaft vorwiegend dem oben genannten Zwecke seine Entstehung verdankt. Ich hatte gegen die Art, wie meine Arbeiten darin neben denjenigen von W. Thomson und Rankine besprochen sind, manches einzuwenden; aber aus Scheu vor persönlichen Erörterungen und aus Hochachtung vor dem Ver-



fasser und vor den beiden letztgenannten hervorragenden Gelehrten, deren Verdienste ich in keiner Weise schmälern wollte, unterliefs ich es, obwohl jenes sehr geschickt abgefafste Buch nicht blos in England grofse Verbreitung fand, sondern auch in's Französische übersetzt wurde.

In neuester Zeit ist aber noch ein anderes Werk erschienen *„Theory of Heat“ by J. Clerk Maxwell*, welches gegen die Deutschen viel rücksichtsloser verfährt, als das oben erwähnte. Obwohl es die mechanische Wärmetheorie mit besonderer Vorliebe behandelt und über ihre Entstehung viele Citate und historische Notizen beibringt, kommt der Name Mayer in dem ganzen Buche nicht vor, und mein Name wird bei allen Auseinandersetzungen (mit Ausnahme der Molecular-Constitution der Körper) nur einmal erwähnt, indem gesagt wird, ich habe das Wort *Entropie* eingeführt, wobei aber hinzugefügt wird, die Theorie der Entropie sey schon vor mir von Thomson gegeben.

Es würde überflüssig seyn, wenn ich hier die Rechte von Mayer vertreten wollte, da er schon früher einen viel geschickteren Anwalt an Tyndall gefunden hat, dessen Gerechtigkeitsgefühl sich durch Nebenrücksichten nicht beirren läfst. Auch meine Rechte würde ich wieder unvertheidigt lassen, wenn der Verfasser des Buches weniger berühmt wäre. Da aber Maxwell durch seine vielen ausgezeichneten wissenschaftlichen Arbeiten mit Recht einen weit verbreiteten Ruhm geniefst, so glaube ich doch, so ungern ich mich auch dazu entschliefse, Einiges zur Berichtigung seiner Darstellung sagen zu müssen, und da alle meine Arbeiten über die mechanische Wärmetheorie in diesen Annalen gedruckt sind, so darf ich auch wohl für diese persönlichen Bemerkungen, zu denen ich gezwungen bin, und welche ich auch dem Phil. Mag. eingesandt habe, einen kleinen Platz in ihnen beanspruchen.

Zum besseren Verständnisse des Folgenden wird es zweckmäfsig seyn, zunächst etwas über den Stand der

Wärmetheorie zur Zeit der Veröffentlichung meiner ersten auf dieselbe bezüglichen Abhandlung zu sagen.

In den Jahren von 1842 bis 1849 waren die ersten schönen Arbeiten von Mayer, Colding und Helmholtz über die Erhaltung der Energie und ein Theil der berühmten Untersuchungen von Joule über das mechanische Aequivalent der Wärme erschienen, waren aber damals noch nicht so bekannt geworden, wie sie es verdienten.

Dann i. J. 1849 publicirte W. Thomson seine interessante Abhandlung „*An Account of Carnots Theory of the Motive Power of Heat; with Numerical Results deduced from Regnault's Experiments on Steam*“[1]). In dieser Abhandlung stellt er sich noch ganz auf den Standpunct von Carnot, daſs die Wärme Arbeit leisten könne, ohne daſs die Quantität der vorhandenen Wärme sich ändere. Er führt zwar eine Schwierigkeit an, welche dieser Ansicht entgegensteht, und sagt dann (S. 545): „Es möchte scheinen, daſs die Schwierigkeit ganz vermieden werden würde, wenn man Carnot's Fundamental-Axiom verlieſse, eine Ansicht, welche von Hrn. Joule stark urgirt wird.“ Er fügt jedoch hinzu: „Wenn wir dieses aber thun, so stoſsen wir auf unzählige andere Schwierigkeiten, welche, ohne fernere experimentelle Untersuchung und einen vollständigen Neubau der Wärmetheorie von Grund auf, unüberwindlich sind. Es ist in der That das Experiment, auf welches wir aussehen müssen, entweder für eine Bestätigung des Carnot'schen Axioms und eine Erklärung der Schwierigkeit, die wir betrachtet haben, oder für eine ganz neue Grundlage der Wärmetheorie.“

Zur Zeit des Erscheinens dieser Abhandlung schrieb ich meine erste Abhandlung über die mechanische Wärmetheorie, welche im Februar 1850 in der Berliner Academie vorgetragen und im März- und Aprilheft dieser Annal. gedruckt wurde, und von der auch eine englische Uebersetzung im Phil. Mag. erschien.

1) *Transact. of the Royal Soc. of Edinb. Vol. XVI. p. 541.*

In dieser Abhandlung habe ich es gewagt, jenen Neubau der Wärmetheorie zu beginnen, ohne fernere Experimente abzuwarten, und ich glaube, darin die von Thomson erwähnten Schwierigkeiten so weit überwunden zu haben, daſs für alle weiteren Untersuchungen dieser Art der Weg geebnet war.

Im *ersten* Theile der Abhandlung, welcher von dem *Satze von der Aequivalenz von Wärme und Arbeit* handelt, habe ich zunächst gezeigt, daſs mehrere in der Wärmelehre vorkommende wichtige Gröſsen ganz anders aufgefaſst und behandelt werden müssen, als es bis dahin geschehen war.

Die Wärmemenge, welche ein Körper aufnehmen muſs, um aus einem gegebenen Anfangszustande in einen anderen Zustand zu gelangen, und welche man die *Gesammtwärme* des Körpers nannte, wurde früher allgemein als eine Gröſse behandelt, welche durch den augenblicklichen Zustand des Körpers vollkommen bestimmt sey, und wurde demgemäſs durch eine Function von Volumen und Temperatur oder von Volumen und Druck dargestellt. Ich zeigte nun, daſs eine solche Darstellungsweise unzulässig ist, indem diese Gröſse nicht blos von dem augenblicklichen Zustande des Körpers abhängt, sondern auch von dem Wege, auf welchem der Körper in diesen Zustand gelangt ist.

Von der sogenannten *latenten* Wärme stellte ich die Behauptung auf, daſs sie gar nicht mehr als Wärme existire, sondern zu Arbeit verbraucht sey. Die Arbeit unterschied ich in *innere* und *äuſsere* Arbeit und hob hervor, daſs zwischen beiden ein wesentlicher Unterschied bestehe, indem die erstere von dem Wege der Veränderungen unabhängig, die letztere dagegen davon abhängig sey.

Die zu innerer Arbeit verbrauchte Wärme vereinigte ich mit der wirklich im Körper vorhandenen Wärme in Eine Gröſse, welche sich so verhält, wie man es früher von der Gesammtwärme angenommen hatte, daſs sie sich durch eine Function von Volumen und Temperatur dar-

stellen läſst. Thomson hat dieser von mir mit *U* bezeichneten Function später den sehr passenden Namen *Energie* des Körpers gegeben.

Im *zweiten* Theile der Abhandlung, welcher sich auf den *Carnot'schen Satz* bezieht, habe ich gezeigt, daſs dieser Satz in der Form, in welcher Carnot ihn ausgesprochen hat, nicht richtig sein kann, und daſs ferner der Beweis, welchen Carnot davon geführt hat, und welcher sich auf den Grundsatz stützt, *daſs es unmöglich sey, bewegende Kraft aus nichts zu schaffen*, nach der Annahme des oben angeführten ersten Hauptsatzes nicht mehr haltbar ist. Dagegen habe ich weiter gezeigt, daſs man durch eine gewisse Modification des Carnot'schen Satzes seine Uebereinstimmung mit dem ersten Hauptsatze herstellen kann, und den so modificirten Satz habe ich durch Annahme eines neuen Grundsatzes bewiesen. Dieser Grundsatz lautet in seiner kürzesten Form: *Die Wärme kann nicht von selbst aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen.*

Nach der Feststellung der allgemeinen Begriffe habe ich beide Hauptsätze auf permanente Gase und auf den Verdampfungsproceſs angewandt.

Die Anwendung auf Gase ergab unter andern die erste zuverlässige Bestimmung der Carnot'schen Temperaturfunction, indem eine frühere Bestimmung von Holtzmann auf Rechnungen beruhte, welche nachweisbar unrichtig waren, und daher für die Richtigkeit des Resultates keine Garantie bieten konnten.

Die Anwendung auf den Verdampfungsproceſs führte zu zwei wichtigen Ergebnissen: erstens, daſs Wasserdampf, wenn er sich ohne Wärmezufuhr und mit Ueberwindung eines seiner vollen Kraft entsprechenden Widerstandes ausdehnt, sich dabei theilweise niederschlagen muſs, und daſs daher die specifische Wärme des gesättigten Dampfes eine *negative* Gröſse ist, und zweitens, daſs gesättigter Dampf nicht, wie man früher bei allen Rechnungen vorausgesetzt hatte, dem Mariotte'schen und Gay-Lussac-

schen Gesetze folgt, sondern weit davon abweicht. Die neuen Gleichungen, welche ich schon in dieser ersten Abhandlung zur näheren Bestimmung des Verhaltens der Dämpfe aufstellte, werden noch jetzt als vollkommen richtig anerkannt und allgemein angewandt.

In demselben Monate (Februar 1850), in welchem meine Abhandlung in der Berliner Academie vorgetragen wurde, wurde auch in der Edinburger *Royal Society* eine sehr werthvolle Abhandlung von Rankine vorgetragen, welche dann in den *Transactions* dieser Gesellschaft veröffentlicht ist [1]).

Rankine stellt darin die Hypothese auf, daſs die Wärme in einer wirbelnden Bewegung der Molecüle bestehe, und leitet daraus in sehr geschickter Weise eine Reihe von Sätzen über das Verhalten der Wärme ab. Besonders ist zu erwähnen, daſs auch er gefunden hat, daſs die specifische Wärme des gesättigten Dampfes eine negative Gröſse ist. Die quantitative Bestimmung dieser Gröſse hat Rankine aber nicht so genau ausführen können, wie ich, weil er damals noch das Mariotte'sche und Gay-Lussac'sche Gesetz für gesättigten Dampf als gültig annahm.

Der *zweite* Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie ist in dieser Abhandlung von Rankine noch nicht behandelt, sondern erst in einer anderen Abhandlung, welche ein Jahr später (April 1851) in der Edinburger *R. Soc.* vorgetragen wurde [2]). Er sagt darin selbst [3]), er habe zuerst gegen die Richtigkeit der Schluſsweise, durch welche ich diesen Satz aufrecht erhalten habe, Zweifel gehegt, sey dann aber durch W. Thomson, dem er seine Zweifel mitgetheilt habe, veranlaſst, den Gegenstand näher zu untersuchen. Dabei habe er gefunden, daſs dieser Satz nicht als ein unabhängiges Princip in der Wärmetheorie

1) Bd. XX, S. 147. Sie ist 1864 mit einigen Abänderungen noch einmal abgedruckt im *Phil. Mag. Ser. IV, Vol. VII, p. 1, 111 u. 172.*
2) *Edinb. Trans. XX, p. 205; Phil. Mag. S. IV, Vol. VII, p. 249.*
3) *Phil. Mag. Vol. VII, p. 250.*

zu behandeln sey, sondern daſs er als eine Folge aus denjenigen Gleichungen abgeleitet werden könne, welche in der ersten Section seiner früheren Abhandlung gegeben seyen.

Er theilt dann den neuen Beweis des Satzes mit. Dieser Beweis stimmt aber (wie ich später gezeigt habe [1]), ohne eine Widerlegung von Hrn. Rankine zu erfahren), mit seinen eigenen Ansichten über die specifische Wärme nur in solchen Fällen überein, wo der betreffende Körper seinen Aggregatzustand beibehält. In solchen Fällen dagegen, wo Aenderungen des Aggregatzustandes vorkommen, (und das sind die wichtigsten Fälle), steht sein Beweis mit jenen sonst von ihm ausgesprochenen und auch später festgehaltenen [2]) Ansichten im Widerspruche.

Rankine hat die Abhandlung von 1851 seiner früheren Abhandlung wegen der Verwandtschaft des Inhaltes als fünfte Section hinzugefügt. Dadurch ist bei einigen Autoren der Irrthum entstanden, als ob diese neue Abhandlung schon ein Theil jener früheren Abhandlung gewesen wäre und demnach Rankine gleichzeitig mit mir einen Beweis des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie gegeben hätte. Aus dem Vorstehenden ist aber ersichtlich, daſs sein Beweis (abgesehen davon, in wie weit er genügend ist), erst ein Jahr nach dem meinigen gegeben ist.

Ebenfalls im Jahre 1851 (im März) wurde auch von W. Thomson eine zweite Abhandlung über die Wärmetheorie der Edinburger *Royal Society* vorgelegt [3]). In dieser Abhandlung verläſst er seinen früheren Standpunkt in Bezug auf die Carnot'sche Theorie, und schlieſst sich meiner Auffassung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie an. Er hat dabei die Betrachtungen

1) Diese Ann. Bd. CXX, S. 434, und Abhandlungensammlung Th. I, S. 304.

2) *Phil. Mag. S. IV, Vol. XXX, p. [illegible]10.*

3) *Edinb. Trans. Vol. XX, p. 261*; wieder abgedruckt im *Phil. Mag. Ser. IV, Vol. IV, p. 8, 105 und 168.* Deutsch in Krönig's Journal für Physik des Auslandes Bd. III, S. 233.

erweitert. Während ich mich bei der mathematischen Behandlung des Gegenstandes auf die Betrachtung der Gase und des Verdampfungsprocesses beschränkte, und nur hinzufügte, man werde leicht sehen, wie sich entsprechende Anwendungen auch auf andere Fälle machen lassen, hat Thomson eine Reihe allgemeinerer, vom Aggregatzustande der Körper unabhängiger Gleichungen entwickelt, und ist erst dann zu specielleren Anwendungen übergegangen.

In einem Punkte aber bleibt auch diese spätere Abhandlung hinter der meinigen zurück. Thomson hält nämlich auch hier noch für gesättigten Dampf am Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze fest, indem er eine auf permanente Gase bezügliche Hypothese, welche ich bei meinen Entwickelungen zu Hülfe genommen hatte, beanstandet. Er sagt darüber[1]: „Ich kann nicht einsehen, daſs irgend eine Hypothese der Art, wie die von Clausius bei seinen Untersuchungen über diesen Gegenstand zu Grunde gelegte, welche, wie er zeigt, zu Bestimmungen der Dichtigkeiten des gesättigten Dampfes bei verschiedenen Temperaturen führt, die enorme Abweichungen von den Gas-Gesetzen der Aenderung mit Temperatur und Druck ergeben, wahrscheinlicher ist, oder wahrscheinlich der Richtigkeit näher kommt, als daſs die Dichtigkeit des gesättigten Dampfes diesen Gesetzen folgt, wie es gewöhnlich von ihr angenommen wird. Im gegenwärtigen Zustande der Wissenschaft würde es vielleicht unrichtig seyn, zu sagen, daſs eine Hypothese wahrscheinlicher sey, als die andere."

Erst mehrere Jahre später, nachdem er sich durch gemeinsam mit Joule angestellte Versuche davon überzeugt hatte, daſs die von mir angenommene Hypothese in den von mir selbst schon bezeichneten Gränzen richtig ist, hat auch er zur Bestimmung der Dichtigkeiten des gesättigten Dampfes dasselbe Verfahren, wie ich, angewandt[2]).

1) *Edinb. Trans. Vol. XX, p. 277*; *Phil. Mag. V. IV, p. 111*; und Krönig's Journal Bd. III, S. 260.

2) *Phil. Trans. 1854, p. 321.*

Die HH. Rankine und Thomson haben die im Vorigen angegebene Stellung, welche unsere ersten Arbeiten über die mechanische Wärmetheorie zu einander einnahmen, so viel ich weiſs, immer auf das Bereitwilligste anerkannt. Thomson sagt in seiner Abhandlung [1]): „Die ganze Theorie der bewegenden Kraft der Wärme gründet sich auf die beiden folgenden Sätze, welche beziehentlich von Joule und von Carnot und Clausius herstammen". Demgemäſs führt er darauf den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie unter der Bezeichnung „*Prop. II* (Carnot and Clausius)" an. Nachdem er sodann einen von ihm selbst gefundenen Beweis dieses Satzes mitgetheilt hat, fährt er fort [2]): „Es ist nicht mit dem Wunsche eine Priorität zu reclamiren, daſs ich diese Auseinandersetzungen mache, da das Verdienst, den Satz zuerst auf richtige Principien gegründet zu haben (*of first establishing the proposition upon correct principles*), vollständig Clausius gebührt, welcher seinen Beweis desselben im Monat Mai des vorigen Jahres im zweiten Theile seines Aufsatzes über die bewegende Kraft der Wärme publicirte."

Trotz dieser Aussprüche von W. Thomson hält Hr. Maxwell es für angemessen, meine Arbeiten unerwähnt zu lassen. Er setzt (S. 145 bis 155) weitläufig auseinander, daſs Carnot bei seinen Betrachtungen in einem wesentlichen Punkte im Irrthum war, und daſs daher sowohl der von ihm ausgesprochene Satz, als auch der von ihm geführte Beweis geändert werden muſsten. Bei alledem findet er aber kein einziges Wort, um zu erwähnen, wer diese Aenderungen zuerst gemacht und den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie in richtiger Weise ausgesprochen und auf richtige Principien zurückgeführt hat.

Es kommt dabei Folgendes vor. W. Thomson hat in seiner Abhandlung bei Besprechung meines Beweises

1) *Edinb. Trans. V. XX, p. 264*; *Phil. Mag. Vol. IV, p. 11*; Krönig's Journal III, S. 238.

2) An den obigen Orten S. 266, 14 und 242.

gesagt[1]): „*The following is the axiom on which Clausius' demonstration is founded: It is impossible for a self-acting machine unaided by any external agency, to convey heat from one body to another at a higher temperature*“. Dieser hier gesperrt gedruckte Satz ist in Maxwell's Buch (S. 153) genau mit denselben Worten angeführt, in welche Thomson ihn gekleidet hat, aber statt der einleitenden Worte „*The following is the axiom on which Clausius' demonstration is founded*“ steht hier: „*Carnot expresses this law as follows*“. Es ist also, während im Uebrigen Thomson's Worte angewandt sind, mein Name durch denjenigen von Carnot ersetzt, ohne dafs ein Wort der Erklärung für diese Aenderung hinzugefügt wäre. Dieses ist mir so räthselhaft, dafs sich mir die Vermuthung aufgedrängt hat, es müsse hier ein Druckfehler obwalten. Indessen mufs ich es natürlich Hrn. Maxwell überlassen, die Sache aufzuklären.

Aus den darauf folgenden Auseinandersetzungen will ich nur zwei Stellen hervorheben.

Das oben erwähnte und seiner Wichtigkeit wegen von Anderen vielfach besprochene Resultat, dafs gesättigter Dampf eine negative specifische Wärme hat, führt Maxwell auf S. 169 in folgender Weise an: „Es ergiebt sich aus den Experimenten von Hrn. Regnault, wie in der Figur auf S. 135 gezeigt ist, dafs Wärme den gesättigten Dampf verläfst, wenn seine Temperatur steigt, so dafs seine specifische Wärme *negativ* ist.“

In Bezug auf meine Berechnungsweise der Dichtigkeit des gesättigten Dampfes, aus welcher sich bedeutende Abweichungen vom Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze ergeben haben, und welche von Rankine und Thomson erst viel später angenommen ist, sagt Maxwell auf S. 173: „Mittlerweile hat Rankine von der Formel (derselben, welche ich angewandt habe) Gebrauch gemacht, um die Dichtigkeit des gesättigten Dampfes zu berechnen“.

1) *Edinb. Trans. Vol. XX, p. 266*; *Phil. Mag. Vol. IV, p. 14*; und Krönig's Journal Bd. III, S. 243.

... der Körper betreffen, ...
über die mechanische Wärmetheor...
alle in's Englische übersetzt sind...
Maxwell ebenso unberücksichtigt...
erste.

Es würde hier zu weit führen...
späteren Abhandlungen einzugehe...
möchte ich mir erlauben noch zu...
Theorie, welche sich auf die *Zerst...*
Energie oder auf die *Entropie* bezie...
in dem eingangs erwähnten Werke...
W. Thomson zuschreibt.

Wie schon oben mitgetheilt, hab...
Carnot'schen Satz dadurch bewies...
im Wesen der Wärme begründete F...
hingestellt habe, dafs sie überall da...
stehende Temperaturdifferenzen aus...
aus den wärmeren Körpern in die...
dagegen niemals ohne Compensation...
mere Körper übergehen könne. Als...
schied geht aus meinen Betrachtun...
Verwandlung von Wärme in Arbeit...
möglich ist, wärhend die Verwan...
W...

1) „Es besteht gegenwärtig in der materiellen Welt eine allgemeine Tendenz zur Zerstreuung der mechanischen Energie.“

2) „Eine *Wiederherstellung (restoration)* von mechanischer Energie, ohne mehr als ein Aequivalent von Zerstreuung, ist unmöglich, in unbeseelten *(inanimate)* materiellen Processen, und wird wahrscheinlich nie ausgeführt mittelst organisirter Materie, sey sie mit vegetabilischem Leben begabt, oder dem Willen eines beseelten Geschöpfes unterworfen“.

3) „Innerhalb einer endlichen vergangenen Zeitperiode mufs die Erde gewesen seyn, und innerhalb einer endlichen kommenden Zeitperiode mufs die Erde wieder werden ungeeignet zur Bewohnung von Menschen, wie sie jetzt constituirt sind, es sey denn, dafs Operationen vorgekommen sind oder vorkommen werden, welche unmöglich sind unter den Gesetzen, welchen die bekannten Operationen, die gegenwärtig in der Welt vorgehen, unterworfen sind.“

Diese Sätze waren gewifs durch ihre Kühnheit und Allgemeinheit bewunderungswürdig; aber nach dem, was schon voraufgegangen war, konnte man nicht sagen, dafs in ihnen ein neues Princip ausgesprochen sey. Auch bezeichnet Thomson selbst sie als Consequenzen, aus dem in der dynamischen Wärmetheorie auf neuer Grundlage festgestellten *(established on a new foundation)* Carnot'schen Satze.

Sehr bald nach der Veröffentlichung jener Sätze erschien ein Aufsatz von Rankine: „*On the Reconcentration of the Mechanical Energy of the Universe*“[1]), worin jenen Sätzen gegenüber die Ansicht ausgesprochen wurde, dafs durch Concentration der Wärmestrahlen die schon ausgeglichenen Temperaturdifferenzen wiederhergestellt werden könnten. Ich habe aber in einer besonderen Abhandlung[2]) bewiesen, dafs auch durch Wärmestrahlung unter keinen Umständen

1) *Phil. Mag. Ser. IV, Vol. IV, p. 358.*

2) Diese Ann. Bd. CXXI, S. 1 und Abhandlungensammlung Th. 1, S. 322.

Wärme aus einem kälteren Körper in einen wärmeren übergehen und dadurch eine vorhandene Temperaturdifferenz vergröſsert werden kann.

In anderen Abhandlungen habe ich versucht, das allgemeine Umwandlungsbestreben der Natur auf eine bestimmte Gröſse zurückzuführen, welche ihren Werth nur in Einem und nicht im entgegengesetzten Sinne ändern kann. In einer Abhandlung vom J. 1854 habe ich eine auf beliebige Kreisprocesse bezügliche Gröſse N eingeführt[1]), welche ich die *uncompensirte Verwandlung* nannte und durch die Gleichung

$$N = \int \frac{dQ}{T}$$

definirte, worin dQ ein von dem veränderlichen Körper an ein Wärmereservoir abgegebenes Wärmeelement, und T die absolute Temperatur desselben bedeutet. Von dieser Gröſse N habe ich nachgewiesen, daſs sie nur *positiv* seyn kann, wobei Null den auf *umkehrbare* Kreisprocesse bezüglichen Gränzwerth bildet.

In einer bald darauf folgenden Arbeit über die Dampfmaschine habe ich dieselbe Gröſse benutzt, um statt der gewöhnlichen Bestimmung der Arbeit einer Dampfmaschine, wobei die während der verschiedenen Vorgänge gethanen Arbeitsgröſsen einzeln bestimmt und dann addirt werden, eine entgegengesetzte Bestimmungsart zu gewinnen, bei welcher man vom Maximum der Arbeit ausgeht, und dann den durch die Unvollkommenheiten des Processes (unvollständige Expansion, schädlicher Raum, geringerer Dampfdruck im Cylinder, als im Kessel etc.) verursachten Arbeitsverlust davon abzieht. Die diesen Arbeitsverlust repräsentirende Wärmemenge stellte ich durch das Product $T_0 N$ oder $T_0 \int \frac{dQ}{T}$ dar, worin T_0 eine in dem Processe vorkommende Temperatur bedeutet, bei welcher Wärme abgegeben wird[2]).

1) Diese Ann. Bd. CXIII, S. 499 und Abhandlungensammlung Th. 1, S. 144.

2) Diese Ann. Bd. XCVII, S. 452 und Abhandlungensammlung Th. I, S. 166.

Genau dieselbe Formel entwickelt Tait in seinem *Sketch of Thermodynamics* S. 100, aber anstatt sie als meine Formel anzuführen, sagt er: „*This is Thomson's expression for the amount of heat dissipated during the cycle.*" Dabei citirt er als den Ort, wo Thomson diesen Ausdruck gegeben haben soll, den schon oben erwähnten Artikel „*On a Universal Tendency etc.*"[1]). In diesem Artikel befindet sich aber weder der oben angeführte, noch irgend ein ihm gleichbedeutender Ausdruck. Es kommen darin überhaupt nur vier Formeln vor, welche von der oben angeführten gänzlich verschieden sind. Ich muſs sagen, daſs mir die Behauptung des Hrn. Tait und das hinzugefügte Citat vollkommen unerklärlich sind.

In einer späteren Abhandlung[2]) habe ich die Betrachtungen noch weiter vervollständigt. Der obige Satz über uncompensirte Verwandlungen, welcher unter Fortlassung des Zeichens N auch so geschrieben werden kann:

$$\int \frac{dQ}{T} \geqq 0,$$

bezog sich nur auf Kreisprocesse. Es kam mir nun darauf an, eine Gröſse zu gewinnen, welche für jede beliebige Veränderung eines Körpers gilt, und ihren Werth immer nur in Einem Sinne ändern kann. Zu dem Zwecke fügte ich zu den bisher betrachteten beiden Verwandlungsarten (nämlich der Verwandlung von Arbeit in Wärme und umgekehrt, und dem Wärmeübergange aus einem wärmeren in einen kälteren Körper und umgekehrt), noch eine dritte Verwandlungsart hinzu, welche sich auf die Zustandsänderung eines Körpers bezieht, und durch eine Gröſse Z, welche ich die *Disgregation* des Körpers nannte, dargestellt wird. Mit Hülfe dieser Gröſse und der durch H bezeichneten, im Körper wirklich vorhandenen, Wärme

1) *Phil. Mag. Ser. IV, Vol. IV, p. 304* und *Proc. of the Edinb. R. Soc. 1852.*

2) Diese Ann. Bd. CXVI (1862) S. 73 und Abhandlungensammlung Th. I, S. 242.

konnte ich statt der obigen Relation folgende allgemeinere aufstellen:

$$\int \frac{dQ + dH}{T} + \int dZ \geqq 0 \text{[1]}.$$

Die Summe

$$\int \frac{dH}{T} + \int dZ$$

ist es, für welche ich den Namen *Entropie* des Körpers eingeführt habe[2]). Unter Anwendung dieses neuen Begriffs konnte ich das Umwandlungsbestreben der Natur vollständiger und bestimmter, als es bisher von irgend Jemand geschehen war, ausdrücken durch den kurzen Satz: *Die Entropie der Welt strebt einem Maximum zu.*

Aus dem Vorstehenden wird zur Genüge ersichtlich seyn, daſs die Theorie von der Zerstreuung der Energie oder von der Entropie nicht eine von Thomson allein entwickelte Theorie ist, sondern daſs ich bei ihrer Entwickelung wesentlich betheiligt gewesen bin. Wie neu meine Behandlungsweise des Gegenstandes gegenüber von allem bis dahin vorhandenen war, erhellt z. B. daraus, daſs Tait bei Besprechung meiner oben erwähnten Abhandlung, in welcher ich die Betrachtungen erweitert habe, sagt[3]): „*Clausius has adopted an extremely different mode of attacking questions as to the effect produced by heat upon a substance.*"

Bonn, Januar 1872.

1) An den obigen Orten S. 109 und 276.

2) Diese Ann. Bd. CXXV (1865), S. 390 und Abhandlungensammlung Th. II, S. 34.

3) *Sketch of Thermodynamics p. 111.*

VII. *Versuch, den Ausdehnungscoëfficienten von Metalldrähten bei ungleichen Spannungsgraden zu bestimmen; von G. R.* ***Dahlander.*** [1])

Mehre Forscher haben Versuche gemacht, die Gröfse der Ausdehnung, welche feste Körper durch die Wärme erleiden, zu bestimmen; besonders sind die Metalle Gegenstände solcher Untersuchungen gewesen: Die Resultate, zu denen man gelangte, sind jedoch ziemlich ungleich. Natürlicherweise beruht diefs zu einem gewissen Grade auf der Unvollkommenheit der angewandten Beobachtungsmethoden, aber es dürfte keinem Zweifel unterworfen seyn, dafs mehre Umstände eine wirkliche Veränderung in der Gröfse der Ausdehnungscoëfficienten eines und desselben Metalls verursachen. Ich erlaube mir nun die Resultate einiger Versuche mitzutheilen, welche zum Zwecke haben, den Einflufs eines dieser Umstände darzuthun, nämlich der Spannung, welche sich bei einem Metalldrahte, der der Ausdehnung durch die Wärme unterworfen ist, vorfindet.

Eine solche Bestimmung ist in der That von grofsem Interesse. Man hat nämlich mehre Versuche über die Ausdehnung der Metalldrähte angestellt, ohne die Spannung zu berücksichtigen, und es kann mit Recht in Frage gestellt werden, ob nicht eine Correction in dem so bestimmten Ausdehnungscoëfficienten anzubringen sey, ehe man ihn mit dem, welcher bei Stangen von selbem Stoffe gefunden worden, vergleichen kann. Diefs ist übrigens ein Umstand von theoretischer Wichtigkeit. Die Versuche, welche von Joule und Edlund angestellt sind, zur Prüfung der Thomson'schen Formel für Bestimmung der Erwärmung eines Metalldrahts bei Ausdehnung durch Belastung, haben nämlich zu ungleichen Resultaten geführt,

1) Auszug aus einer der Akademie der Wissenschaften in Stockholm vorgelegten Abhandlung.

welches P. de Saint-Robert[1]) durch die Annahme zu erklären sucht, daſs der Ausdehnungscoëfficient der Metalldrähte durch vermehrte Spannung verringert werde. Joule hat zwischen dem berechneten und dem beobachteten Werthe der ebengenannten Erwärmung eine ziemliche Uebereinstimmung gefunden, wogegen Edlund eine geringere Wärmeentwicklung erhalten hat, als die Berechnung nach Thomson's, aus der mechanischen Wärmetheorie hergeleiteten Formel giebt; zufolge der Ansicht von P. de Saint-Roberts, soll dieses davon herrühren, daſs die Temperaturveränderung, welche Edlund bei den untersuchten Metalldrähten hervorgebracht hat, viel gröſser war als die, welche bei Joule's Versuchen stattfand, weshalb die Variation des Ausdehnungscoëfficienten bei letzterem von geringerem Einfluſs als bei Edlund's Versuchen gewesen wäre.

Bei den von mir angestellten Versuchen habe ich einen Apparat angewendet, welcher zum Theil aus dem von Edlund construirten Apparat zur Untersuchung der Ausdehnung der Metalldrähte durch den galvanischen Strom besteht, obschon mit verschiedenen Abänderungen. Die Drähte wurden mit Wasser statt mit Luft umgeben, so daſs eine gleichförmige und constante Temperatur leichter erhalten werden konnte. In dieser Form glich der Apparat ziemlich demjenigen, von welchem J. Müller[2]) Gebrauch macht zur Bestimmung der Ausdehnung der Körper durch die Wärme. Die untersuchten Metalle waren Kupfer, Messing, Neusilber, Eisen und Stahl. Folgende Resultate will ich als Beispiel mittheilen, nämlich:

Messingdraht von $0^{mm},705$ Durchmesser

Spannung in Kilogramm	Ausdehnungscoëfficient zwischen 15° und 100°
0,732	0,000018579
1,420	0,000018646
1,917	0,000018836

1) *Ann. de Chim. et de Phys., Quatrième Sér., T. XIV, p. 229.*
2) Pogg. Ann. Bd. 135, S. 672.

Spannung in Kilogramm	Ausdehnungscoëfficient zwischen 15° und 100°
2,396	0,000018889
2,875	0,000018986
3,833	0,000019107
4,732	0,000019144
6,250	0,000019255

Neusilberdraht von $0^{mm},614$ Durchmesser

Spannung in Kilogramm	Ausdehnungscoëfficient zwischen 15° und 100°
1,250	0,000017011
3,750	0,000017311
5,000	0,000017395
6,250	0,000017452
7,500	0,000017913

Diese Versuchsreihen zeigen aufs deutlichste, dafs die Ausdehnung der Metalle mit der Spannung wächst. Das Verhältnifs ist also in der That demjenigen entgegengesetzt, welches P. de Saint-Robert glaubte vorher sagen zu können in Betreff der Ausdehnung der gespannten Metalldrähte durch Wärme. Ich will jedoch nicht die Möglichkeit läugnen, dafs eine, wenn auch sehr geringe Verminderung des Ausdehnungscoëfficienten bei der Wirkung der Belastung stattfinde. Denn der Zuwachs in der Gröfse des Ausdehnungscoëfficienten, so wie die Versuche ihn geben, beruht gänzlich, wie jetzt gezeigt werden soll, auf einem secundären Phänomen, nämlich auf der Verringerung des Elasticitätscoëfficienten bei steigender Temperatur, welche durch Wertheim's, Kupffer's, Styffe's, Kohlrausch's und Loomis' Versuche dargethan wurde. Bezeichnen wir die Länge eines Drahts ohne Belastung bei der Temperatur t mit l. Wenn der Draht bei constanter Temperatur mit dem Gewichte P belastet wird, wodurch die Verlängerung f entsteht, haben wir, wenn E_t den Elasticitätscoëfficienten bei der Temperatur t und a den Querschnitt bezeichnet:

$$f = \frac{1}{E_t} \frac{Pl}{a},$$

innerhalb der Elasticitätsgränze.

Wird nun die Temperatur auf t' erhöht, so wird die totale Länge, wenn k' der Ausdehnungscoëfficient zwischen den Temperaturen t und t' ist,

$$L = \frac{(l+f)(1+k't')}{1+k't}.$$

Wenn aber statt dessen die Temperatur zuerst von t bis t' erhöht wird, ohne dafs der Draht gespannt ist, und der Ausdehnungscoëfficient nun k ist, wird die Länge

$$l' = \frac{l(1+kt')}{1+kt}.$$

Wird hierauf die Belastung P an dem Drahte angebracht, so wird, wenn $E_{t'}$ der Elasticitätscoëfficient bei der Temratur t' ist, die entstehende Verlängerung innerhalb der Elasticitätsgränze

$$f' = \frac{1}{E_{t'}} \frac{Pl}{a},$$

wenn man keine Rücksicht auf die geringe Veränderung im Querschnitte nimmt, welche bei der Temperatur-Veränderung entsteht. Unter Voraussetzung, dafs die Länge des Drahts nach beiden Processen dieselbe bleibe, so bekommt man

$$L = l' + f'.$$

Werden die beiden Werthe von L mit einander verglichen, ergiebt sich

$$\left(1 + \frac{1}{E_t}\frac{P}{a}\right)\frac{1+k't'}{1+k't} = \left(1 + \frac{1}{E_{t'}}\frac{P}{a}\right)\frac{1+kt'}{1+kt} \quad . \quad (1)$$

Weil k' und k immer ganz klein sind, kann man bei den hier vorkommenden Temperaturgränzen setzen:

$$\left(1 + \frac{1}{E_t}\frac{P}{a}\right)\left(1 + k'(t'-t)\right) = \left(1 + \frac{1}{E_{t'}}\frac{P}{a}\right)\left(1 + k(t'-t)\right) \; (2)$$

woraus folgt:

$$k' - k = \frac{\left(1 + k(t'-t)\right)\frac{P}{a}\left(\frac{1}{E_{t'}} - \frac{1}{E_t}\right)}{(t'-t)\left(1 + \frac{1}{E_t}\frac{P}{a}\right)} \quad . \quad . \quad (3)$$

Man kann diesen Ausdruck unter eine einfachere Form setzen, wenn man erwägt, dafs $k(t'-t)$ und $\frac{1}{E_t}\frac{P}{a}$ sehr klein sind, also der Factor

$$\frac{1+k(t'-t)}{1+\frac{1}{E_t}\frac{P}{a}}$$

sehr nahe 1 ist, und bei der Multiplication mit den übrigen im Ausdrucke vorkommenden Factoren, deren Product selbst sehr klein ist, einen fast unmerkbaren Einflufs ausübt. Man kann deshalb mit hinreichender Genauigkeit setzen:

$$k'-k=\frac{P}{a(t'-t)}\left(\frac{1}{E_{t'}}-\frac{1}{E_t}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

In dieser Formel bezeichnet k den Ausdehnungscoëfficient im gewöhnlichen Sinn, und k' das, was man den scheinbaren Ausdehnungscoëfficient nennen kann. Hiedurch scheint es, dafs man den Unterschied zwischen den beiden Coëfficienten berechnen kann, wenn man die Veränderung des Elasticitätscoëfficienten mit der Temperatur kennt. Aber diese Formel ist, unter der Voraussetzung, dafs der Draht durch die beiden oben erwähnten Processe vollkommen dieselbe Länge erhalte, hergeleitet, eine Annahme, welche in der That sehr wahrscheinlich ist, aber keineswegs vollkommen bewiesen. Die vorhin genannten Versuche, obschon zu einem andern Zwecke angestellt, liefern jedoch Mittel, diese Annahme bis zu einem gewissen Grade zu prüfen. Sind 15 und 100 die Temperaturgränzen, und zufolge (4), k_1 und k_2 die scheinbaren Ausdehnungscoëfficienten bei den Spannungen P_1 und P_2, so wird

$$k_2-k_1=\frac{P_2-P_1}{85a}\frac{(E_{15}-E_{100})}{E_{15}E_{100}} \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Die genauesten Bestimmungen über die Gröfse der Elasticitätscoëfficienten bei gewöhnlicher Temperatur sind ohne Zweifel die von Wertheim[1]), wogegen Kohl-

1) *Mémoires de Physique mécanique.*

rausch's und Loomis'[1]) Versuche über die Veränderung des Coëfficienten bei höherer Temperatur wahrscheinlich zuverlässiger als Werthheim's Versuche für selbeu Zweck sind. Folgende Tabellen zeigen die nach der Formel (5) berechneten Werthe von $k_2 - k_1$ verglichen mit den durch Versuche gefundenen

Messingdraht von 0,705^{mm} Durchmesser

$P_2 - P_1$	$k_2 - k_1$ uach den Versuchen	$k_2 - k_1$ nach (5)
0,688	0,000000067	0,000000130
1,185	0,000000257	0,000000223
1,664	0,000000310	0,000000314
2,143	0,000000407	0,000000404
3,101	0,000000528	0,000000584

Kupferdraht von 0,706^{mm} Durchmesser

$P_2 - P_1$	$k_2 - k_1$ nach den Versuchen	$k_2 - k_1$ nach (5)
0,517	0,000000102	0,000000081
1,767	0,000000300	0,000000276

Eisendraht von 0,878^{mm} Durchmesser

$P_2 - P_1$	$k_2 - k_1$ nach den Versuchen	$k_2 - k_1$ nach (5)
1,250	0,000000054	0,000000073
2,500	0,000000172	0,000000146

Wenn man bedenkt, welcher Schwierigkeit eine genaue Bestimmung der Ausdehnungscoëfficienten unterworfen ist und welche Unsicherheit noch bei den Untersuchungen über die Veränderungen der Elasticitätscoëfficienten mit der Temperatur sich findet, so dürften die Uebereinstimmungen zwischen den berechneten und den beobachteten Werthen von $k_2 - k_1$ als befriedigend betrachtet werden, und zeigen, daſs die Formeln (4) und (5) zu einer appro-

1) Pogg. Ann. Bd. 141, S. 481.

ximativen Berechnung der scheinbaren Veränderung des Ausdehnungscoëfficienten angewendet werden kann.

Als Resultate dieser Untersuchung ergeben sich:

1) Die Veränderung, welche der Ausdehnungscoëfficient von Metalldrähten durch deren Spannung innerhalb der Elasticitätsgränze erleidet, rührt ausschliessend oder wenigstens zum allergröſsten Theil, von der Veränderung des Elasticitätscoëfficienten mit der Temperatur her. Der Ausdehnungscoëfficient wächst daher mit der Spannung. Er kann mit hinreichender Genauigkeit aus der Formel

$$k' = k + \frac{P}{a(t'-t)}\left(\frac{1}{E_{t'}} - \frac{1}{E_t}\right)$$

berechnet werden, welche jedoch nur innerhalb der Elasticitätsgränze gültig ist.

2) Die Abweichung, welche Edlund von Thomson's Formel gefunden hat, kann nicht durch die Veränderung des Ausdehnungscoëfficienten erklärt werden, welche im Gegentheil, wenn auch in einem geringeren Grade, den beobachteten Unterschied vergröſsert haben würde[1]).

3) Bei Anwendung der Ausdehnungscoëfficienten der Metalldrähte muſs man auf die Spannung Rücksicht nehmen, da diese in den meisten Fällen einen merkbaren Einfluſs auf die Gröſse des Coëfficienten ausübt.

1) Ich will jedoch nicht sagen, daſs die von Edlund erhaltenen Resultate nicht auf eine andere Weise in Uebereinstimmung mit dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie gebracht werden könnten.

VIII. *Ein Versuch in Betreff der Frage nach Dampfbläschen; von Hrn. J. Plateau.*

(Aus d. *Bull. de l'acad. roy. de Belgique*, *T. XXXII*, vom Hrn. Verf. mitgetheilt.)

Aus einer Arbeit des Hrn. Duprez[1]) weifs man, dafs wenn ein Gefäfs voll Wasser umgekehrt wird, mit der offenen Mündung nach unten, es zum Hängenbleiben des Wassers nicht nöthig ist, dafs diese Mündung sehr eng sey. Hr. Duprez hielt so das Wasser in einer lothrechten Röhre, die fast 20 Mm. innern Durchmesser hatte.

Gesetzt nun, man bringe, wenn das Wasser solchergestalt mit einer freien, gegen den Boden gerichteten Oberfläche hängt, eine sehr kleine hohle Luftblase mit dieser Oberfläche in Berührung, so wird die darin enthaltene Luft durch den Druck ihrer Hülle sogleich in das Innere der Flüssigkeit eindringen und sich vermöge ihrer specifischen Leichtigkeit darin erheben. Diefs habe ich auch durch einen Versuch bestätigt; ich nahm eine kleine Glasröhre von etwa 4 Mm. innerem Durchmesser, zog sie an dem einen Ende bis zu einer Mündung von etwa 0,4 Mm. Durchmesser aus und verschlofs das weitere Ende durch einen mit Schmalz überzogenen Pfropfen. Durch Berührung der ausgezogenen Spitze mit einem Stück Filtrirpapier, das mit destillirtem Wasser getränkt worden, gelang es, in die enge Oeffnung eine Säule dieser Flüssigkeit von höchstens einem Millimeter Länge hineinzubringen. Bei vorsichtigem Einsenken des Pfropfens sieht man dann an der ausgezogenen Oeffnung eine hohle Blase erscheinen, die weniger als ein Millimeter Durch-

1) *Mém. sur un cas particulier de l'équilibre des liquides (Mém. de l'Acad. T. XXVI, 1851 u. XXVIII, 1854).*

messer haben kann und gewöhnlich 7 bis 8 Secunden verweilt. Bei dieser Operation mufs der weitere Theil der Röhre mit mehren Lagen eines nicht leitenden Stoffs umgeben seyn, um den Einflufs der Fingerwärme abzuhalten. Nachdem man somit im Stande war, sich sehr kleine hohle Wasserblasen zu verschaffen, suspendirte man Wasser in einer durch ein passendes Gestell lothrecht gehaltenen Röhre. Diese Röhre hatte nur einen inneren Durchmesser von einem Centimeter; bei einem solchen Durchmesser gelingt die Suspension sehr leicht. Man braucht nämlich die Röhre, nachdem man sie mit Wasser gefüllt hat, nur durch Auflegen eines Papierstücks auf ihre Mündung zu verschliefsen, dann umzukehren, und das Papier seitwärts fortzuziehen, um eine freie Oberfläche zu haben. Nun erzeugt man, auf die eben angegebene Art, eine hohle Wasserblase von weniger einem Millimeter Durchmesser und bringt sie an die freie Oberfläche des schwebenden Wassers. Sowie der Contact mit dieser Fläche erfolgt ist, löst sich die kleine Blase von der ausgezogenen Mündung ab und die darin enthaltene Luft dringt in die Flüssigkeit ein und steigt in ihr auf. Der Versuch gab bei mehrmaliger Wiederholung immer dasselbe Resultat.

Denken wir uns nun, dafs aus einer gewissen Entfernung unterhalb der Oberfläche des aufgehängten Wassers ein Strom von sichtbarem Wasserdampf aufsteige. Wenn dieser Dampf aus Bläschen besteht, so wird jedes derselben, welches mit der flüssigen Oberfläche in Berührung kommt, eine mikroskopische Luftblase in das Wasser einführen und darin sogleich aufsteigen, und die Gesammtheit dieser Bläschen wird in dem Wasser der Röhre eine Wolke bilden, die sich langsam erhebt und die Durchsichtigkeit trübt.

Hr. Duprez war so gut, auf meine Bitte den Versuch anzustellen. Das Wasser war in einer Glasröhre von 13 Mm. innerem Durchmesser aufgehängt. Ein kleines Metallgefäfs mit einer Oeffnung von mehren Centimetern

im Durchmesser und eine gewisse Menge Wasser enthaltend war unter der freien Oberfläche des Wassers der Röhre über einer Lampe aufgestellt. Die Mündung dieses Kochgefäfses war etwa 12 Centim. von jener Oberfläche entfernt. Man erhielt somit ein fortgesetztes Sieden und einen Strom von sichtbarem Dampf, der sich bis zur Oberfläche des aufgehängten Wassers erhob; allein, obwohl dieser Versuch länger als eine halbe Stunde fortgesetzt wurde, zeigte sich doch in dem Wasser der Röhre keine Wolke. Der Dampf verdichtete sich an der Aufsenwand der Röhre, die man von Zeit zu Zeit abwischen mufste; aber drinnen behielt das Wasser seine ganze Durchsichtigkeit.

Hiernach scheint es mir schwer, noch einen Zweifel an dem Nichtdaseyn des Bläschenzustandes zu hegen. In der That könnte man hier, scheint mir, nur drei Einwürfe erheben. Man könnte sagen entweder, dafs die Luftblasen beim Eindringen in das Wasser sich wegen ihrer ungemeinen Kleinheit und des bedeutenden Capillardrucks, den sie seitens der umgebenden Flüssigkeit erleiden, darin lösten, oder dafs alle Bläschen bei Ankunft an der Wasserfläche platzten, oder dafs sie unterhalb an dieser Fläche, getrennt von ihr durch eine dünne Luft- oder Dampfschicht, entlang rollten, bis sie den äufseren Rand der Röhre erreicht hätten, um darauf in die Luft zu entweichen.

Allein die erste dieser Voraussetzungen mufs nothwendig verworfen werden, denn das Wasser der Röhre war vorher lang genug mit Luft geschüttelt worden, um ganz damit gesättigt zu seyn, und zweitens wurde es, während es der Wirkung des Dampfes ausgesetzt war, erwärmt, mufste also verlieren, was ihm noch an Lösekraft verblieben war; auch sieht man nach einiger Zeit relativ grofse Luftblasen an dem oberen Theil der Innenwand der Röhre entstehen, dort wohin sich der heifsere Theil des Wassers begiebt.

Die zweite Voraussetzung ist, wenn auch nicht ganz

unzulässig, mindestens wenig wahrscheinlich. Man hat gesehen, daſs unsere kleinen, weniger als ein Millimeter messenden Blasen nicht bei Berührung der Wasserfläche zerplatzten; warum sollte es bei den Bläschen anders seyn? Vielleicht sagt man, ihre Hülle sey viel dünner als die unserer kleinen Blasen. Allein, wenn Bläschen existirten, müſsten ihre Hüllen so dick seyn, daſs sie farblos seyn könnten, sonst würde eine von der Sonne beschienene Wolke keinen hellen Glanz haben können; überdieſs müssten sie wegen der langen Dauer groſser Wolken auch sehr beständig seyn.

Was endlich die dritte Voraussetzung betrifft: Ist es wahrscheinlich, daſs alle Bläschen an der Wasserfläche entlang rollen können, ohne sie zu berühren? Ueberdieſs hat Hr. Duprez den Versuch in der Weise wiederholt, daſs diese Fläche concav war und es blieb, ungeachtet das Volum des Wassers vermöge der Ausdehnung durch die Wärme und der Condensation des Dampfes zunahm; nun aber hätte in diesem Fall eine groſse Anzahl der Bläschen nach dem Scheitel der Concavität rollen, sich daselbst anhäufen und folglich sich bald mit der flüssigen Oberfläche in Contact setzen müssen; allein es änderte sich nichts an dem Resultat, keine Wolke trübte die Durchsichtigkeit des Wassers.

Ich betrachte demnach den obigen Versuch, wenn auch nicht als entscheidenden Beweis, doch wenigstens als ein sehr kräftiges Argument gegen die Hypothese vom Bläschenzustand.

Sey es mir erlaubt, hier an einen anderen Versuch zu erinnern, den ich in der achten Reihe meiner Untersuchungen: *Sur les figures d'équilibre d'une masse liquide sans pesanteur* beschrieben habe. Einer der Haupteinwürfe, die man gegen den Bläschenzustand erhoben hat, ist der, daſs die in einem Bläschen enthaltene Luft seitens der flüssigen Hülle einem beträchtlichen Druck unterworfen wäre, was zur Folge hätte, daſs diese Luft sich in

Hieraus folgt

$$a : c = 1 : 0,7725 = 1,2945 : 1$$

Die Krystalle sind in der Regel tafelartig nach *c*. Aufser der Endfläche herrscht das Hauptrhomboëder, die übrigen Flächen, besonders die der beiden Prismen, sind sehr klein. Sie sind glänzend und glatt, die der beiden Rhomboëder jedoch gewöhnlich polysymmetrisch. Smaragdgrün, vollkommen durchsichtig, luftbeständig.

1,722, in Wasser gelöst und mit Schwefelwasserstoff behandelt, gaben 0,137 $Cu^2 S = 0,109393$ *Cu*, und aus dem Filtrat durch Ammoniak 0,927 $U^3 O^4 = 0,78708$ *U*. Das Salz enthält mithin auf 1 At. Kupfer 4 At. Uran und ist:

$$\left\{ \begin{array}{l} Cu \,.\, C^4 H^6 O^4 \\ 4 UO \,.\, C^2 H^3 O^2 \end{array} \right\} + 4aq.$$

	Berechnet.		Gefunden.
Cu	= 63,4	= 6,13	6,35
4 *U*	480	46,45	45,71
12 *C*	144	13,93	
18 *H*	18	1,74	
16 *O*	256	24,78	
4 *aq*	72	6,97	
	1033,4	100	

II. Essigsaures Uran-Kobalt.

Sehr kleine hellbraungelbe Krystalle.

Krystallsystem: *zweigliedrig*. Es sind Rhombenoktander *o* mit Abstumpfung der Seitenecken durch die Hexaidflächen *a* und *b* und dem zweifach schärferen ersten Paar ${}^2p$, welches die durch *o* und *b* gebildeten Ecken abstumpft.

$$o = a : b : c$$
$${}^2p = 2a : b : \infty c$$
$$a = a : \infty b : \infty c$$
$$b = b : \infty a : \infty c.$$

Wie es scheint, hat Grailich[1]) dieselben Krystalle

1) Krystallographisch-optische Untersuchungen. Wien 1858. S. 170.

gemessen, statt ^2p beobachtete er indessen das dritte Paar $r = a : c : \infty b$.

	Berechnet.	Beobachtet. Rg.	Beobachtet. Grailich.
o $2A$ =		* 114° 30′	114° 20′
o $2B$ =		* 103 40	
o $2C$ =	110° 26′	110	ungef. 111 0
$^2p : {}^2p$ =	59 28		
$^2p : a$ =	119 44	118 20	
$^2p : b$ =	150 16	149 42	
$r : r$ =	85 26		
$o : a$ =	128 10	128 8	128 43
b =	122 45	122 30	
r =	147 15		

Also

$$a : b : c = 0,8756 : 1 : 0,9484.$$

An den sehr kleinen braungelben Krystallen herrscht o, sodann b. Die ^2p treten sehr zurück. Die von Grailich bemerkte Polysymmetrie von b habe auch ich beobachtet. Der genannte Forscher bezeichnet die Farbe der Krystalle als ölgrün mit vorherrschendem Gelb.

I. 2,414 wurden aufgelöst und durch kohlensauren Baryt zersetzt. Es ergaben sich 0,365 $Co\,SO^4 = Co$ 0,1404 und 1,269 $U^3 O^4 = U$ 1,07747.

Hieraus folgt:

$$\left\{\begin{matrix} Co\,.\,C^4 H^6 O^4 \\ 4\,UO\,.\,C^2 H^3 O^2 \end{matrix}\right\} + 6\,aq.$$

	Berechnet.		Gefunden.
Co =	60 =	5,67	5,82
$4\,U$ =	480	45,03	44,63
$12\,C$ =	144	13,50	
$18\,H$ =	18	1,68	
$16\,O$ =	256	24,01	
$6\,aq$ =	108	10,13	
	1066	100	

Das Salz wird bei 130° violet und verliert fast alles Wasser (9 Proc. Verlust). 2,454 hinterließen nach dem Glühen im verschlossenen Tiegel 1,486 eines dunkelgrünen Gemenges von Oxyden, welches nach dem Erhitzen in Wasserstoff zu 1,388 Uranoxydul und Kobalt reducirt wurde.

	Berechnet.	Gefunden.
$3 Co O$, $4 U^3 O^4$	60,2	60,55
Co, $4 U O$	56,66	56,56

Grailich theilt, wahrscheinlich einer Analyse Weselsky's zufolge, dem Salze 7 Mol. Wasser zu, wogegen meine Versuche ganz entschieden sprechen.

Da nun das *Nickel-* und das *Zinksalz* nach Grailich mit dem Kobaltsalz isomorph sind, so enthalten auch sie nur 6 Mol. Wasser, was sich durch das mit ihnen ebenfalls isomorphe *Magnesiumsalz* bestätigt, welchem 6 Mol. Wasser zugeschrieben sind.

X. *Druck und elastischer Stofs; von W. Sellmeier.*

Herr Gustav Hansemann hat in diesen Annalen (Bd. CXLIV, S. 82—108) zu zeigen gesucht, daſs das Maaſs des Druckes, welcher durch jeden einzelnen Stoſs eines Gas-Molecüls gegen eine feste Wand auf diese ausgeübt wird, nicht, wie Clausius lehrt, gleich $2mc$, sondern, wie Krönig Anfangs annahm, gleich mc sey, unter m die Masse des Molecüls und unter c die senkrecht zur Wand gerichtete Geschwindigkeit verstanden, und hat daraus Folgerungen in Bezug auf die innere Beschaffenheit der Gase gezogen. Es dürfte daher eine höchst einfache Be-

trachtung nicht ganz überflüssig seyn, welche, wie ich glaube, ganz unwiderleglich beweist, dafs die Annahme von Clausius die richtige ist.

Ein vollkommen elastischer Körper m falle aus einer geringen Höhe auf eine horizontale Fläche; er wird dann bis zu derselben Höhe wieder aufsteigen, um auf's Neue herabzufallen, und so fort. In der Zeiteinheit stofse er n mal auf, und zwar mit der Geschwindigkeit c. Dann wird der Druck p, welchen die Fläche in der Zeiteinheit durch die Aufstöfse erleidet, durch die Gleichheit ausgedrückt:

$$(1) \qquad p = q \,.\, nmc\,,$$

und es handelt sich darum, ob q die Zahl 2 oder 1 zu bedeuten habe. Es sey t die Zeit des Fallens, dann ist

$$c = tg\,,$$

unter g die Schwerkraft verstanden, und da zwischen je zwei Stöfsen die Zeit $2t$ liegt, so ist

$$n = \frac{1}{2t}\,.$$

Diese Werthe von c und n in die Gleichung (1) gesetzt, giebt

$$(2) \qquad p = q \,.\, \frac{gm}{2}\,.$$

Aus dieser Gleichung geht hervor, *dafs der Druck, welchen die Fläche durch die Stöfse in der Zeiteinheit erleidet, von der Fallhöhe unabhängig ist.* Die Gleichung mufs daher auch noch bestehen, wenn die Fallhöhe unendlich klein ist. In diesem Falle ist aber die Zahl n unendlich grofs; der Druck p ist dann ein continuirlicher und unterscheidet sich in keiner Weise von dem Gewichte des Körpers. Mithin ist auch

$$(3) \qquad p = mg\,.$$

Aus (2) und (3) folgt aber

$$q = 2\,,$$

mithin

$$p = 2nmc\,,$$

ganz übereinstimmend mit Clausius.

Die irrthümliche Meinung des Hrn. Hansemann beruht bloſs auf einem Miſsverständniſs der Behauptung von Clausius, daſs die Wand dem Gas-Molecül, welches vorher die senkrechte Geschwindigkeit c hatte, die Geschwindigkeit $-2c$ mittheile. Hiermit soll offenbar nicht gesagt seyn, daſs das Molecül nach dem Stoſse die Geschwindigkeit $-2c$ besitze; seine wirkliche Geschwindigkeit nach dem Stoſse kann vielmehr keine andere seyn, als die Summe aus der ihm mitgetheilten und der schon vorher von ihm besessenen Geschwindigkeit, und diese Summe ist gleich $-c$.

XI. *Nachtrag zur vierten Mittheilung über anomale Dispersion; von A. Kundt.*

In der in diesem Heft enthaltenen Mittheilung über anomale Dispersion habe ich darauf aufmerksam gemacht, daſs wenn man die Dispersion einer anomalen Substanz mit gekreuzten Prismen untersucht, und das Licht hauptsächlich an der Schneide des Hohlprismas durchgehen läſst, um auch die Strahlen, deren Absorption ziemlich beträchtlich ist, zu erhalten, diese Strahlen kein scharfes Spectralbild im beobachtenden Fernrohr geben. Die am stärksten oder wenigsten abgelenkten Theile der „Schweife“ des schrägen Spectrums sind undeutlich und verwaschen. In einer Anmerkung habe ich hervorgehoben, daſs es mir bis jetzt nicht gelungen sey, den eigentlichen Grund dafür, daſs gerade jene Strahlen ein verwaschenes Spectralbild geben, zu ermitteln.

Nachdem ich kürzlich mit mehreren neuen Hohlprismen von sehr verschiedenem brechendem Winkel Versuche anzustellen begann, habe ich die Ursache obiger Erscheinung

alsbald aufgefunden, und füge meiner vierten Mittheilung folgende kurze Erklärung hinzu.

Fällt ein Bündel paralleler Lichtstrahlen auf ein scharfkantiges mit einer, gewisse Strahlen stark absorbirenden Flüssigkeit gefülltes Hohlprisma, so werden die Strahlen, die wenig oder gar nicht absorbirt werden, in der ganzen Breite des Strahlenbüschels durch die Lösung gehen, diejenigen Strahlen aber, deren Absorptionscoëfficient beträchtlich ist, gehen nur in allernächster Nähe der Schneide des Hohlprismas hindurch, weil nur hier die Schicht der Flüssigkeit hinreichend dünn ist.

Das Hohlprisma verhält sich also für die stark absorbirten Strahlen und *nur für diese*, ganz abgesehen von der Brechung, wie ein enger Spalt. Die eine seitliche Begränzung dieses Spaltes bildet die scharfe Kante des Hohlprismas, die andere Begränzung bildet die mit der Dicke der Schicht zunehmende Absorption der Flüssigkeit selbst. An dieser Seite ist also der Spalt nicht scharf begränzt, sondern verläuft allmählig. Je gröſser der Absorptionscoëfficient einer Strahlenpartie und je gröſser der brechende Winkel des Prismas, um so mehr muſs sich bei dem Spectralbild dieser Strahlen die Beugung des Lichtes durch eine enge Spalte bemerklich machen. Wie man sich leicht überlegt und der Versuch direct zeigt, bringt die Beugung keine scharfen deutlichen Interferenzfransen hervor, sondern bewirkt hauptsächlich, daſs das Spectralbild der betreffenden Strahlen verbreitert und an den Rändern verwaschen erscheint.

Aus dem Gesagten ist ersichtlich, weſshalb die wenig absorbirten Strahlen in den schrägen Spectren meiner Untersuchungen scharfe Spectralbilder geben, die Strahlen mit starker Absorption dagegen verwaschene.

Ich sehe zur Zeit noch keinen Weg, diesen allerdings lästigen Umstand bei den Beobachtungen zu vermeiden.

Schlieſslich ist es wohl kaum nöthig, hervorzuheben, daſs durch die Erkenntniſs der Ursache, weshalb gewisse Strahlen bei der Brechung verwaschen werden, auch nicht

das Geringste an den allgemeinen Resultaten meiner Untersuchungen über anomale Dispersion, ebenso wie an den in der vierten Mittheilung gegebenen Zahlen geändert wird. Ich habe die stark verschwommenen Strahlenpartien durch Abblendung beseitigt oder unberücksichtigt gelassen.

XII. *Ueber die Absorptionsstreifen des Blattgrüns; von L. Schönn in Stettin.*

Hagenbach sagt in seiner Abhandlung: Ueber die optischen Eigenschaften des Blattgrüns (diese Annalen, Juni 1870), es würde sich lohnen, die optischen Eigenschaften des Blattgrüns unter verschiedenen Einflüssen zu verfolgen. In Bezug auf diesen Punct theile ich nun mit, dafs ich bereits im Mai 1870 in dem Aufsatze: Ueber Blattgrün und Blumenblau (Zeitschrift für analytische Chemie. 1870) Folgendes über die Streifen angegeben: 1) Der Streifen im Roth besteht aus zwei schwarzen Rändern und der etwas Licht durchlassenden Mitte. 2) Chlorophyll erfährt durch Säuren in optischer Hinsicht eine Veränderung; zwischen den Streifen im Orange und Grün, also nach Hagenbach zwischen II und IV in der Mitte entsteht ein Absorptionsstreifen, also III nach Hagenbach. 3) An frischen Blättern sah ich nur den Streifen im Roth; wenn dieselben jedoch durch die Hitze der beleuchtenden Flammen gedörrt und gelbgrün geworden waren, traten auch die übrigen Streifen auf. — Jetzt habe ich in dem Aufsatze: Ueber die Absorptionsstreifen des Chlorophylls in der Pharmaceutischen Centralhalle 1871, No. 47 die durch Mineralsäuren hervorgerufenen Veränderungen ausführlicher besprochen und kam zu folgenden Resultaten:

1) Streifen III, IV, V entstehen durch Einflufs der genannten Säuren; Chlorophyll erleidet für sich mit der Zeit ähnliche Veränderungen.

2) Durch Säuren findet eine Aufhellung der Streifen sowohl nach dem violetten Ende hin statt als überhaupt.
3) Die Gränzen der durch Säuren hervorgerufenen Streifen nach dem violetten Ende hin zeigen die constante Differenz 10 ihres gegenseitigen Abstandes, wenn $D = 68$, $E = 87$, $b = 90$ ist.

Den 27. November 1871.

XIII. *Ueber chromsauren Baryt; von Emil Zettnow.*

Als ich den Versuch anstellte, reine Chromsäure durch Zersetzung von chromsaurem Baryt mittelst Schwefelsäure darzustellen, krystallisirte beim Eindampfen der Chromsäurelösungen eine geringe Menge eines Salzes *A* heraus, welches in der Mutterlauge dunkelroth aussah, durch Waschen selbst mit wenig Wasser etwas zersetzt wurde und nach dem Trocknen auf einem Ziegelstein eine gelbrothe Farbe zeigte. Die qualitative Analyse ergab als Bestandtheile nur Wasser, Chromsäure und Baryt. Beim stärkeren Eindampfen der Mutterlauge krystallisirte von diesem Salze nur sehr wenig, während die Hauptmasse *B* aus dunkelrothen, zerfliefslichen Schüppchen bestand, welche nur sehr wenig Baryt enthielten. Um ein zur Analyse brauchbares Präparat zu erhalten, versuchte ich die beiden Salze direct darzustellen und trug zu diesem Zwecke in eine kochende Lösung von reiner Chromsäure frisch gefällten, reinen chromsauren Baryt ein. Derselbe löste sich mit Leichtigkeit und es krystallisirte beim Erkalten eine bedeutende Menge eines Salzes *C* heraus, welches nicht gewaschen wurde und nach dem Trocknen auf einem Ziegelstein dieselbe Farbe und sonstiges Ansehen zeigte

wie Salz *A*. Die Mutterlauge von *C* eingedampft, lieferte ein Gemenge von Salz *C* und einer rothen Verbindung, welche bei fernerem Eindampfen zuerst noch etwas baryt-haltig, alsdann rein in Warzen und dunkelrothen dem Producte *B* ähnlichen Krusten herauskrystallisirte und auf einem Ziegelstein getrocknet wurde. Die beiden letzten Krystallisationen *D* und *E* zeigten sich frei von Baryt, während drei zwischen *C* und *D* liegende sich als Gemenge von *D* und immer mehr abnehmendem Salz *C* erwiesen.

Präparat *C* stellte ein dunkelgelbes, aus kleinen, das Licht doppelt brechenden Schüppchen bestehendes Pulver dar, welches luftbeständig ist, sich in Wasser unter Zersetzung theilweise, in Salzsäure leicht und völlig, in Salpetersäure etwas schwieriger löste.

Zur Bestimmung des Wassergehaltes der lufttrocknen Verbindung wurde dieselbe zuerst bei 120° C. bis zur Gewichtsconstanz erhitzt; es ergab sich, dafs alles Wasser bereits bei 120° ausgetrieben worden war.

a) 0,889 verloren 0,0945 = 10,63 Proc. Aq.
b) 2,6105 - 0,275 = 10,58 - -
Mittel 10,6 Proc. Aq.

Die Chromsäure wurde nach der Methode von Zulkowski[1]) bestimmt; der Titre der Lösung des unterschwefligsauren Natrons war pro 1 *CC* = 0,0029315 Chromsäure.

c) 1,5796 der lufttrocknen Verbindung erforderten 272,0 *CC* entsprechend 0,79937 Chromsäure = 50,6 Proc.

d) 0,6972 erforderten 120,8 *CC* = 0,3512 Chromsäure = 50,4 Proc.

Mittel 50,5 Proc. Chromsäure.

Der Baryt wurde als schwefelsaurer Baryt bestimmt.

e) 1,419 ergaben 0,8372 schwefelsauren Baryt = 055 Baryt = 38,76 Proc.

Die Formel $BaO, 2CrO^3 = BaCr^2O^7$ verlangt:

1) Journ. f. pr. Chem. 103. p. 351.

		Berechnet.		Gefunden nach Abzug von 1,35 Proc. hygroscopischem Aq. a	b
$Ba\,O$	= 153,2	= 39,36	=	38,76	39,35
$2\,Cr\,O^3$	= 200	= 51,39	=	51,26	51,26
$2\,H\,O^2$	= 36	= 9,25	=	10,6	9,25
	389,2	100,0		99,86	99,86

Es ist ersichtlich, dafs das lufttrockne Salz noch etwas und zwar 1,35 Proc. hygroscopisches Wasser enthält; berechnet man die Resultate nach Abzug desselben, so erhält man die unter *b* angeführten Zahlen.

Das Salz *C* ist also reiner doppelt chromsaurer Baryt, den meines Wissens Bahr[1]) zuerst dargestellt hat.

Präparat *D* zerflofs an der Luft ziemlich leicht, war frei von Baryt und zeigte beim Trocknen einen Gewichtsverlust von 3,41 Proc. Denn

a) 1,1845 verloren 0,0405 = 3,42 Proc.
b) 1,3855 - 0,047 = 3,40 -

Die Chromsäure wurde nach dem Fällen durch salpetersaures Quecksilberoxydul als Chromoxyd gewogen und es lieferten

c) 1,474 des Präparates 1,0895 Chromoxyd
= 1,4337 Chromsäure = 97,3 Proc.

Präparat *E* im äufseren Ansehen dem Präparat *D* völlig gleich, verlor beim Trocknen 2,5 Proc., da 0,663 einen Gewichtsverlust von 0,0166 zeigten.

Es scheint also, als ob es aufser den Verbindungen $Ba\,Cr\,O^4$ und $Ba\,Cr^2\,O^7 + 2\,H^2\,O$ keine anderen der Chromsäure mit dem Baryt giebt.

Berlin, 20. August 1871.

1) Journ. f. pract. Chem. 60. p. 60.

XIV. *Methode für eine schnelle Austrocknung von Flaschen, Röhren etc., sowie für eine bequeme Verbindung weiter Röhren mit engen; von Emil Zettnow.*

I) Recht häufig wünscht man eine nicht nur reine, sondern auch völlig trockene Flasche, Röhre etc. und sehr oft ist eine solche nicht zur Hand. Ich spüle deswegen um innerhalb 1 bis 3 Min. ein Gefäfs, sey es klein oder grofs, auszutrocknen, dasselbe zuerst mit starkem Alkohol, hierauf mit Aether aus und verjage letzteren durch Einblasen von Luft mittelst des Blasebalges. Es sind zu diesem Zwecke in meinem Laboratorium zwei Flaschen vorhanden, die eine mit etwa 200 CC. Alkohol von 95 Proc., die andere mit derselben Menge Aether gefüllt und reicht diese Quantität für mindestens 150 Gefäfse aus.

II) Um enge Röhren mit weiten zu verbinden, ein Fall, welcher sehr häufig vorkommt, kann man die weitere Röhre in eine Spitze ausziehen und dieselbe alsdann so weit abbrechen, dafs sie der engeren Röhre an Dicke gleichkommt.

XV. *Tetronerythrin, ein neuer organischer Farbstoff; vom Badearzt Dr. Wurm.*

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus v. Siebold's und Kölliker's Zeitschr. f. wissensch. Zoologie 1871.)

Die Wiener „Jagdzeitung“ (1868) enthält die gelegentliche Notiz, dafs die „Rose“ (der rothe warzige Fleck über den Augen) des Auer- und Birkhahnes, mit einem weifsen Tuche gerieben, auf das Schönste abfärbe, wozu

die Redaction bemerkt, dafs das Gleiche auch bei den rothen Federn des Pisangfressers der Fall sey.

Obwohl ich diese Angabe a priori ganz bestimmt für unrichtig hielt, in der Voraussetzung, die rothe Färbung rühre, wie bei den menschlichen Lippen, dem Kamme des Haushuhnes etc., von dem durch die Epidermis hindurchschimmernden Blute her, so benutzte ich doch, ohnedies Jagdliebhaber, die sich hier bietende Gelegenheit, jenes einfache Experiment an den von mir erlegten Auerhähnen zu machen. Und siehe da, dasselbe fiel affirmativ aus!

Ich machte nun aus dem Mikroskope Zeichnungen von diesen Organen vom Auerhahne, Haselhahne und Fasanhahne und mikro- wie makroskopische chemische Versuche, welche mich einen merkwürdigen rothen Farbstoff kennen lernen liefsen, der bisher unbekannt und noch zur Zeit nicht bestimmt classificirbar ist. Ich gewann denselben durch Ausziehen mit Chloroform und Verdunstenlassen desselben.

Ich sandte hierauf ein Uhrglas voll behufs weiterer Untersuchungen an Hrn. Prof. Dr. Bischoff in München, welcher die Güte hatte, nicht nur selbst sich lebhaft dafür zu interessiren, und mir prächtig injicirte Präparate von „Rosen" zu schicken, sondern auch Hrn. v. Liebig zu Versuchen und zu schriftlicher Mittheilung der Resultate zu veranlassen.

Ich benenne diesen Körper *Tetronerythrin* (zusammengezogene Form von Tetraon, und erythros), Hahnroth oder besser *Wildhahnroth*; denn ich bin überzeugt, dafs derselbe auch bei Tetrao perdrix. etc. sich findet. Die kleine rothe Erdspinne gab an Chloroform keine Farbe ab. Die rothen Federn der Spechte, der Papageien, die Baumwanzen habe ich noch nicht untersucht, auch nicht die „Rosen" der im Schwarzwalde seltenen Rebhühner. Dagegen gaben die rothen Punkte der Forellenhaut, rohe und gekochte Krebspanzer, sowie die Früchte der Phialopsis rubra rothen Farbstoff an Chloroform ab.

Hr. Prof. Dr. Bischoff schreibt, meinen Befund be-

stätigend und klärend: „Diese „Rose“ ist eine eigenthümliche Epidermisformation des oberen Augenlids dieser Vögel. Die Haut ist hier zu mehr oder weniger starken kegelförmigen Papillen entwickelt. Diese Papillen sind von einem sehr reichen Blutgefäfsnetz durchzogen, welches einen eigenthümlichen Charakter besitzt, indem die Capillarien alle stark geschlängelt und gewunden verlaufen und ein dichtes Maschennetz bilden. Diese gefäfsreiche Matrix ist nun von einem starken Epithelium bedeckt, dessen tiefere Schichten, das sogenannte Rete Malpighi, den Farbstoff enthalten, während die oberflächliche Schicht farblos ist. Es ist ein sogenanntes Pflasterepithel, d. h. die Zellen sind polygonal gegen einander gedrängt und abgeplattet und über einander geschichtet. Kali causticum oder concentrirte Mineralsäuren (auch Ammoniak) machen die ungefärbten Epithelialzellen aufquellen und sich loslösen. Der Farbstoff ist, so weit ich an den schon in starkem Weingeist gelegenen Präparaten erkennen konnte, theils gelöst in den tiefen Schichten der Zellen selbst, theils in zahlreichen Körnchen enthalten, welche den Charakter von Zellenkernen haben. [Das Abfärben an Tuch oder Papier kommt also durch Zerstörung des Epithels und Austritt der farbigen Körnchen zu Stande.] Das Kali causticum verändert den Farbstoff eigentlich nicht, wenn er gleich etwas heller wird. Concentrirte Schwefelsäure macht ihn erst schön indigoblau, dann schwarz. Salpetersäure macht ihn gleich schwarz [in meinen Versuchen gelb]. Beim längeren Liegen der „Rose“ in concentrirtem Weingeist löst sich der Farbstoff doch auch. Die Papillen blassen ab und der Weingeist färbt sich. Ich finde zwar ebenfalls wie Sie, dafs Chloroform den Farbstoff auszieht und sich färbt, allein sonderbarer Weise verliert sich die Färbung bei mir (Versuche an einem bayerischen Hahne) nach dem Verdunsten des Chloroforms ganz, während Ihr Farbstoff sich gut erhalten hat auch nach mehrmaligem Lösen in Chloroform.

Ich habe Hrn. v. Liebig gebeten, ein paar Versuche

mit dem Farbstoff zu machen, und ich denke, es wird Ihnen Vergnügen machen, wenn ich Ihnen seine schriftliche Antwort hier beilege. Wir haben es darnach nicht mit Hämatoidin, sondern mit einem eigenthümlichen Farbstoffe zu thun."

Beim Fasane fand ich die Papillen am entwickelsten, mit dünnerem Epithel als am Haselhahne und mit tieferem Roth; auch war bei jenem die Reaction auf Säurezusatz am trägsten (mehr wachshaltig?). Letzterer dagegen zeigte kürzere, pyramidenförmige, mehr orange gefärbte Papillen.

Hr. v. Liebig spricht sich in dem gütigst mitgetheilten Briefe dahin aus: „Die wenigen Versuche, die ich mit dem mir übersandten Farbstoffe machen konnte, zeigen, daſs es eine Substanz eigener Art ist, und daſs die Farbe nichts gemein mit dem Blutfarbstoff oder Hämatoidin hat; er löst sich in Schwefelkohlenstoff und Aether, und hinterläſst bei Behandlung mit letzterem eine geringe Menge einer farblosen Substanz. Der durch Verdunstung des Aethers wiedererhaltene Farbstoff schmilzt leicht, wie etwa Wachs, und erstarrt beim Erkalten körnig ohne deutliche Krystallisation. In alkalischen Laugen ist er in der Kälte nicht löslich, leicht in heiſser Salpetersäure unter Zersetzung, ohne die dem Hämatin entsprechende Färbung zu zeigen; die salpetersaure Lösung hinterläſst einen weiſsen, wachsartigen Rückstand. Es ist jedenfalls ein ganz interessanter Körper."

Ich füge noch bei, daſs der luftbeständige Farbstoff durch Chlorwasser gebleicht, durch Kochen der Rose mit Wasser schwächer ausgezogen wird und dann eine gering saure Reaction zeigt. Aether zog kein Fett aus und kaltes Wasser löste denselben nicht. Nach Behandlung mit Chlorwasser hinterblieb eine weiſse, wachsähnliche Masse, deren Schmelzung und Verbrennung ich leider nicht versuchte und nun vor der nächsten Balzperiode auch nicht mehr versuchen kann.

Schlieſslich möchte ich um weitere Untersuchungen dieser Substanz, insbesondere auf ihre Elementarbestand-

theile, und um gefällige Mittheilung der erlangten Resultate an mich bitten.

Bad Teinach, im würtembergischen Schwarzwalde, Juni 1871.

XVI. *Beobachtungen von Extra-Regenbögen, mitgetheilt von Dr. Gustav Schneider,*

Lehrer an der städtischen Realschule in Bremen.

Am 19. April 1871 Nachmittags sind in der Nähe des Jadebusens Extra-Regenbögen beobachtet worden, die im Vergleich mit den früheren zum Theil in diesen Annalen niedergelegten ähnlichen Beobachtungen in mehrfacher Beziehung Interesse bieten. Zunächst war die das Sonnenlicht reflectirende Fläche nicht der Wasserspiegel, sondern vielmehr die Wattenfläche des Jadebusens, da auf den 19. April gerade Neumond fiel, die Hafenzeit für den Jadebusen etwa 1^h 30′ ist und die Beobachtungen gegen Abend gemacht wurden. Jene Watten bilden glänzende Flächen, die ihrer ganzen Beschaffenheit nach wenigstens ebenso vollkommene und lichtstarke Sonnenbilder zu erzeugen im Stande sind, wie der ruhige Wasserspiegel des Jadebusens selbst. — Ferner liegen die zahlreichen Orte, von denen aus die Beobachtungen gemacht sind, auf einem sehr grofsen Areale, indem die äufsersten von einander 3 bis 4 Meilen entfernt sind; mehrere Beobachtungsorte befinden sich $1\frac{1}{2}$ Meilen vom Jadebusen in der Nähe der Weser.

Die Erscheinung ist nicht nur östlich von der Jade, in Butjadingen (Seefeld, Rodenkirchen, Burhave), sondern auch — zum Unterschiede von früheren Beobachtungen — an einem Orte westlich von der Jade, zu Sengwarden-Altendeich im Jeverlande, gesehen worden. Das Erstere

bedarf keiner besonderen Erklärung; wegen des Letzteren genügt es hier, darauf hinzuweisen, daſs die Regenbogenstrahlen nach ihrem Austritte aus einem Tropfen den Mantel eines Asymptotenkegels bilden[1]) und daher auch nach Orten gelangen können, die zwischen der lichtreflectirenden Fläche und der Sonne liegen. Auf diese Art wird aber für einen Beobachter westlich von der Jade des Nachmittags nie ein ganzer Extrabogen, sondern vielmehr nur ein Stück eines solchen entstehen können, dessen höchster Punct die Höhe der Sonne über dem Horizonte nicht erreicht. In der That stimmt damit auch die Beobachtung überein. Die Sonnenhöhe betrug ungefähr 16°, so daſs der Extrabogen nach unten deutlich convex erschien; er schnitt den zugehörigen Hauptbogen im Horizont und reichte bis zum Nebenbogen (Fig. 1). Oestlich

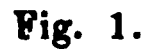
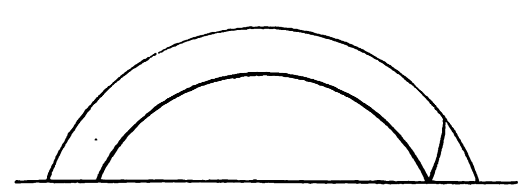
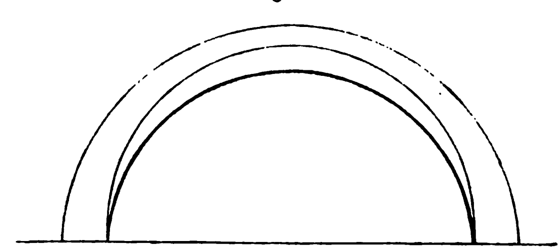


Fig. 1.



von der Jade fielen die meisten Beobachtungen später, bei einer Sonnenhöhe von durchschnittlich $2\frac{1}{2}$°. Man sah theils einen, theils zwei Extrabögen, die an einigen Orten die zugehörigen gewöhnlichen Regenbögen im Horizonte schnitten (Fig. 2), während sie sich an anderen Orten um einen

Fig. 2.



1) Aderholdt, Theorie des Regenbogens § 22.

Winkel von etwa 20° nach Norden zu gegen dieselben verschoben zeigten. Jene Erscheinung würde einer horizontalen, diese einer nach Norden geneigten Reflexionsebene entsprechen.

Auffallend ist es, daſs auch an denjenigen Beobachtungspuncten, wo der Extrabogen des Hauptbogens in dem Ringflächenstück zwischen diesem und dem Nebenbogen etwa in der Mitte lag (Fig. 2), eine Annäherung des Extrabogens und des Hauptbogens nicht mit Sicherheit bemerkt worden ist. Diese Annäherung hätte in der Beobachtungszeit von 10 bis 15 Minuten, in welcher am 19. April die Sonnenhöhe um 2 bis 3° abnimmt, etwa 5° betragen müssen. Ihre jedenfalls geringere Gröſse erklärt sich vielleicht daraus, daſs das Sonnenbild durch Reflexion an schwach convexen, von Süden nach Norden in der Jade sich hinziehenden Wattenbänken entstanden ist, die allerdings auch bei abnehmender Sonnenhöhe verhältniſsmäſsig stationäre Reflexe liefern müssen. Es würde zwar sehr interessant seyn, wenn sich an ein und demselben Orte eine allmälige Veränderung der Erscheinung hätte constatiren lassen; aber wir sind dafür einigermaſsen entschädigt dadurch, daſs die Extrabögen an verschiedenen Orten zu verschiedener Zeit und in Folge davon in wesentlich verschiedenen Phasen beobachtet worden sind.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.

1872. ANNALEN № 2.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CXLV.

I. *Ueber die Bildung des mit dem Steinsalz vorkommenden Anhydrits; von G. Rose.*

(Aus dem Monatsberichte d. königl. Akad. d. Wissensch. vom Juli 1871. Mit späteren Zusätzen).

In einer von Volger herausgegebenen Schrift: „Das Steinsalzgebirge von Lüneburg, ein Seitenstück von demjenigen zu Stasfurt" führt Volger die in dem Gyps und Anhydrit von Lüneburg vorkommenden Mineralien auf, die Moderstoffe, den Eisenglimmer, Eisenkies, Borazit und Quarz, und sucht aus der Art, wie sie sich gegenseitig umschliefsen und begränzen, ihr Alter festzustellen. „Die Moderstoffe", sagt er [1]), „erscheinen zwar in ihren kleinsten Theilen formlos; wenn wir aber die Schweife und Wölkchen derselben ungestört nicht allein durch den Gyps und Anhydrit, sondern auch durch die eingeschlossenen Borazit-Krystalle und die Bergkrystalle hindurchziehen sehen, so können wir nicht zweifeln, dafs sie älter sind, als alle diese Körper. Die Schwefelkies-Krystalle erscheinen, durch ihren engen Anschlufs an die Moderstoffe und allbekannten Vorgänge, als Erzeugnisse der auf Eisensalze einwirkenden Moderung selbst. Ihr von mir beobachtetes Auftreten im Innern von Borazit-Krystalleu bezeugt ihre diesen Krystallen vorausgegangene Bildung. Die rothen Schweifchen und Wölkchen des Eisenglanzes laufen ebenfalls durch die Bergkrystalle, *nicht* aber auch durch die Borazit-Krystalle hindurch und sind somit älter als jene, aber jünger als diese. Keine unmittelbare Bestimmung

1) A. a. O. S. 2.

liefs sich bis jetzt begründen für das gegenseitige Verhältnifs von Moderstoffen nebst Eisenkies-Krystallen und den Eisenglanz-Blättchen, welche sich übrigens gegenseitig einigermafsen meiden; ebensowenig zwischen Bergkrystallen und Borazit-Krystallen, bei welchen Aehnliches stattfindet, so dafs mir nie gelungen ist, sie miteinander in Berührung zu treffen. Dadurch aber, dafs die Eisenglanz-Flitterchen nie in die Borazit-Krystalle hineinragen, vielmehr streng von diesen ausgeschlossen sind, ergiebt sich unmittelbar, dafs der Eisenglanz jünger ist, als die Borazit-Krystalle; die Bergkrystalle dagegen, welche Eisenglanz sehr häufig umschliefsen, sind ebenso zuverlässig jünger als dieser, und somit um so mehr jünger als die Borazit-Krystalle."

„Kein Zweifel bleibt ferner, dafs der Gyps jünger ist als die Bergkrystalle und die Borazit-Krystalle. Es finden sich Beweise für das Entstehen des Gypses aus Anhydrit, sowohl durch die beobachteten Uebergänge und durch Gesteinsmassen, in welchen der bereits stofflich vollendete Gyps noch das Gefüge des Anhydrits bewahrt, auch noch Kernreste von Anhydrit umschliefst, als auch durch die in der Umgebung der Borazit-Krystalle nicht selten auftretenden Anzeichen einer geschehenen Anschwellung des Gesteins, wie solches bei der in einer Wasseraufnahme bestehenden und so häufig auftretenden Umwandlung des Anhydrites in Gyps mit Nothwendigkeit erfolgen mufs."

„Die graue und rothe Färbung tritt in dem Gypse und im Anhydrite gänzlich in gleichartiger Weise auf. Wo der Anhydrit in Gyps übergeht, sieht man die Färbungen unverändert durchlaufen. Es ist also zunächst klar, dafs, was jetzt weifser, grauer und rother Gyps ist, zuvor weifser und grauer und rother Anhydrit gewesen ist."

„Aber die Bergkrystalle und Borazit-Krystalle sind ebenso entschieden älter als der Anhydrit, wie dieses aus dem Verhalten der Krystallkörperchen des letztereu zu ersteren unverkennbar hervorgeht."

„Es ist klar, dafs die Moderwölkchen, die Schwefelkies-Krystallchen, welche jetzt in den Borazit-Krystallen

und in den Bergkrystallen, und dafs die Eisenglanz-Blättchen, welche jetzt in den Bergkrystallen eingeschlossen und welche nachweisbar früher als diese vorhanden gewesen sind, vor der Bildung der letztern nicht frei in der Luft oder in einer andern Flüssigkeit geschwebt haben können, sondern bei ihrer Bildung bereits eine anderweitige tragende und umhüllende Masse vorhanden gewesen seyn mufs, innerhalb welcher sie ihre Stellung und Anordnung einzunehmen vermochten.“

Volger kommt nun zu dem Schlufs, dafs diese umhüllende Masse keine andere wie Steinsalz gewesen ist, die dann später durch Anhydrit verdrängt ist, „indem Theilchen für Theilchen gegen ein sich auflösendes Salztheilchen aus einer Lösung von schwefelsaurer Kalkerde sich abschied und an dessen Stelle setzte.“ Zum Beweise der früheren Steinsalzumgebung führt er an: „Die zahlreichen an den Borazit-Krystallen beobachteten Vertiefungen, welche ganz bestimmt die Abformung von Salzwürfelchen sind, das von ihm, wie auch früher schon von Leopold Gmelin festgestellte Vorkommen noch wohlerhaltener Salzreste in der Nähe der Borazit-Krystalle und in jenen Vertiefungen derselben; endlich das Verhalten der Anhydrit-Krystalle gegen solche, stellenweise zwischen denselben als Ueberreste noch vorkommende Salz-Nester und sogenannte Einsprenglinge, das Auftreten desselben rothen Eisenglanzes in diesem Salze und der Schwefelkies-Krystallchen in demselben.“

Die Beobachtungen von Volger über die gegenseitige Begränzung der in dem Gypse von Lüneburg eingewachsenen Krystalle sind gewifs richtig, aber sie sind unvollständig; es kommen aufser den angegebenen Verhältnissen noch andere vor, die von Volger nicht beobachtet sind, die aber die aus den Beobachtungen gezogenen Folgerungen abändern und zuletzt zu ganz andern Schlüssen führen. Nach Volger rühren alle die kleinen Höhlungen und Eindrücke, die besonders die gröfseren Borazitkrystalle vom Kalkberge bei Lüneburg auf ihrer Oberfläche zeigen,

von Steinsalz her; eine Behauptung, die meiner Meinung nach durchaus nicht begründet ist, denn wenn es mir auch sehr wahrscheinlich geworden ist, daſs alle die gröſseren mehr unregelmäſsigen Höhlungen in manchen der gröſseren Borazitkrystalle mit Steinsalz früher ausgefüllt waren, da, wenn ich solche Krystalle einige Zeit hatte in Wasser liegen lassen, dasselbe fast immer mit salpetersaurem Silber nach einiger Zeit einen sichtbaren Niederschlag gab, in den Höhlungen also noch ein kleiner Rest von Steinsalz enthalten gewesen war (ein wohlerhaltenes Salzkorn, wie Gmelin und Volger, habe ich in diesen Höhlungen nie beobachtet), so rühren die bei weitem häufigeren kleineren und mehr regelmäſsigen Höhlungen, die fast in allen Borazitkrystallen vorkommen, offenbar von Anhydrit her. Derselbe kommt in kleinen rectangulären Prismen sowohl in den Borazitkrystallen als auch in dem den Borazit begleitenden Gyps vom Kalkberge eingeschlossen vor. Ich habe mehrere groſse Borazitkrzstalle von diesem Fundort zerschlagen, die solche Anhydritkrystalle sehr deutlich enthielten; sie machen sich auf der glasglänzenden muschligen Bruchfläche des Borazits sehr kenntlich durch ihren starken Perlmutterglanz, ihre sehr scharfe regelmäſsige Begränzung, und charakterisiren sich als Anhydrit auch noch dadurch, daſs sie sich nicht im Wasser auflösen, wie auch das Wasser, worin sie gelegen, mit salpetersaurem Silber keinen Niederschlag gab und beim Glühen sich nicht verändern. In dem begleitenden Gypse, wo man sie für kleine Gypskrystalle selbst gehalten hat, bringen sie das blitzen einzelner Punkte hervor, wenn man die Bruchfläche eines solchen Stückes Gyps etwas bewegt. Ebenso sitzen sie oft noch recht erhalten auf den Borazitkrystallen und hinterlassen beim Herausnehmen der Borazitkrystalle Eindrücke in dem glattflächigen Abdruck auf dem Gyps, die ihrer Form entsprechen. Häufig sind sie aber in Gyps umgewandelt und zerstört oder ganz verschwunden, in welchem Fall ihre Eindrücke recht den

Anschein haben können, als rührten sie von Hexaëdern von Steinsalz her, was wohl zu Täuschungen Veranlassung geben kann, und auch wohl Volger getäuscht haben mag. Viel häufiger und gröfser finden sich die wohlerhaltenen Anhydritkrystalle auf dem in Combinationen mit vorherrschenden Tetraëderflächen krystallisirten Borazit vom Schildstein bei Lüneburg, wo überhaupt der Anhydrit in viel gröfseren Krystallen vorkommt; sie ragen dann in dem Borazit als ältere Bildung, und von dem Borazit zum Theil umschlossen hinein. Es ist demnach offenbar, dafs es der Anhydrit ist, der die vielen kleinen Höhlungen in dem Borazit hervorgebracht hat, und nicht das Steinsalz.

Rother Eisenglimmer, der nach Volger in dem Borazit nie vorkommt, habe ich in unter dem Mikroskop erkennbaren, netten, deutlichen sechsseitigen Täfelchen krystallisirt, in klaren durchsichtigen Boratzitkrystallen sowohl vom Kalkberge als auch vom Schildstein, nicht blofs in dem Borazit dieser Fundörter, sondern auch in dem von Segeberg eingewachsen gefunden.

Quarzkrystalle kommen allerdings selten mit Borazitkrystallen vor; sie finden sich vorzugsweise im Kalkberge, kommen aber hier nicht mit dem Borazit zusammen vor, wenigstens enthalten alle Gypsstücke von diesem Berge, die sich in dem berliner mineralogischen Museum finden, wenn in ihnen Borazit vorkommt, keinen Quarz, und umgekehrt. Am Schildstein aber kommen die Quarzkrystalle, wenn auch von geringerer Gröfse, mit den Borazitkrystallen vor, und hier habe ich schon 5 Borazitkrystalle gefunden, die Quarzkrystalle so eingeschlossen enthalten, dafs sie zum Theil aus dem Borazit hervorragen. Die Fälle sind so deutlich, der Quarz ist so bestimmt von dem Borazit umschlossen, dafs man hier nicht daran zweifeln kann, dafs der Quarz älter als der Borazit ist. Hier am Schildstein kommen auch Quarzkrystalle ganz bestimmt mitten im blättrigen Anhydrit, sowie auch im blättrigen Gypse eingewachsen vor, und in beiden Fällen so, dafs sie beim

Herausnehmen aus ihrer Umhüllung ganz glatte Höhlungen in denselben hinterlassen, was mit den Volger'schen Beobachtungen übereinstimmt.

Was nun das Verhältnifs des Anhydrits zum Gypse betrifft, so hat der erstere überall, wo er mit Steinsalz vorkommt, so wenig den Charakter einer ursprünglichen Bildung, so dafs ich mich veranlafst sehe, auch das Ansehen desselben von einigen andern Orten als von Lüneburg, nach den im mineralogischen Museum befindlichen Stücken näher anzuführen.

Anhydrit von Tiede bei Braunschweig.

Der Anhydrit ist hier eine grobkörnige Masse, deren körnige Zusammensetzungsstücke von etwa Erbsengröfse mit rauher Oberfläche wiederum aus kurzstrahligen, sich um den Mittelpunkt radial verbreitenden Zusammensetzungsstücken bestehen und in dem Mittelpunkt einen Kern von einer dichten Masse haben [1]), von lichte graulich- bis blaulichweifser Farbe und Perlmutterglanz. In dieser körnigen Masse liegen einzelne Krystalle von Anhydrit, deren nahe quadratische und rectanguläre Durchschnitte auf der Bruchfläche des Gesteins, die erstern 1 bis $1\frac{1}{2}$ Linie breit, die letztern 2 bis 3 Linien lang erscheinen. Sparsamer finden sich darin noch einzelne unregelmäfsig begränzte Körner von Steinsalz.

Der Anhydrit giebt vor dem Löthrohr im Kolben nur Spuren von Wasser. Geglüht wird er schneeweifs; die stängligen Stücke erscheinen unter dem Mikroskop noch durchsichtig und zeigen die Form des Anhydrits. Läfst man das geglühte Pulver unter Wasser stehen, so bilden sich neben dem Anhydrit einige unter dem Mikroskop sichtbare Krystalle von Gyps. Gepulvert und mit Wasser begossen, giebt dasselbe, auch wo die Masse kein sichtbares Steinsalz eingemengt enthält, mit salpetersaurem

1) In einem Dünnschliff unter dem Mikroskop erscheint dieser Kern als eine Zusammenhäufung von lauter Anhydritkörnern.

Silber einen Niederschlag, und wenn die Masse einige Zeit mit Wasser gestanden hat, auch mit Chlorbaryum.

Die Masse besteht also vorzugsweise aus Anhydrit, die aufser einigen gröfsern Körnern von Steinsalz, dem Auge nicht sichtbare Theile von Steinsalz und Gyps in geringer Menge beigemengt enthält.

Anhydrit von Segeberg in Holstein.

Er besteht aus übereinander liegenden mehr oder weniger gekrümmten Lagen, die 2 bis 3 Linien dick sind und aus dünnstängligen Zusammensetzungsstücken bestehen, die gegen die Oberfläche der Lagen rechtwinklig geneigt sind. In dem Querbruche der Lagen sieht man hier immer eine Gränze, in der die stängligen Stücke von der obern und untern Seite zusammenstofsen, die oft eine gewisse Dicke hat, und aus einer dünnen Schicht körnigen Anhydrits besteht, die graulichweifs und durchscheinend ist, während die stängligen Stücke schneeweifs sind. In dem Querbruch haben diese Lagen ganz das Ansehen wie der in Platten gegossene Zucker (die sog. Bonbons) im Querbruch, wenn er einige Zeit gelegen hat und nun krystallinisch geworden ist; er wird dann auch faserig, und die Fasern stehen senkrecht auf der Oberfläche der Platten, und stofsen in der Mitte zusammen. Zwischen diesen Platten oder Lagen von fasrigem Anhydrit liegen nun ganz unregelmäfsig grofse durchsichtige Krystalle von Anhydrit, einen halben bis dreiviertel Zoll lange rectanguläre Prismen. Sie durchsetzen die Lagen nach allen Richtungen, werden von diesen umschlossen, und verhalten sich überall als die früher gebildeten. Sie sind wie überall, nach allen Flächen des geraden rectangulären Prismas sehr vollkommen spaltbar, sind stets nach einer Richtung, die der Kante zwischen der ersten und dritten Spaltungsfläche *T* und *P* parallel geht[1]), verlängert; die erste Spaltungsfläche *T* bildet die eine breitere Seitenfläche, die dritte *P* die andere gewöhn-

1) Vergl. Hessenberg's Abhandlung über den Anhydrit in den Abh. d. Senkenberg'schen naturf. Ges. in Frankfurt a. M. B. VIII.

lich schmalere, und die zweite Spaltungsfläche *M* die Endfläche. Die Krystalle lösen sich oft von der Masse, worin sie sitzen, mit ganz glatten Flächen ab, und so sieht man auf der Bruchfläche des Stückes theils fast quadratische Eindrücke der Endfläche der Krystalle, theils rectanguläre von den Seitenflächen; die der dritten Spaltungsfläche entsprechende Seitenfläche der Krystalle fand ich immer matt.

Der fasrige Anhydrit ist nicht mehr ganz frisch; er giebt im Kolben, vor dem Löthrohr erhitzt, stets etwas Wasser, wird schneeweifs und leicht zerreiblich; aber die zerdrückte Masse unter dem Mikroskop betrachtet, erscheint in rectangulären Prismen und ist noch durchsichtig, wenn auch mit schwarzen Rissen durchsetzt, und mit schwarzen Punkten erfüllt. Dieser Anhydrit ist also schon etwas zersetzt, hat Wasser aufgenommen, und ist zum Theil in Gyps umgeändert. Vielleicht ist auch noch etwas Gyps zwischen den stängligen Stücken und zwischen den Lagen enthalten, denn gepulvert und einige Zeit in Berührung mit Wasser gelassen, löst dieses auch etwas Gyps auf, und die Auflösung giebt mit Chlorbarium einen starken Niederschlag; aber sie giebt auch mit salpetersaurem Silber eine leise Trübung, zum Zeichen, dafs auch etwas Steinsalz darin enthalten ist.

Das mineralogische Museum besitzt 3 Stücke von der beschriebenen Art; sie enthalten keine Borazitkrystalle, wenigstens habe ich sie nicht darin gesehen. Das Museum enthält aufserdem noch viele andere Stücke, in welchen hier und da einzelne kleine Borazitkrystalle sitzen, die bekanntlich immer Hexaëder mit nur schwachen Abstumpfungsflächen der Kanten und abwechselnden Ecken sind, und diese haben eine etwas andere Beschaffenheit. Die Lagen von fasrigem Anhydrit sind nicht so dick und grofs, oft gleich breit wie lang; sie liegen auch oft noch in paralleler Richtung übereinander, doch unregelmäfsiger wie bei den vorigen Stücken; die Masse des körnigen Anhydrits zwischen den Lagen ist gröfser, und mehr massenweise zusammengehäuft, zwischen den Fasern aber meisten-

theils sehr dünn, so daſs die Gränze zwischen den obern und untern Fasern gewöhnlich nur als feine Linie erscheint. Die Borazitkrystalle liegen meistentheils in dem körnigen, zuweilen auch in dem fasrigen Anhydrit, immer nur sparsam. Die langen prismatischen Krystalle von Anhydrit fehlen. Kleine Stücke im Kolben untersucht, geben nur Spuren von Wasser; der fasrige Anhydrit wird auch hier schneeweiſs, der körnige behält Glanz und Durchsichtigkeit und die mehr graulichweiſse Farbe.

Anhydrit von Stasfurt aus 104 Lachter Teufe des Kunstschachts von der Heydt.

Die Stücke dieses Fundorts bestehen aus 2 bis 3 Linien dicken gekrümmten Lagen dickstängligen Anhydrits von der Beschaffenheit wie in Segeberg, doch von lichte blaulichgrauer Farbe; sie sind dabei stark durchscheinend, perlmutterglänzend und von sehr frischem Ansehn. Das zeigt auch das Verhalten des Anhydrits vor dem Löthrohr, da er im Kolben erhitzt, kein Wasser giebt; er wird zwar dabei schneeweiſs, behält aber Glanz und Festigkeit. Die Lagen schlieſsen unregelmäſsig begränzte Räume von körnigem Anhydrit ein von stellenweise graulichbrauer Farbe, mehr aber noch längliche Räume, die hohl und nur an den Wänden mit nadelförmigen, durch eingemengten Eisenglimmer ganz roth gefärbten zwei bis drei Linien langen Krystallen von Anhydrit besetzt oder mit weiſsem Steinsalz ausgefüllt sind. Vielleicht waren die ersten Räume früher auch mit Steinsalz ausgefüllt, das später ausgewaschen ist.

Anhydrit aus dem ehemaligen sog. Rathssteinbruch bei Stasfurt, in welchem jetzt der Anhalt'sche Schacht abgeteuft ist.

Der Anhydrit dieses Fundorts hat, nach den Stücken zu urtheilen, die Hr. Dr. Ewald an Ort und Stelle selbst gesammelt und mir zur Untersuchung gefälligst mitgetheilt hat, ganz das Ansehen des Tieder Anhydrits; er besteht hauptsächlich aus erbsengroſsen körnigen Theilen, die aus

radial stängligen Zusammensetzungsstücken bestehen, nur selten sieht man darin aus solchen stängligen Stücken bestehende plattenförmige Massen. Darin liegen aber Stücke blättrigen durch eingemengten Eisenglimmer ganz roth gefärbten Gypses, die oft noch eine ganz regelmäſsige Form haben, und zwar die der Spaltungsstücke des Gypses. Es sind rhomboidale Tafeln mit Winkeln von 114° 24', deren Seiten über zolllang sind. In diesen sind aber von den Seiten nadelförmige Krystalle von Anhydrit eingewachsen, sich von Punkten des Randes radial verbreitend, aber auch von Punkten, die wenn auch zunächst dem Rande, doch ganz im Gypse liegen, so daſs nur die Mitte desselben ganz frei von eingemengtem Anhydrit ist. Andre Stücke von dem rothen Gypse sind auch ganz unregelmäſsig begränzt, und wenn sie klein sind, mit kleinen Anhydritnadeln ganz durchwachsen. Erhitzt man einen solchen Gyps über der Gaslampe, so wird er ganz weiſs, erdig, und läſst sich leicht zerdrücken, aber in dem Pulver erkennt man unter dem Mikroskop sehr gut die durchsichtig gebliebenen nadelförmigen Krystalle des Anhydrits. Bei mehreren der mir mitgetheilten Stücke ist auch die verwitterte Oberfläche zu sehen; dieselbe ist voller Höhlungen, die an den Wänden mit kleinen Anhydritnadeln besetzt sind, offenbar waren diese mit Gyps erfüllt, der von den Tagewassern aufgelöst und fortgewaschen ist.

Anhydrit vom Schildstein bei Lüneburg.

Ein parallelepipedisches Stück des mineralogischen Museums über fuſslang, enthält 4 Linien dicke Lagen, die über die ganze 6 Zoll groſse Breite des Stückes in mehr oder weniger gerader Linie fortlaufen. Sie sind fasrig, die Fasern rechtwinklig auf der Oberfläche der Lagen, und stoſsen in der Mitte ohne sichtbare Zwischenlagerung von körnigem Anhydrit zusammen; stark seidenglänzend, graulichweiſs und sehr frischen Ansehns. Die Lagen liegen häufig dicht übereinander, oder es liegt dazwischen in gröſserer oder geringerer Menge ein körniger Anhydrit,

von kohligen schwarzen Adern durchzogen, die auch oft die Lagen einfassen, und ferner blättriger durch Eisenglimmer roth gefärbter Gyps, oft ein über zollgroſses unregelmäſsig begränztes Individuum, das den Raum ganz ausfüllt und bei welchem dann der Eisenglimmer besonders in der Mitte angehäuft ist oder das in der Mitte einen Drusenraum hat, der an den Wänden mit von rothem Eisenglimmer bedeckten Gypskrystallen besetzt ist. Zuweilen sieht man auch zwischen den Lagen groſsen blättrigen Anhydrit, auch einzelne fast wasserhelle regelmäſsig begränzte Krystalle, die fasrigen Lagen in allen Richtungen durchsetzend, wie bei dem Segeberger Anhydrit. Die Borazitkrystalle liegen in den fasrigen Lagen, einzeln oder oft in groſser Menge dicht nebeneinander, auch in Gruppen zusammengehäuft; sie finden sich aber auch in dem blättrigen Anhydrit und Gyps, in beiden beim Herausnehmen glatte und glänzende Eindrücke hinterlassend. Kleine Hexaëder von Eisenkies kommen zuweilen in und neben den oben erwähnten kohligen Adern vor. Der fasrige Anhydrit giebt vor dem Löthrohr im Kolben etwas Wasser, wird schneeweiſs, bleibt aber glänzend und unter dem Mikroskop durchsichtig.

An andern Stücken dieses Fundorts sieht man gar keinen Eisenglimmer und Gyps; zwischen den fasrigen Lagen befinden sich gröſsere in die Länge gezogene hohle Räume, von oft gröſserer Dicke als die Lagen selbst, die an den Wänden mit kleinkugligem Anhydrit mit rauher Oberfläche, der oft Krystalle von Anhydrit umschlieſst, besetzt sind, oder andere kleinere, die mit reinem durchsichtigen Steinsalz ganz ausgefüllt sind. Die ersten Räume sind auch mit bloſsen Anhydritkrystallen besetzt, die von einer Wand des Drusenraums nach der andern herübergewachsen und wie bei den Segeberger Krystallen in der Richtung der Kante der ersten und dritten Spaltungsfläche verlängert sind, auch wohl Abstumpfungflächen der Seitenkanten enthalten, die ich aber stets matt befunden habe, so daſs sie nicht gemessen werden konnten.

Wieder in andern Stücken ist sehr viel durch Einmengung von Eisenglimmer roth gefärbter Gyps enthalten; die fasrigen Lagen, die in allen solchen Stücken mehr graulichweifs gefärbt sind, entfernen sich häufig von einander, und schliefsen unregelmäfsige längliche Räume ein, die mit durch Eisenglimmer roth gefärbten Gypskrystallen besetzt sind, welche nett krystallisirt in den rhombischen Prismen von 111° 14', mit breit abgestumpften scharfen Seitenkanten und an den Enden mit den vordern und hintern schiefen Prismen begränzt sind; sie haben in einem Drusenraum überall eine parallele Lage und schillern prächtig, da sie auch äufserlich mit Eisenglimmer bedeckt sind. Zuweilen füllt auch der Gyps in einem Individuum den Raum ganz aus, und enthält dann an den Wänden fasrigen Anhydrit in kleinen kugligen Zusammenhäufungen wie bei den Stücken aus dem Rathssteinbruch von Stasfurt. Einzelne Anhydritkrystalle kommen in und zwischen den fasrigen Lagen vor. Die Borazitkrystalle sitzen in diesen wie auch im blättrigen Anhydrit und Gyps und oft in grofser Menge und von verschiedener Gröfse. Zuweilen kommen auch in diesen weifse Quarzkrystalle vor, doch stets nur von geringer Gröfse. In Stücken dieser Art habe ich auch die oben S. 181 erwähnten Borazitkrystalle mit eingeschlossenen Quarzkrystallen gefunden.

Gyps vom Kalkberge bei Lüneburg.

Ebenso wie die Borazitkrystalle des Schildsteins von denen des Kalkberges ganz verschieden sind, bei erstern die Tetraëderform vorherrscht, bei letztern die des Hexaëders, so ist auch das Gestein, worin die Krystalle beim Kalkberg eingewachsen sind, wesentlich von dem des Schildsteins verschieden. Es ist überall nur ein feinkörniger Gyps, worin ganz kleine Krystalle des Anhydrits porphyrartig eingeschlossen sind; zuweilen ist er auch mit Rissen durchsetzt, und auf diesen finden sich lauter Anhydritkrystalle, wie die in der Masse eingeschlossenen, nie lang prismatisch, sondern hexaëderähnlich. Glüht man

Stücke dieses Gypses im Platintiegel, so wird er weifs und undurchsichtig, die eingeschlossenen Anhydritkrystalle behalten aber ihren Glanz und ihre Durchsichtigkeit, und können nun um so leichter erkannt werden [1]). Die Borazitkrystalle unterscheiden sich aufser ihrer Form auch durch ihre Gröfse; sie übertreffen darin die des Schildsteins bedeutend; die Eindrücke, die sie auf der Oberfläche haben, sind daher auch gröfser und deutlicher als bei diesen. Sie rühren von Anhydrit her, zum Theil auch von Gyps, welche beide auf der Oberfläche noch erhalten sind, und von denen Anhydritkrystalle häufig, zweifelhafter Gyps im Innern eingeschlossen sind. Ebenso kommt etwas Eisenglimmer in den Borazitkrystallen eingeschlossen vor, seltener jedoch in diesen als in denen des Schildstein, wie oben schon angegeben. Die Borazitkrystalle des Kalkberges lösen sich leicht von dem Gypse, in welchem sie eingeschlossen sind, ab; die Eindrücke in diesem sind glatt, aber die glatten Flächen der Eindrücke haben doch oft viele Zwischenräume, denn jede Fläche wird durch lauter kleine in paralleler Richtung nebeneinander liegende Gypskrystalle gebildet, die sämmtlich an der angränzenden Fläche des Borazits abschneiden. Zuweilen hat sie, wie auch oben angegeben, kleine Erhabenheiten, die von den in den Gyps eingemengten Anhydritkrystallen herrühren, der dann die Eindrücke in dem Borazit verursacht hat. Die Borazitkrystalle des Kalkberges sind durchsichtig bis stark durchscheinend und stark glänzend, wenn sie frisch sind, sie erscheinen aber häufig trüb und undurchsichtig, und bestehen dann im Innern aus fasrigen Zusammensetzungsstücken, die auf den Dodekaëderflächen rechtwinklig stehen [2]) und sind dann in Pseudomorphosen von Stasfurtit umgeändert. Sie finden sich auch nur am Kalkberge, und fehlen ganz dem Schildstein. Die gröfsern

1) Der Anhydrit fehlt also keineswegs in dem Gyps des Kalkberges, wie häufig angegeben; vgl. Zeitschr. d. geol. Ges. von 1853, S. 367.

2) Sie sind in der Monographie des Borazits von Volger S. 203 bis 229 sehr ausführlich beschrieben.

rauchgrauen Quarzkrystalle kommen in einem Gypse vor, wie der ist, welcher die beschriebenen Borazitkrystalle enthält, wiewohl sie nicht zusammen vorkommen. Auch wird der Kalkberg immer als Fundort der Quarzkrystalle angesehen; daſs aber auch am Schildstein Quarzkrystalle vorkommen, ist oben angeführt.

Aus dem Angegebenen ergiebt sich, daſs der sämmtliche fasrige Anhydrit, der in Tiede, Segeberg, Stasfurt, Lüneburg vorkommt, eine secundäre Bildung ist und sein Zusammenvorkommen mit Gyps zeigt deutlich, daſs er aus diesem hervorgegangen ist. Daſs solche Umänderungen von Gyps in Anhydrit auch künstlich dargestellt werden können, darüber haben uns die schönen Versuche von Hoppe-Seyler belehrt[1]). Er erhitzte krystallisirten Gyps (Marienglas) in einer Glasröhre mit Wasser in Oel bis zu einer Temperatur von 140°; das Marienglas verlor dadurch seine Durchsichtigkeit, zerklüftete zu seidenglänzenden Fasern, und war nun in eine Verbindung von schwefelsaurem Kalk mit nur ein halb Atom Wasser $\dot{C}a\ddot{S} + \frac{1}{2}\dot{H}$ umgewandelt. Als er dieſs in kaltem Wasser liegen lieſs, überzogen sich die glänzenden Fasern bald mit einer dichten Vegetation von Gypskrystallen.

Als er das Marienglas in einer gesättigten Steinsalzlösung bis 125 bis 130° erhitzte, zerklüftete dasselbe auch erst in seidenglänzende Fasern, wurde aber bald darauf in eine porzellanartige milchweiſse derbe Masse verwandelt, die nur Spuren von Wasser enthielt, ein spec. Gew. 2,937 hatte und unter dem Mikroskop aus lauter kleinen rectangulären Prismen bestand, also Anhydrit war.

Ich habe die Versuche nachgemacht. Hr. Prof. Hofmann verstattete gern, daſs sie in seinem Laboratorium mit seinen Apparaten angestellt wurden, und Hr. Dr. Bannow war so gefällig, sie in meinem Beisein auszuführen. Zwei starke, an einem Ende zugeschmolzene Glasröhren von etwa 1½ bis 2 Fuſs Länge wurden zu zwei Drittheil,

1) Pogg. Ann. 1866 Bd. 127, S. 161.

die eine mit einer concentrirten Auflösung von Chlornatrium, die andere mit Wasser gefüllt, dann in beide mehrere Stücke krystallisirten Gypses gelegt, die Röhren an dem offenen Ende zugeschmolzen, und nun in zwei eiserne Röhren gelegt, und in einem Luftbade bis zu einer Temperatur von 120 bis 130° erhitzt. Nach Verlauf von mehreren Stunden, nach welchen das hineingethane Marienglas ganz schneeweifs geworden war, liefs man die Röhren erkalten. Die Chlornatriumlösung der einen Röhre gab mit Chlorbaryum einen Niederschlag, und als ich sie in einem Becherglase eintrocknen liefs, bildete sich ein dünner weifser, mit Chlornatriumkrystallen reichlich bedeckter Bodensatz. Unter dem Mikroskop betrachtet, bestand derselbe aus lauter kleinen Gypskrystallen, die Chlornatriumlösung hatte also auch etwas aufgelösten Gyps enthalten[1]).

Das Marienglas, welches ich in die Röhren hineingelegt hatte, bestand aus durchsichtigen Bruchstücken von Krystallen, die mit den drei Spaltungsflächen des Gypses begränzt waren; sie hatten also die Form von geraden rhomboïdischen Tafeln mit Winkeln von 114° 24′. Die Spaltungsflächen nach dem rhomboïdischen Prisma sind bekanntlich nur unvollkommen und von sehr verschiedenem Ansehen; die eine ist von fasriger Beschaffenheit[2]), die

1) Ich hatte indessen den Versuch mit dem Chlorbaryum erst den folgenden Tag nach der Erhitzung des Marienglases gemacht; bis dahin war die Chlornatriumlösung in der Röhre über dem Marienglase geblieben. Es konnte daher seyn, dafs von dem gebildeten Anhydrit sich nach dem Erkalten in der Chlornatriumlösung wieder etwas aufgelöst hätte. Hr. Dr. Bannow erbot sich daher mit liebenswürdiger Bereitwilligkeit, den Versuch in der Röhre noch einmal zu machen, und die noch heifs aus der Röhre genommene Chlornatriumlösung auf Gyps zu untersuchen. Er fand, dafs auch in diesem Fall mit Chlorbaryum sogleich ein Niederschlag entstand. Es löst sich also in der That gleich bei der Anhydritbildung schon etwas Gyps auf. Wahrscheinlich enthält auch das Wasser, welches mit Marienglas in der Röhre erhitzt ist, etwas Gyps aufgelöst, was ich zufällig zu untersuchen unterlassen habe.

2) Das fasrige Ansehen dieser Spaltungsfläche entsteht bekanntlich daher, dafs sich in dieser Richtung eigentlich drei Spaltungsflächen finden,

andere springt oft in den muschligen Bruch über; man bezeichnet die beiden Spaltungsflächen gewöhnlich mit dem Namen des fasrigen und muschligen Bruches. In der Richtung des erstern ist der Gyps auch biegsam, und beim Zerbrechen der Bruchstücke, um sie in die Röhren zu legen, bogen sich die meisten Stücke, was nun ein gutes Mittel abgab, um die beiden Flächen, die dem fasrigen und muschligen Bruch entsprechen, auch nach dem Erhitzen, wodurch ihre eigenthümliche Beschaffenheit verloren ging, zu erkennen. Sowohl das in dem Wasser als in der Chlornatriumlösung erhitzte Marienglas war schneeweifs, undurchsichtig und fasrig und zwar parallelfasrig geworden; die Fasern gingen nicht, wie man erwarten sollte, dem fasrigen, sondern stets dem muschligen Bruche parallel. Bei dem in Wasser erhitzten Marienglas gingen die Fasern ohne Unterbrechung durch das ganze Stück hindurch, und hatten starken Seidenglanz, bei dem im Chlornatrium erhitzten waren die Fasern feiner und kürzer, und wenn auch im Allgemeinen der angegebenen Richtung folgend, waren mehrere oft büschelförmig, ja sogar radial gruppirt; auch waren sie matt und von geringem Glanz. Unter dem Mikroskop betrachtet, waren die Fasern der einen Röhre wie der andern durchsichtig, ganz besonders die im Wasser erhitzten, und beide erwiesen sich nach den Beobachtungen des Dr. Groth, der sie auf meine Bitte im polarisirten Lichte untersuchte, rhombisch und durchaus nicht monoklinisch wie der Gyps.

Es bedarf aber gar nicht so grofser Hitze, um das Marienglas in Anhydrit umzuändern. Ich habe Stücke Marienglas nur kurze Zeit in der Platinschale mit einer Chlornatriumlösung gekocht; die Stücke wurden dadurch nur an den Rändern umgeändert, und die Fasern von Anhydrit waren besonders von der Seite des muschligen Bruchs hineingedrungen, wie bei dem in der Röhre er-

nach einem rhombischen Prisma von 138° 44′, und nach der geraden Abstumpfungsfläche der stumpfen Kante dieses Prismas, und die Spaltungsfläche nun aus der einen Richtung stets in die andere überspringt.

hitzten Marienglas. Die Stücke gleichen aufs Vollkommenste dem oben beschriebenen nur zum Theil verändertem Marienglas aus dem Rathssteinbruch bei Stasfurt. Als ich Gypspulver auf diese Weise behandelte, änderte sich der ganze Gyps in kleine prismatische Anhydritkrystalle um, und als ich eine concentrirte Auflösung von Gyps mit einem gleichen Raumtheile einer concentrirten Steinsalzlösung mischte, und in der Platinschale abdampfte, erhielt ich ebenfalls die Anhydritkrystalle, doch waren sie mikroskopisch klein, und die abgedampfte Masse schien sich ganz in Wasser aufzulösen; wenn ich aber etwas von derselben auf eine Glasplatte legte und mit Wasser befeuchtete, konnte ich unter dem Mikroskop sehr bestimmt die kleinen prismatischen Krystalle des Anhydrits neben den Chlornatriumhexaëdern erkennen, und nun auch in der Platinschale nach der Auflösung der abgedampften Masse in Wasser den kleinen Rückstand von Anhydrit erkennen und sammeln. Dr. Groth hat auch diese so dargestellten Anhydritkrystalle im polarisirten Lichte untersucht, und mit den in der Röhre dargestellten ganz übereinstimmend gefunden. Legt man eine kleine Menge der in der Platinschale abgedampften Masse auf eine Glasplatte, befeuchtet sie mit so vielem Wasser, dafs das Chlornatrium sich auflösen kann, läfst man dann das Wasser auf der Glasplatte verdunsten, und betrachtet die Masse unter dem Mikroskop, so sieht man, dafs sich sämmtlicher Anhydrit wieder in Gyps umgeändert hat. Bei gröfsern Anhydritkrystallen und bei gepulvertem natürlichen Anhydrit ändert sich nicht aller Anhydrit um, Gyps aber bildet sich stets. Gyps ändert sich also mit Chlornatriumauflösung bei höherer Temperatur in Anhydrit um, wie Anhydrit bei niederer Temperatur in Gyps. Ueberläfst man die oben erwähnte Mischung einer Gypslösung und Chlornatriumlösung der freiwilligen Verdunstung, so bilden sich Krystalle von Chlornatrium und von Gyps, letztere nur von geringer Gröfse und nadelförmig, aber doch ganz deutlich und schon mit blofsen Augen erkennbar und bestimmbar.

Es ist also keine Frage mehr, daſs der Gyps sich mit Hülfe von Chlornatrium in Anhydrit umändern kann, und man kann sich nur darüber wundern, daſs bis jetzt noch gar keine Pseudomorphosen von Anhydrit in deutlicher Gypsform bekannt geworden sind. Sie kommen aber nichts desto weniger vor, und ich habe dergleichen über zollgroſse Pseudomorphosen an Anhydritstücken von Sulz am Neckar beobachtet. Der hier vorkommende Anhydrit ist smalteblau, dicht, mit splittrigem Bruch, oft aber auch kurz- und verworrenfasrig. Die Pseudomorphosen sitzen zu mehreren auf einem Stücke und lassen die Form des Gypses ganz deutlich erkenen, niedrige rhombische Prismen mit Winkeln von 111° 14', die an den scharfen Seitenkanten stark abgestumpft und an den Enden mit dem bekannten vordern und hintern Prisma begränzt sind. Die Flächen sind glatt; im Bruche haben die Pseudomorphosen dasselbe Ansehen wie die derbe Masse.

Wenn man sich hiernach der Ueberzeugung nicht verschlieſsen kann, daſs der fasrige Anhydrit an den genannten Orten aus Gyps entstanden ist, so kann doch diese Art der Entstehung nicht auf die groſsen Krystalle von Anhydrit angewandt werden, die namentlich in Segeberg und am Schildstein vom fasrigen Anhydrit umschlossen werden. Zwei so verschiedene Formen einer Substanz können nicht zu gleicher Zeit gebildet seyn. Die groſsen Krystalle von Anhydrit müssen schon da gewesen seyn, als sich der Gyps bildete, welcher sich später in Anhydrit umänderte. In dem Kalkberge bei Lüneburg findet sich der fasrige Anhydrit nicht. Die Masse des Berges ist, nach den Stücken zu urtheilen, die sich in dem berliner mineralogischen Museum finden, wie oben angegeben, ein Gemenge von vorherrschendem Gyps mit kleinen Krystallen von Anhydrit. Dieſs ist wahrscheinlich der Zustand, in welchem sich auch die übrigen Gypsberge zu Tiede, Segeberg und der Schildstein befunden haben, nur mit dem Unterschiede, daſs sich hier noch gröſsere Krystalle von Anhydrit gebildet haben. Bei ihnen ist dann später der

Gyps in Anhydrit umgeändert, was bei dem Kalkberge nicht der Fall ist, der also noch die ursprüngliche Bildung abgiebt. Mit den Krystallen von Anhydrit haben sich ziemlich gleichzeitig oder vor ihnen Eisenkies, Eisenglimmer, Quarz und Borazit ausgeschieden. Da es vielleicht nur von geringen Unterschieden der Temperatur abhängt, ob sich Anhydrit oder Gyps bildet, so mögen an den angegebenen Orten beide wohl an der Gränze für die Bildung des einen und des andern entstanden seyn; eine geringe Erniedrigung der Temperatur mag zuerst eine weitere Anhydritbildung verhindert und eine Gypsbildung hervorgebracht haben, die sich dann wieder bei etwas erhöhter Temperatur ganz oder zum Theil in Anhydrit umänderte. Warum von dieser letzten Veränderung der Kalkberg, in dem sich gar kein fasriger Anhydrit mehr findet, nicht Theil genommen hat, darüber können vielleicht Untersuchungen an Ort und Stelle Aufschluſs geben. Wasserfreie und wasserhaltige Verbindungen gleicher Art kommen übrigens nicht blos beim Anhydrit und Gyps vor; auch in dem Galmei vom Altenberge bei Lüttich sind nach Monheim Willemit und Kieselzinkerz enthalten, nur mit dem Unterschiede, daſs hier der wasserfreie Willemit vorwaltet (57,64 Proc.) und das wasserhaltige Kieselzinkerz untergeordnet vorkommt (9,19 Proc.)[1]) Rotheisenerz und Brauneisenerz nicht gemengt, wechseln aber in Lagen miteinander, und so mögen sich noch viele Fälle von dem Zusammenvorkommen einer Verbindung im wasserfreien und wasserhaltigen Zustande finden.

Wie am Kalkberge die Gypsmasse vorwaltet und der eingemengte Anhydrit nur untergeordnet vorhanden ist, so kommt auch das Umgekehrte vor. In dem feinkörnigen bis dichten Anhydrit von Eisleben, der weiſs aber auch ganz rauchgrau, auch weiſs und mit Stinkstein gemengt ist, kommen einzelne Partien von blättrigem Gyps ganz

1) Vergl. Verhandlungen des naturhistorischen Vereins der Preuſsischen Rheinlande von 1848, Bd. 4, S. 165.

untergeordnet vor. Es ist dieſs wahrscheinlich wie beim Kalkberge eine ursprüngliche Bildung, da der Anhydrit feinkörnig ist, und gar nicht das Ansehn einer pseudomorphen Bildung hat.

II. *Die Abendlichter an der östlichen Küste Südamerika's; von Heinrich Burkhart-Jezler in Bahia.*

Während einer beträchtlichen Reihe von Jahren meines Aufenthaltes an der Küste von Süd- und Nordbrasilien habe ich Gelegenheit gehabt, auffällige Himmelserscheinungen zu beobachten, welche dort vor und nach Sonnenuntergang zuweilen auftreten und an Schönheit und Farbenglanz die zu entsprechenden Zeiten in Mitteleuropa wahrzunehmenden übertreffen. Die an ihnen entschieden hervortretenden Eigenthümlichkeiten desselben dürften über den meteorologischen Vorgang ein gewisses Licht verbreiten, welche im Allgemeinen den farbigen Lichtern an Wolken und Dünsten zu Grunde liegen, und noch jetzt zum groſsen Theil in einem zweifelhaften Halbdunkel liegen. Da Zeit und Umstände nur die Beobachtung der abendlich auftretenden Erscheinungen dieser Art gestatteten, so werden sich Vergleiche, die zwischen ihnen und ihren entsprechenden Phänomenen in höhern Breiten sich einstellen, nur auf das Abendroth beziehen können. Bekanntlich besteht das, was man Abendroth nennt, darin, daſs nach oder vor Sonnenuntergang bei hellem Wetter an dem West- oder Osthimmel rothe und orangefarbene auch gelbe Dämpfe und Wolken sich zeigen, deren farbige Beleuchtung zuletzt in einem weiſslichen Scheine am westlichen Horizonte verlischt, worauf dann völlige Dunkelheit eintritt. Wohl bekannt ist es auch, daſs die Dämmerung unter niedern

Breitegraden bei völlig reinem Himmel sehr kurze Zeit dauert, die Finsternifs dem Sonnenuntergang sehr schnell folgt: *dafs aber*, um nur Eines zu erwähnen, *wenn schon Dunkelheit herrscht, und Sterne bis zur 3. Gröfse mit unbewaffnetem Auge erkannt werden können, das Tageslicht plötzlich wieder aufleuchtet und der ganze Westhimmel ein helles Licht ausstrahlt, als ob ihn eine unsichtbare Sonne auf's Neue beleuchte,* ist meines Wissens noch nicht in dieser auffälligen Weise beobachtet worden [1]).

Um an die Zeit und den Ort anzuknüpfen, wo diese Thatsache mich zum ersten Male überraschte, erwähne ich, dafs der jähe Wechsel zwischen Tag und Nacht unter gleichen Umständen so gut wie unter den Tropen auch einige Grade über die Wendekreise hinaus sich geltend macht. Der nordische Einwanderer weifs dort gar bald sich darin zu finden, wenn es ihm erst einmal begegnete, seine Rechnung auf Arbeitszeit im Freien nach Sonnenuntergang vereitelt zu sehen. Kaum dafs der lockende Ruf der Abendtaube die Nähe des Sonnenunterganges ihm verkündet, greift er behende nach seinen Werkzeugen, um bei dem letzten Lichte des Tages den Weg aus dem Walde durch das Gewirr der umgestürzten Baumreihen finden zu können und der Dunkelheit zuvorzukommen, die, wie er weifs, bald Alles überdeckt. Schon breitet die Finsternifs sich aus, da er den Fufs auf seine Schwelle setzt; doch oft, wenn er es sich schon in seiner Hütte bequem gemacht, lockt ihn der plötzlich wiedererstandene Glanz des Tages in's Freie, wo eine nie gesehene Pracht auch die wildeste Umgebung, wie die eines zerstörten Urwaldes, in zauberhafter Beleuchtung verklärt. Geblendet von Licht sucht sein Auge nach einem Ruhepunkt vergebens! Denn

1) An gewissen Abenden bemerkt man auch in Mittel-Europa nach Sonnenuntergang, wenn schon die farbigen Lichter des Abendrothes abgenommen haben, ein plötzliches Wachsen der Helligkeit; dies und die unter dem Namen des Alpenglühens bekannte Erscheinung können hier wohl als Analoga angeführt werden: Die Lichtstärke und die vorhergehende Verdunkelung aber stehen mit denen hier beobachteten in keinem Vergleiche.

nicht von *einem*, sondern von *allen* Punkten des Westhimmels richten sich Strahlen gegen ihn; wallend drängen sie sich ihm auf; das Licht und alle von ihm beleuchteten Gegenstände scheinen zu *zittern*. Nicht *ein*farbig, nicht *weifs* bricht das Licht herein: die Strahlen von *allen* Farben des Regenbogens strömen überall, wohin sich das Auge wendet, in stetem Wechsel. Von den dunkelgrünen, pergamentglänzenden Blättern der Bäume und Sträucher fliefsen sie herab und hüpfen von Halm zu Halm auf dem grünen Rasen. Dunkles Stahlblau, Purpur mit Gold, Saftgrün und Scharlachroth, von Violett unterbrochen, wechseln in wunderbar schneller Bewegung, und die nahen Zweige und Sträucher scheinen sich zitternd zu beleben. Nach und nach beruhigt sich die Umgebung, die jähe Bewegung des Lichtwechsels verliert sich, der Westhimmel, welcher bis dahin wie in einem Lichtnebel, einem Gemisch von Weifs, Grün und Goldschimmer geleuchtet, thut sich auf: eine purpurrothe durch alle Abstufungen von Dunkelroth in Gelb spielende Gluth bricht hervor, welche die ganze Landschaft mit Goldgelb überzieht. Diese erscheint dann in einem solchen Lichte, wie wenn man sie sonst durch ein goldgelbes Krystallglas betrachtet. Der dunkle Wald prangt in bläulichem Grün, die näher gelegenen Buschpartien strahlen in Saftgrün, die helleren Grasflächen schimmern wie in grünlichem Golde, die Stämme der Bäume und die Giebel der Häuser leuchten in röthlichem Gelb. Deutlicher Schatten wird bemerkbar; in horizontalen Projectionslinien zeichnet er sich von den Bäumen auf der nahestehenden Wand ab; die dem Westen abgewandten Abhänge der Hügel lagern sich im Dunkel. Von ihnen ausgehend verbreitet sich in einigen Minuten die Nacht aufs Neue über die Erde, denn die Flammen am Himmel erlöschen, ein mattes Gelb, und zuletzt nur noch ein weifser Schein bleibt übrig von der blendenden Herrlichkeit, um am Ende auch zu verschwinden.

In dieser Weise erblickte ich die eigenthümliche Lichterscheinung zum ersten Male im Januar des Jahres 1856

an mehreren aufeinander folgenden Abenden. Durch das tiefste Dunkelblau des Himmels war das Tagesgestirn seine Bahn gewandelt, gewaltige Hitze über die noch mit dichtem Urwald bestandene Erdoberfläche ausgiefsend: und obwohl die tiefe Bläue des Himmels, seine hohe vom Horizonte correct aufsteigende Kugelgestalt, auch die warme Morgen- und Abendbeleuchtung, wie sie eben nur unter den Tropen und bei den Wendekreisen gesehen wird, durch einen längeren Aufenthalt daselbst mir schon eine gewöhnliche Erscheinung geworden war, so blieb doch der Eindruck jenes Abends unauslöschlich, an welchem mich dieses Phänomen auf meiner Klärung im Urwalde, (26° 18′ 56″ südl. Br. und 30° 50′ westl. L. Ferro) überraschte, er war zu überwältigend, als dafs mir die Frage damals nahe getreten wäre, auf welche Weise diese Erscheinung zu erklären seyn möchte. Desto mehr war mein Interesse geweckt, die sie begleitenden Umstände zu beobachten. Leider besafs ich weder die Hülfsmittel zu genauer Messung noch die Zeit, den Vorgängen eine ungetheilte Aufmerksamkeit zu schenken. Was ich damals und im Laufe des Jahres 1857 dort, und bei einem längeren Aufenthalte in Desterro (28° südl. Br.), der Hauptstadt der Provinz St. Catharina, im Jahre 1858, sowie auf Reisen an der Küste beobachten konnte, reducirt sich auf folgende Thatsachen.

Die Erscheinung, wie sie oben beschrieben wurde, tritt nur bei sehr reiner Atmosphäre auf, nach starkem Thaufalle, nach Regen und Gewittern, in deren Folge sich die Luft abkühlt und der Wasserdünste entledigt. Nie zeigte sie sich, wenn die Atmosphäre nicht vollkommen rein erschien. Die Verdunklung beginnt mit Sonnenuntergang: 14 bis 15 Minuten später bricht das wallende, zitternde Licht hervor; die Dauer desselben variirt zwischen 8 bis 9 Minuten, worauf sich die Gluth des orangefarbenen, rothen Lichtes entzündet und bis 40 Minuten lang Schatten versendet, alles mit Tageshelle beleuchtet. In den Wintermonaten Juni, Juli, August ist sowohl die Dunkelheit, welche

dem Sonnenuntergang folgt, als auch die Zeit des wallenden Lichtes von geringerer Dauer als in den Sommermonaten December bis Februar: im Ganzen aber bleibt der Vorgang sich selbst gleich und erfolgt stets in der Ordnung, in welcher ich ihn zum ersten Male beobachtet hatte. Den Eingeborenen ist die Erscheinung nichts Ungewöhnliches; der Name, welchen sie ihm gaben, *arrebol*, bezeichnet Abendroth im Allgemeinen. Uns soll derselbe Name dazu dienen, die Eigenart dieses Abendrothes kurz zu benennen, da er der Sprache des Landes entnommen ist, welches die Erscheinung schmückt.

So oft ich auch nach Erlöschen des *Arrebol* im Freien mich befunden hatte, so hatte ich doch noch nie einen besonderen Nachglanz desselben beobachtet. Mochte nun der Umstand, dafs die hohen Ausläufer der *Serra geral* dort bis an die Küste vordringen und somit den westlichen Horizont für die meisten Standpunkte zum Theil verdecken, der Grund gewesen seyn, dafs mir diese Beobachtung entgangen, so wurde ich doch noch bei *Desterro* im Monat Juni des Jahres 1858, in welchem sich der *Arrebol* nach längerer Unterbrechung wieder zu zeigen begann, Zeuge eines Nachspieles, wie ich es später, an anderen Orten mich aufhaltend, nie wieder so vollständig erblickt habe. Der Feuerglanz des *Arrebol* war erloschen, und Dunkelheit begann auch den Gipfel des Berges zu überziehen, auf welchem ich die Erscheinung mit meinem Begleiter beobachtet hatte; der Himmel war so rein, so durchsichtig wie noch nie: der Mond stand in 60° Elevation am östlichen Himmel; da begann, 55 Minuten nach Sonnenuntergang, die Helligkett abermals zuzunehen, der ganze sichtbare Himmel, östliche wie westliche Hälfte, war von einem magischen gleichmäfsig verbreiteten Lichte erhellt. Die Grundfarbe desselben, ein helles Meergrün, war bald an dieser, bald an jener Stelle von Goldgelb glitzernd, bald in einem bläulichen Schatten gestellt, so dafs die Fläche der Himmelshalbkugel gekräuselt und in einer fortwährenden Bewegung erschien. Nach etwa vier Minuten glättete

sie sich und glich nun einem ehernen Spiegel von grünlicher Broncefarbe auf welchen der Mond mit gelbem Lichte strahlte. Da die Beleuchtung der ihm näher gelegenen Himmesfläche nicht intensiver war als die der ihm ferner gelegenen, ihre Intensität dagegen nach dem westlichen Horizonte anfänglich bedeutend, nach und nach aber weniger merklich stärker war als in allen nach Osten von ihm gelegenen Punkten, so war die Thatsache besonders auffällig, dafs diese Helligkeit und Färbung des Himmels bis auf 1½ Stunde nach Sonnenuntergang mit fast gleicher Intensität andauerte, obwohl sie offenbar nicht vom Mondlicht, sondern von der Sonne ausging [1]).

Da ich jene Breiten noch im Jahre 1858 verliefs, und meinen Wohnort in Bahia (12° 30′ südl. Br.) nahm, so hoffte ich Gelegenheit zu finden auch unter diesem Himmelsstrich dieselben oder ähnliche Phänomene beobachten zu können. Doch vergingen mehr als drei Jahre, bevor sich irgend welche Spur davon hätte wahrnehmen lassen. Es waren die Jahre 1858 bis 1860; sie stehen aus ihrer fast gänzlichen Regenlosigkeit und des daraus entsprungenen Elends in den Annalen der Provinz unter den verderblichen verzeichnet. Feuerroth ging die Sonne auf, ihre versengende Gluth war von keiner Regenwolke gemildert; leichtes gegen 11 Uhr Vormittags hie und da aufgestiegenes Gewölk verschwand nach wenig Stunden, ein Meer von orangefarbenem glanzlosen Lichte, ohne Roth, bedeckte noch nach Sonnenuntergang 60 bis 70 Minuten lang den

1) Da gleichwohl ähnliche Erscheinungen nur bei Anwesenheit des Mondes beobachtet werden, so erscheint sein Einflufs doch aufser Zweifel, wie ich dann von da ab bald mit Sicherheit aus der eigenthümlichen Bläue und Durchsichtigkeit das Himmelblau am Tage auf die Anwesenheit des Mondeseinflusses schliefsen lernte und auf besonders schöne Abendlichter zu rechnen im Stande war, was zur Zeit, wenn der neue Mond bei Sonnenuntergang am westlichen Himmel stehend noch nicht oder kaum sichtbar war, mir besonders auffällig erscheint. Glanz und Dauer der farbigen und weifsen Lichter ist bei anwesendem Monde stets gröfser als bei seiner Abwesenheit, es sey denn, dafs er nur einige Grade unter dem östlichen Horizonte stehe.

Westhimmel; von jäh eintretender Dunkelheit war keine Rede. Der Schauplatz war somit ganz geändert, und während auf meiner Reise dahin auch in den Provinzen Paraná, Saõ Paulo, Rio de Janeiro ich einen gleichförmigen mit dem des Klimas von St. Catharina auch im Abendroth übereinstimmenden Charakter gefunden hatte, so traten die Differenzen des in Bahia und Umgegend herrschenden klimatischen Zustandes in jenen Jahren völliger Trocknifs um so entschiedener hervor. Durch einen mehr als zehnjährigen Aufenthalt überzeugte ich mich, dafs wesentliche Verschiedenheiten auch dann hier obwalten, wenn die sonst regelmäfsige Jahreswitterung, wie sie jedem Eingeborenen bekannt ist, ihre ordnungsmäfsigen Termine der Regen und Gewitter einhält. Dunkel, fast schwarzblau hebt sich in den südlichen Provinzen der Himmel von der Erdoberfläche und dem Meere ab, während er in Bahia und Umgegend auch an den heitersten Tagen zu allen Stunden, von einem Dunstnebel wie mit einem feinen weifsen Schleier überzogen scheint. Dieser feine Nebel möchte bei oberflächlicher Betrachtung mit dem Höhenrauche in Deutschland oder der Comina in Spanien verwechselt werden, unterscheidet sich aber wesentlich von ihnen; denn während diese die Durchsichtigkeit der Luft, und die Deutlichkeit der Gipfel ferner Berge, welche sich wenig über dem Horizonte erheben, beeinträchtigen, beraubt jener Dunstschleier die Atmosphäre so wenig ihrer Durchsichtigkeit, dafs die Umrisse der fernsten und niedrigsten Erhebungen am Horizonte sich durchaus deutlich abzeichnen. So kann man z. B. trotz dieses Nebels von einer Höhe bei Bahia den Morro de Saõ Paulo mit blofsem Auge erkennen, obwohl er 26 Seemeilen entfernt, sich mehr als 70′ über den Meerespiegel erhebt. Der Schweif des donatischen Kometen dehnte sich in den Monaten October und November 1858 zu einer Zeit, wo der Nebel schon seit einem Jahre durch Regen nicht mehr niedergeschlagen worden war, über fast die ganze Himmelshalbkugel aus, und sein eigenthümliches Licht zeichnete sich,

sobald die Dämmerung dunkelte, auf dem strahlenden Sternenhimmel so scharf ab, daſs auch in seinem vom Kerne entferntesten Theilen die Begränzung deutlich wahrzunehmen blieb. Obwohl man selbst von diesem feinen Nebel umgeben ist, wird man desselben doch nur gewahr, wenn man auf weite Entfernung nach einem dunkeln Gegenstand, wie z. B. dem Himmel, einem Wald oder waldigen Hügel blickt; zu dem muſs die Richtung des Blickes einen möglichst groſsen Winkel mit der Linie vom Auge nach der Sonne bilden, indem je directer und voller das Sonnenlicht auf das Auge wirkt, desto weniger der geringe Lichttheil bemerklich werden kann, welchen die Dünste auffangen und dadurch sichtbar werden. Auf welche Weise sich der Nebel über das Land verbreite, kann man gegen Mittag sehr gut beobachten, sobald der Seewind beginnt. Dann sieht man, wie auf dem der Sonne abgewandten Theile der östlichen Himmelskugel, von der kühlen Luftströmung getragen, die weiſsen wallenden Schwaden vom Meere nach dem Lande sich bewegen, mit den erhitzten Luftschichten daselbst sich vermischen und je höher sie steigen, desto durchsichtiger werden. Vermöge der Durchsichtigkeit ihrer Substanz (des Wassers) und wegen ihrer äuſserst feinen Vertheilung gestatten sie den Lichtstrahlen zum groſsen Theil freien Durchgang, sind also durchsichtig; vermöge ihrer Sonderung in feine Dunstbläschen reflectiren sie, ein jedes für sich, nach allen Richtungen und fangen somit einen sehr kleinen Theil der sie treffenden Lichtstrahlen auf, durch welchen sie selbst sichtbar werden. Vermöge dieses Lichtantheiles, den sie reflectiren, nicht aber durch das durch sie hindurchgehende Licht, werden sie unter denselben Umständen auch leuchtend, wie jeder andere Körper leuchtet, wenn er stärkeres Licht ausstrahlt als seine Umgebung. Die wallende Bewegung der Dünste bei ihrem Aufsteigen ist ihrem geringen specifischen Gewichte und ihrer geringen Wärmeleitungsfähigkeit bei den obwaltenden Temperaturdifferenzen, welche sich nur nach und nach ausgleichen, beizumessen, sie läſst

sich an heiteren Tagen meist bis 2 Uhr Nachmittags und darüber sehr regelmäſsig beobachten. Unwillkürlich erinnert ihr Anblick an das Wallen und Zittern des Lichtes im *Arrebol*, wie er im Süden sich zeigt, und wirklich könnte letzteres füglich nicht einen besseren Grund voraussetzen, nur daſs die Wellen sehr viel kürzer seyn müſsten, um die wallende in eine zitternde Bewegung überzuführen. Sollten aber die Wellen, je höher die Dämpfe steigen, nicht immer mehr sich verkörpern, und die in höheren Luftschichten sich condensirenden Dämpfe unter ähnlichen Umständen nicht noch kleinere Undulationen des Lichtes hervorbringen? Das Funkeln der Sterne bietet für Bejahung dieser Frage einen guten Grund.

Das fast ununterbrochene Vorhandenseyn eines sichtbaren und doch so durchsichtigen Mediums wird durch verschiedene örtliche Verhältnisse erzeugt. Bahia liegt 12° 30′ südl. Br. und 20° 42′ westl. L. Ferro, auf einer schmalen Landzunge, welche zwischen dem Ocean und der Allerheiligen Bai sich in südöstlicher Richtung erstreckt. Demnach tritt zu seinem fast *insularen* Klima der Umstand hinzu, daſs es sich in dem Gürtel der Kalmen befindet, wo Nordost- und Südostpassat sich zu einer von Ost nach West gerichteten Strömung combiniren. Wie bekannt wird deren horizontale Bewegung durch das mächtige Aufsteigen der Luft von der erhitzten Erde neutralisirt, indem ihre mächtig ergreifende verticale Bewegung sich der Resultante der Passate mittheilt. Diesem Umstande ist es hauptsächlich beizumessen, daſs der klimatische Zustand Bahias sich fast immer gleich bleibt. Von den sonst in den Kalmen häufig beobachteten *gewaltsamen* Störungen kennt man hier *keine*; die Südwinde, welche selten genug auftreten, bringen eine geringe Wärmeabnahme und Regen mit sich. So ist die Temperatur in und bei Bahia nur sehr wenig Schwankungen unterworfen. Des Nachts fällt das Thermometer auf 20°, selten auf 19°, nie unter 18° R, und erhebt sich bis zur Mittagszeit bis 2 Uhr Nachm. auf 24° bis 25° R.; höhere Temperaturen sind groſse Selten-

heiten. Die mittlere Jahrestemperatur stellt sich auf 21° R., nur 3° höher als die gröfste Kälte. Die geringe hier mögliche Abkühlung der Luft begünstigt ihre Sättigung mit Wassergas und verlangsamt die Condensation des überschüssigen Dunstes. Verlangsamung dieses Processes sowie hohe Temperatur sind beides Umstände, welche die Bildung des durchsichtigen und doch sichtbaren Dunstnebels befördern. Niederschläge, Thau und Nachtregen, durch die nächtliche Abkühlung hervorgebracht, befähigen die Luft, bei ihrem Aufsteigen täglich neue Wasserdünste in Gasform aufzunehmen und in ihrem verticalen Aufsteigen mit empor zu tragen. Vollkommene Reinigung der Atmosphäre von condensirten Dämpfen wird auf Stunden nur von Gewittern hergestellt.

Die Südwinde, Ausläufer des Pampeiro, wie die von Patagonien kommende kalte Luftströmung in den Laplatastaaten genannt wird, unterbrechen den Charakter des hiesigen Dunstkreises gänzlich. Ihre Ankunft kündigt sich 12 bis 18 Stunden voraus durch Federwolken an, die am südlichen Horizonte sich ansammeln und ihrer Längsrichtung nach senkrecht auf die Windrichtung gestellt erscheinen, anschwellen und als fette Wolkenschichten, mit Annäherung des Windes den Himmel überziehen und die Erde mit Regen überschütten. Der Wind selbst ist in Bahia nicht sehr heftig; er hält einige Tage an, das Thermometer sinkt des Nachts um 1 bis 2 Grade, die Atmosphäre bleibt längere Zeit auch nach Aenderung der Windrichtung trübe, und oft noch Wochen nachher unterscheidet sich der Anblick der Landschaft wenig von dem einer mitteleuropäischen im Sommer. Nur allmählig gewinnt der Himmel seine specifische Durchsichtigkeit wieder und wölbt sich zu jener vollkommenen Halbkugel, die er sonst bei heiterem Wetter unter den Tropen zeigt.

Den hier angedeuteten Eigenthümlichkeiten der meteorologischen Verhältnisse in Bahia ist es beizumessen, dafs hier Lichterscheinungen in der gröfsten Mannichfaltigkeit auftreten, von welchen die in der Provinz St. Catharina

beobachteten nur speciell und weniger ausgebildete Fälle darbieten, und von denen anderwärts her keine Kunde bis jetzt vorliegt. Nachdem nämlich die Jahre der Trocknifs vorübergegangen, ohne dafs sich irgend welche Andeutung des *Arrebol* hätte wahrnehmen lassen, auch das Jahr 1861, welches die ersten Regen brachte, vergeblich auf diese Erscheinungen ausschauen liefs, begannen mit dem Jahre 1862 Reihenfolgen von so überraschenden Phänomenen, dafs es fast schwer wurde dieselben nach ihren Eigenthümlichkeiten zu ordnen. Da sie auch in dem darauf folgenden Jahre sich wiederholten, so gelang es dem sich darbietenden Eintheilungsgrund in dem Zustande der Atmosphäre festzustellen, und hiernach lassen sie sich in vier Hauptgruppen vorführen. *Die Erscheinungen der ersten Gruppe treten auf bei vollkommen reinem Dunkelblau des Himmels und gänzlicher Abwesenheit des Dunstnebels die der zweiten bei einem wolkenleeren Himmel mit feinstem; fast vollkommen durchsichtigen Dunstnebel; die der dritten bei wolkenleerem Himmel mit Dunstschleier, welcher ohne seine Durchsichtigkeit zu verlieren, durch eine während des Vormittags eintretende Abkühlung eine mehr als gewöhnliche Dichtigkeit zeigt; die der vierten in der Zeit der Klärung der Atmosphäre und bei noch nicht völlig wieder hergestelltem tropischen Charakter des Himmelsgewölbes nach dem Wehen des Südwindes.* An diese vier Gruppen reiht sich noch eine fünfte, welche die zu Gruppe 1, 2 und 4 gehörigen Nachspiele enthält, Erscheinungen, welche auch an andern Abenden bei heiterer Witterung sichtbar werden, und deshalb eine gemeinschaftliche Behandlung beanspruchen.

Erscheinungen der 1. Gruppe werden nur dann wahrgenommen, wenn Gewitter kurze Zeit vor Sonnenuntergang, frühstens 3½ Uhr Nachmittags, sich entladen haben, denn nur durch solche wird die vollkommene Abwesenheit condensirter Dämpfe zur Zeit des Sonnenunterganges hergestellt, ohne dafs sich solche bis dahin wieder neu bilden könnten. Die Anwesenheit von sich entladenden Gewitter-

wolken, die mit ihrem eigenen Winde in den niedern Regionen dahin jagen, hindert das Zustandekommen der Erscheinung in ihrer Farbenentwicklung nicht. Durch die Zwischenräume, welche sie zwischen sich lassen, kann man das Phänomen auf dem dunkelblauen Himmel erblicken, und schnell genug ist der Himmel von den flüchtigen Seglern geräumt, um eine vollständige Uebersicht zu gestatten, wenn das Gewitter seine Entladung nicht allzu nah an die Zeit des Sonnenunterganges verschiebt. Aehnlich dem *Arrebol*, wie ich ihn unter dem 26. bis 28. Grade südl. Br. beobachtet, geht auch hier die Erscheinung vor sich. Die Sonne geht unter, Dunkelheit breitet sich schnell über Himmel und Erde aus. Die Sterne bis zur 3. Gröfse werden sichtbar. Da bricht das Tageslicht wieder hervor, nicht aber, wie ich es dort gesehen, in wallender Bewegung und stetem Wechsel aller Farben des Regenbogens von dem in Weifs, Grün und Goldschimmer leuchtenden Westhimmel ausströmend. Die Farben des Regenbogens treten im Gegentheil ruhig und zum Theil in scharfer Sonderung, zum Theil in Uebergängen nebeneinander am Himmelsgewölbe selbst auf. Ein dunkles prächtiges Violett erscheint nahe bei dem Zenit (Z) Fig. 1 Taf. II. in Form eines Halbkreises ivi und dehnt sich nach und nach über den obern Theil des Westhimmels $i'v'i'$, $i''v''i''$ aus, während ein hell leuchtendes Licht, ein Gemisch von Weifs, Grün, Gelb und Roth am Osthimmel in der Höhe von ungefähr 40 bis 55° plötzlich Tageshelle verbreitet. In ihm lassen sich, je länger je mehr, das weifse und rothe Licht am deutlichsten unterscheiden. Im Anfang ist es verschwommen, und seine Ausdehnung von Nord nach West schwer zu bestimmen, jedoch läfst sich feststellen, dafs es symmetrisch um den gröfsten Kreis OW sich verhält, der durch das Auge des Beobachters, das Zenit (Z) und die Sonne gelegt ist. Im Augenblicke seines Aufleuchtens erhellt es die Fläche zwischen den Kreisbögen w und t, zieht sich dann mehr zusammen auf $w't$, $w''t$, indem Weifs und die übrigen Farben verschwinden und nur Purporroth zurückbleibt, wel-

ches dann den Raum zwischen tt' ausfüllt und nach und nach weiter mit ziemlich scharfer Begränzung nach oben rückt [1]).

Das violette Licht dagegen, welches im selben Augenblick oder einige Secunden nach der im Osthimmel plötzlich aufleuchtenden Helligkeit nahe bei dem Zenit erscheint, ist ebenso scharf begränzt als seine Farbe rein und gesättigt. Je dunkler der Himmel war, desto intensiver ist sein dunkles Veilchenblau und um so übereinstimmender mit der dunkelsten Stufe des Violett im Spectrum. Im selben Maaſse ist auch sein Umriſs scharf bestimmt, und der Raum, welchen es um das Zenit (Z) einnimmt, ist, so lange am Westhimmel keine andere Farben auftreten, durch die Bögen ivi, oder $i'v'i'$, oder $i''v''i''$ und den gröſsten Kreis NS eingeschlossen, denn die Gröſse des Raumes, welchen Violett sogleich bei seinem ersten Auftreten einnimmt, ist ziemlich verschieden und nicht allein abhängig von der Zeit, welche nach Sonnenuntergang bis dahin verflossen war. Dagegen lieſs sich stets feststellen, daſs es sich im Verlauf des Phänomens immer mehr nach Westen ausdehnte, und vom Zenit entfernt; fünf bis sechs Minuten spätestens nach dem Wiederaufleuchten des Tageslichtes traten auch die übrigen Farben des Spectrums am westlichen Himmel auf, und zwar unmittelbar unter Violett ein Gürtel Hellblau ($lbli''v''i''$), darunter Grün ($nrn\,lbl$), Gelb ($egenrn$), Orange ($NWSege$), welches letzteres sich bis an den Horizont ausdehnte. Diese Farbengürtel erstrecken sich symmetrisch 90° nach Nord und Süd zu beiden Seiten des gröſsten Kreises OW, verkürzen sich aber nach und nach; indem die Punkte i, i', i'', l, n, e sich von dem gröſsten Kreise NS westlich entfernen. Zu gleicher Zeit zieht sich Violett von dem Zenit abwärts

1) Die Begränzung des Purpurrothes wird an sehr heiteren Sommer- und Herbsttagen in Mitteleuropa fast an Schärfe erreicht von dem Gürtel fleischrother Beleuchtung über dem Horizonte des Osthimmels, welcher meist für einen Wiederschein des Abendrothes genommen wird.

nach z in westlicher Richtung, und die Umrisse des beleuchteten Theiles des Westhimmels sind zwei symmetrisch zu beiden Seiten des gröſsten Kreises WZ gelegene Curven $Senliz$, welche besonders da, wo sie das Violett begränzen (in iz), sich besonders scharf gegen den dunkelblauen Himmel abheben. Häufig, besonders wenn das Phänomen sich langsam entwickelt, bilden beide Curven in z eine Spitze, so spitz, wie sie bei einem Kegelschnitte nicht vorkommen kann, während sie für gewöhnlich dem Scheitel einer Ellipse nicht unähnlich ist. Die Umrisse der beleuchteten Hohlfläche des Westhimmels verlieren mit der sogleich zu erwähnenden Veränderung des Lichtes, welche alsbald darin vor sich geht, ihre Schärfe und enge Begränzung; sie dehnen sich, sobald namentlich das Violett verschwunden ist, nach oben hin divergirend aus, wobei oft helle und dunkle Strahlenlinien von dem Orte der Sonne ausgehend einen Bogen von ungefähr 60° am Horizonte zur Basis einnehmen. Im letzten Stadium der Farbenentwicklung breitet sich das Farbenlicht am Horizonte wiederum mehr aus, während es an Höhe auf 15 und weniger Grade abnimmt.

Was nun das Roth betrifft, welches am Osthimmel sich aus dem Farbengemisch in derselben Zeit absonderte, als dieses gesondert am Westhimmel die oben bezeichnete Stellung einnahm, so bildet dies, wie wir schon andeuteten, einen Gürtel, und zwar von immer reinerem Purpurlichte, je weiter es nach dem Zenit hinaufrückt; auf diesem Wege bleibt es symmetrisch, um die Linie OW nach Nord und Süd gelagert, und indem es das Zenit übersteigt, deckt es zum Theil das Violett, welches in viel höhern Regionen sich, wie der Augenschein lehrt, auf dem dunkelblauen Aether von Anfang an verbreitete. Durch die theilweise Deckung des Violett entstehen Farbenmischungen von Purpur und Violett, und da zu gleicher Zeit noch eine wesentliche Umänderung am Westhimmel vor sich geht, nämlich die Bildung von glänzend weiſsem Lichte, oft ehe das Violett verschwindet, so sieht man vom

Zenit westwärts die prachtvollsten Farbenspiele vom tiefen Purpur und Violett durch Rosenroth bis zu dem zartesten Anflug von röthlichem Schein auf weifsen Camelien. Die Hohlfläche, auf welcher sich das Roth ausbreitet, besteht aus durchsichtigem Dunstnebel und kann man durch sie hindurch bald hier bald dort den höhern Hintergrund an dem dunkeln violetten Licht, oder an dem hellen Weifs erkennen. Sie selbst erscheint dabei gekräuselt, als ob Haufenwölkchen und Federwölkchen sich gebildet hätten. Diese Gestalten aber verschwinden alsbald im Dunkelblau des Himmels da, wo sich die Beleuchtung zurückzieht, und beweisen hiermit ihre Identität mit dem oben näher charakterisirten Dunstnebel.

Die wesentlichste Umänderung der Scene auf dem westlichen Himmel beginnt aber mit der Bildung eines glänzend weifsen Hintergrundes, welcher von dem Gürtel des Hellblau auszugehen scheint. Dieser Gürtel wenigstens, der von Anfang an mehr Weifs als Blau enthält, nimmt immer mehr einen Silberglanz an, auch Grün geht in Weifs über und Violett verschwindet ganz. Seine gröfste Ausdehnung gewinnt dieser weifse Hintergrund, wenn auch Roth vom Westhimmel verschwindet, dabei nimmt aber die Helligkeit schnell zu, Orange und Gelb leuchten mit Tageshelle, meist tritt das Maximum ihrer Leuchtkraft 45 Minuten nach Sonnenuntergang ein; wenn dann das Purpurroth zu unterst am Horizonte hervorstrahlt, ist das wiedererstandene Licht im Abnehmen begriffen und die Farbengluth erlischt.

Fassen wir die Erscheinungen dieser Gruppe noch einmal in ihren Hauptmomenten der Zeit nach übersichtlich zusammen, so beginnt nach 15 bis 18 Minuten wachsender Dunkelung der Atmosphäre die Erscheinung des Violett im Zenit und des hellen Farbengemisches am Osthimmel; 22 bis 23 Minuten nach Sonnenuntergang die der übrigen am westlichen Himmel sichtbar werdenden Farbengürtel; 23 bis 25 Minuten die des Purpurrothes am östlichen Himmel, 28 bis 30 Minuten sein Ueberschreiten

des Zenites; 32 bis 36 Minuten die Ausbildung des silberglänzenden Hintergrundes an Stelle des Hellblau und Grün sowie des Violett; 43 bis 45 Minuten das Maximum der Leuchtkraft des beleuchteten Westhimmels; 60 bis 78 Minuten Verlöschen der farbigen Gürtel. Deutlicher Schatten wird wahrgenommen von 36 bis 60 Minuten. Ein gelblicher Schein unmittelbar über dem Horizonte dauert oft bis 90 Minuten, ein weifslicher Schein bis 2 Stunden und mehr nach Sonnenuntergang.

Die bei Anwesenheit des durchsichtigen Dunstnebels auftretenden Erscheinungen bilden die zweite Gruppe. Obwohl der Nebel sehr fein ist, lassen sich in demselben doch Grade der Dichtigkeit unterscheiden. Der Beobachtung liefert die gröfsere oder geringere Beimischung von Weifs in dem Blau des Himmels besonders in der Nähe des Horizontes einigen Anhalt, um über die relative Dichtigkeit desselben zu urtheilen. Die Erscheinungen selbst variiren mit den Graden der Dichtigkeit und treten mit der gröfsten Mannichfaltigkeit auf. *Darin* stimmen die unter diesen Umständen sichtbaren Abendlichter alle überein, dafs sich ein Spectrum bildet und ein leuchtender weifser Hintergrund nach ihm auf dem westlichen Himmel, wobei Roth auch wiederum auf dem Osthimmel erscheint. Die Verdunkelung, welche nach Sonnenuntergang und dem Erscheinen des Spectrums vorausgeht, dauert um so länger je dünner, und um so kürzer je dichter der Dunstnebel ist. An Abenden, wo gar keine oder eine nur sehr kurze Verdunkelung eintritt, beginnt das Spectrum mit einem kreisrunden oder deutlich elliptischen Flächenstück östlich und westlich um das Zenit mit violettem Lichte beleuchtet. Das Violett ist nicht so tief dunkel als in der ersten Gruppe; unmittelbar nach Sonnenuntergang erscheint es mehr oder weniger blafs, nimmt aber an Intensität zu, je mehr es auf dem westlichen Quadranten Stellung genommen hat, und ähnlich dem Violett in der ersten Gruppe von deutlichen Umrissen begränzt wird. Dann erscheint auch das bläuliche Licht unmittelbar unter ihm in Gürtelform, sowie die übrigen

Farben in der oben angegebenen Stellung. Das Roth am Osthimmel erscheint ebenfalls blasser als in der ersten Gruppe, wo es sich aus dem Farbengemische sondert; von letzterem ist bei diesem Phänomen keine Spur. Die Stellung, in welcher das Roth hier zuerst auftritt, ist viel tiefer am Osthimmel als bei der ersten Gruppe, was mit der Zeit nach dem Sonnenuntergang ungefähr, aber nicht vollständig im Einklang zu bringen ist. An manchen Abenden entwickelt sich das Grün gar prächtig, durch tiefe Sättigung überraschend, so lange das über ihm stehende Hellblau nicht in weifsen Lichtglanz übergegangen ist, und Violett noch prangend am Westhimmel steht.

Eine besonders auffällige Erscheinung aber bei ziemlicher Menge des Dunstnebels in der Nähe der Erdoberfläche, gehört hierher. Sie erschien regelmäfsig jeden Abend vom 18. bis 26. September 1862, was um des Umstandes willen hervorgehoben zu werden verdient, als der September des Jahres 1863 ähnliche, jedoch in einem Punkte wesentlich verschiedene Phänomene lieferte, die unter der dritten Gruppe aufgeführt werden. Nachtregen hatten die Dämpfe niedergeschlagen, einige Cirri waren am Himmel hie und da verstreut, auf dem westlichen Horizonte lagerte bis 3° Höhe eine Schicht Dämpfe, durch welche die Sonne bei ihrem Untergange rothes Licht verbreitete. Sobald sie verschwunden, zeigte sich um den Mittelpunkt in 45° scheinbarer Höhe eine kreisrunde Helligkeit von 15° Bogenradius, welche fortwährend an Licht zunahm, und in ihrem Mittelpunkte einen Glanz entwickelte, als ob dort die Sonnenstrahlen durchbrechen wollten. Nach ungefähr 10 Minuten nahm die Fläche radial an Ausdehnung zu und färbte sich an ihren Rändern; dabei wurde ein Wallen und Wogen von Dämpfen bemerkt, welche sich nach oben zu bewegen schienen. Der nach dem Zenit zu gelegene Theil der Scheibe färbte sich dunkelviolett, die Mitte weifsbläulich, der dem Horizonte nahe gelegene tief grün, nach oben dunkel, nach unten durch Saftgrün in Gelb übergehend. Orange trat,

so lange die Scheibe ihre runde Gestalt behielt, nicht in ihr auf, wohl aber wurde es sichtbar auf den über dem Horizonte gelagerten Dämpfen; Roth durchstrahlte, am Osthimmel aufsteigend, die untern noch deutlich wogenden Nebel, welche bald dem Violett einen prächtigen rothen Schein und dem bläulichen Weiſs eine zarte Rosafärbung gaben. Nach und nach tritt in den Dämpfen Ruhe ein und der von den Dämpfen freigelassene Himmel leuchtet mit einem magischen bläulichen Weiſs. Der Kreis, in welchem die Farben Violett, Hellblau, Grün und Gelb eingeschlossen waren, nimmt mehr und mehr eine elliptische Form (die kleine Axe im gröſsten Kreise *Z W*), die unteren Farben gehen dann in horizontale Streifen über, während Violett nach oben durch einen Bogen begränzt wird, der seine convexe Seite dem Zenit zukehrt. Durch die dann erfolgende Versetzung des Roth an den westlichen Horizont und Vermischung seines Lichtes mit dem der über ihm liegenden Orange und Gelb erzeugen sich die auch bei der ersten Gruppe angedeuteten divergenten Strahlen, welche auf einer Basis von nahezu 60° am Horizonte hervorbrechen, und von dem Orte der Sonne unter dem Horizonte ausgehen, sehr ähnlich den Strahlen des Nordlichtes, welche mit fein zertheilten hellen und dunkeln Linien schraffirt erscheinen. Der weitere Verlauf dieser Phänomene ist denen der ersten Gruppe von da ab ganz ähnlich.

Die Erscheinungen der dritten Gruppe wurden beobachtet (September 1863) bei einer groſsen Anhäufung durchsichtiger Nebel nicht nur in der Nähe der Erdoberfläche, sondern auch in der Höhe des Dunstkreises. Weiſse Dämpfe sieht man des Nachmittags vom östlichen Horizonte aufwärts bis in die Nähe des Sonnenstandes sich ausdehnen; zwischen ihnen und der Sonne bleibt ein Ring von blauem Himmel sichtbar, in der Breite von 4 bis 5 Grad. (Dieser Umstand ist für die Durchsichtigkeit der Dämpfe ein wichtiges Criterium). Die Anhäufung von Dämpfen in den höhern Regionen des Dunstkreises vor Sonnen-

untergang erklärt sich aus einer dort im Laufe des Vormittags eingetretenen Abkühlung, da bei klarem Himmel plötzlich Niederschläge *ohne* vorhergehende oder nachfolgende *Wolkenbildung*, wie sie hier nicht selten vorkommen, stattgefunden hatten. Gegen 4 Uhr Nachmittags breitet sich innerhalb Zenit und 45° Elevation ein weifser heller Schein in Kreisgestalt über die Nebel am westlichen Himmel aus. Die Helligkeit in demselben nimmt zu, die Peripherie läfst sich nach und nach deutlich erkennen, und statt von dem Mittelpunkte, dessen Elevation noch 60° ungefähr ist, in 15° radialer Entfernung ab. Langsam rückt der Mittelpunkt und die ganze Helligkeit abwärts, und mit fortdauernd sich steigernder Helligkeit vermindert sich die radiale Entfernung der Peripherie. Ist er in ungefähr 46° Elevation angekommen, so läfst sich eine gleichmäfsig beleuchtete kleinere Scheibe von 8° Bogendurchmesser innerhalb des concentrisch beleuchteten Nebels unterscheiden. Bei 48° Elevation des Mittelpunktes, und 6° Elevation der Sonne hat die innere Lichtscheibe auf 3° Durchmesser sich verkleinert, und es scheint, als ob hier die wahre Sonne durch die Nebel dringen müsse, da die dem Untergange nahe stehende Sonne immer mehr an Glanz verliert. Bald wird diese von dem in der Nähe der Erdoberfläche stärker angehäuften Nebeln dem Auge entzogen, und um so heller strahlt die Nebensonne, obwohl noch immer von Nebelglanz umflort. Noch einmal wird die wahre Sonne unmittelbar vor ihrem Untergange sichtbar und sinkt als rother Feuerball unter den Horizont. In demselben Augenblick strahlt mit blendendem, *nicht mehr umflorten Lichte*, (36° Elevation) die Nebensonne am Himmel. Ihr Durchmesser ist dem der wahren vollkommen gleich, ihr Licht dem Auge unerträglich, der deutliche Schatten auf 2 Fufs gemessen, die Nebel weichen vor ihr zurück, wie sie es vor der wahren Sonne gethan, und lassen zwischen sich und ihr den oben beschriebenen Ring blauen Himmels erblicken. Ohne ein sehr merkliches Absteigen der Nebensonne nach dem Horizonte hin wahrnehmen zu können,

beobachtete ich sie in 35° Elevation nach 36 Minuten mit vollem Lichte nach Sonnenuntergang. Ohne Farbenentwicklung zerflieſsen die Umrisse der zuletzt an Leuchtkraft abnehmenden Scheibe, und sie endet in einem weiſsen Scheine von unbestimmter Ausdehnung am westlichen Himmel. Somit liefert diese Gruppe Beispiele einer natürlichen Verlängerung des Tages.

Die unter der *vierten Gruppe* aufzustellenden Erscheinungen stellen sich in denjenigen Zeiträumen ein, in welchen sich die Atmosphäre nach dem Wehen des kältenden Südwindes wieder aufklärt. Die grauen Regenwolken haben einem helleren Dunstkreis den Platz geräumt. Des Tages erscheint der Himmel hellblau *ohne* den gewohnten durchsichtigen Nebel, des Abends gleichmäſsig von einem mattweiſsen Ueberzug gedeckt, welcher vor und nach Sonnenuntergang einen leichten Anflug von röhlichem Weiſs nicht verläugnet, aber stark leuchtende Phänomene hervorzubringen nicht vermag. Kleine Haufenwolken finden sich in der Nähe des Horizontes, langgezogene Federwolken bei dem Zenit. Die ganze Scenerie hat viel Aehnliches mit einer europäischen heitern Junilandschaft. Auch am Abend ist nichts von Dunstnebel zu spüren, und der Raum zwischen der Erdoberfläche und dem weiſsen glatten Ueberzug des Himmels vollkommen frei, aber auch viel niedriger als bei den Phänomenen der ersten drei Gruppen. Ein an tropischen Lichtglanz gewöhntes Auge läſst die Beleuchtung matt finden, und noch ehe die Sonne den Horizont erreicht hat, an den Anfang der Dämmerung glauben. Da ereignet es sich nicht selten, daſs vor und nach dem Sonnenuntergange *auf dem Osthimmel ein treues Bild des Westhimmels sich abspiegelt.* Wolkenstreifen, welche sich radial zur untergehenden Sonne stellen, erscheinen in Spiegelbildslage am Osthimmel aufgerichtet, *zuweilen die Sonnenscheibe selber* in dem ihrem Rande in Westen gegenüberliegenden Orte. Auffällig sind dunkle Strahlen (leicht von Wolkenstreifen durch ihre deutliche Längschraffirung zu unterscheiden), die fächer-

förmig von dem Orte der Sonne unter dem Horizonte ausgehend, sich mit zunehmender Breite und abnehmender Intensität bis zu dem Zenite erstrecken und jenseits sich fortsetzen in ihrer Spiegelung auf dem Osthimmel.

Die *fünfte* Art sehr übereinstimmender Vorgänge enthält die letzten Spuren, welche die Abendlichter nach Verlöschung ihres Glanzes am Nachthimmel zurücklassen. Sie beschränken sich nicht auf diejenigen Abende, welche durch auffällige Phänomene ausgezeichnet sind; selten geht ein Abend specifisch tropischer Heiterkeit in Bahia vorüber, an dem nicht über einem Streifen weifsen Lichtes am westlichen Horizonte sich ein pyramidales weifses Licht erhöbe. Seine scheinbare Höhe beträgt 22 bis 23°, sein Umrifs ist meist verschwindend, selten scharf bezeichnet. Bei scharfer Begränzung gleicht die Lichtpyramide der Fläche *szs* (Fig. 2, Taf. II), nur dafs die Gipfel in *s* spitzer und die Punkte *s* näher an *W* gerückt sind. Die Lichtintensität nimmt dann nach dem Rande hin strahlend zu und verliert sich nachher in matten Ausstrahlungen. Die horizontale Ausdehnung des weifsen waagrechten Streifens ist bei Sonnenuntergang 100 bis 120°, nimmt aber mit fortschreitender Dunkelheit schnell auf 60° und nach und nach auf weniger Grade ab. Die auf ihm sich erhebende Pyramide hat an der Basis nur 30 und weniger Grade, ihre Höhe bleibt während ihrer Sichtbarkeit ohne wahrnehmbare *Verminderung. Die Lichtstärke der Pyramide, sowie des hellen Streifens ist am gröfsten, wenn der Mond sie bescheint.* Diese Steigerung ist so auffällig, dafs aus der zum Glanz sich erhebenden Helligkeit des Phänomens auf die Beimischung des Mondlichtes sicher geschlossen werden kann, auch wenn derselbe unsichtbar und noch einige Zeit (bis 30 Minuten) braucht, um über den östlichen Horizont aufzusteigen. An Abenden, in denen ohne wahrnehmbare Luftströmungen die Condensirung der Dämpfe an der Erdoberfläche sich vollzieht, namentlich ehe der Landwind beginnt, ereignet es sich häufig, dafs die Lichtpyramide schnell zu einer riesigen Höhe aufsteigt, das Zenit fast erreicht

und zugleich dem Beobachter sich nähert. Die Breite nimmt dabei sehr wenig zu, die Umrisse aber werden deutlich und ähneln einer halben sehr gestreckten Ellipse, deren kleine Axe in dem Horizonte liegt, deren große Axe mit dem größten Kreise *WZ* (Fig. 2) zusammenzufallen schien. Flimmerndes und zitterndes Licht wird in vielen Punkten innerhalb des Lichtgebildes beobachtet, und bei großer anscheinender Nähe desselben erkennt man deutlich in den von dem Lichte beschienenen, in Condensation begriffenen Dämpfen die Ursache davon, da man ihre Bewegung deutlich wahrnehmen kann. Sie sind es, welche durch das weiße Licht vom Horizonte aus beleuchtet, die scheinbare Erhebung der Lichtpyramide erzeugen nach dem einfachen Gesetze der Perspective, daß die näheren Gegenstände, weil unter einem größeren Gesichtswinkel, selbst größer erscheinen. Nach und nach verliert sich das Flimmern und Zittern des Lichtes, die riesige Pyramide senkt sich langsam in dem Maaße, als die condensirten Dämpfe sich vermöge ihrer Schwere senken, oder sobald der Landwind sich erhebt und die Dämpfe von der Küste abtreibt, verschwindet das riesige Phantom plötzlich und nur die kleine Lichtpyramide auf dem horizontalen hellen Streifen bleibt sichtbar, die dann auch 2 bis 2¼ Stunden nach Sonnenuntergang erlischt, nachdem sie mit größerer oder geringerer Schärfe ihrer Umrisse ihre anfängliche Höhe am Himmel beibehalten hat.

Da nach A. von Humboldt's Ausspruch das Zodiacallicht der fast stetige Schmuck tropischer Nächte ist, und die Erscheinungen der fünften Gruppe mit den Beschreibungen dieses Phänomens übereinstimmen, außerdem keine dem Zodiacallicht ähnlichen von mir beobachtet wurden, so liegt mir die Vermuthung nahe, daß das was sich als Nachspiel des Abendlichtes darstellte, mit dem identisch sey, was als Zodiacallicht bezeichnet worden ist. Auffällig und mit den Versuchen, das Zodiacallicht aus siderischem Ursprung abzuleiten, nicht im Einklange scheinen mir außer dem Zusammenhange mit dem Abendlichte die zwei

Thatsachen: 1) Daſs das Mondlicht dem Phänomene eine besondere Lichtstärke verleiht, welche so bedeutend ist, daſs aus dem gröſsern Glanze desselben mit vollständiger Sicherheit auf die Beimischung des Mondeinflusses geschlossen werden kann, auch welche derselbe noch bis 30 Minuten lang unter dem Horizonte verborgen bleibt. 2) Daſs das pyramidale Licht bis zum völligen Erlöschen eine Verringerung seiner Höhe, welche es nach dem Thaufalle eingenommen hat, kaum wahrnehmen läſst. Welche Gründe die Annahme siderischer Ursachen für die Erklärung des Zodiacallichtes nothwendig erscheinen lieſsen, und die Frage, ob nach dem jetzigen Stande der Wissenschaft dieselbe Nothwendigkeit noch andauert, liegt hier zu beantworten nicht vor; es war meine Aufgabe zu berichten, was ich gesehen habe.

Bahia 1869.

III. *Ueber die Ersetzbarkeit geschlossener galvanischer Ströme durch magnetische Doppelflächen, insbesondere über die Ersetzung eines eine beliebige Oberfläche spiralförmig umziehenden Stromes durch eine räumliche Vertheilung magnetischer Massen; von E. Riecke.*

(Der Ges. d. Wiss. zu Göttingen im Auszuge mitgetheilt am 5. März 1870.)

1. Erinnerung an den Ampère'schen Satz über die Wirkung geschlossener galvanischer Ströme.

Wenn eine geschlossene Curve von einem galvanischen Strom durchflossen wird, so werden wir eine durch diese Curve hindurchgelegte und von derselben ringsum begränzte Fläche als die Fläche des Stromes bezeichnen. Eine auf dieser Fläche errichtete Senkrechte nennen wir die Normale der Stromfläche, und zwar verstehen wir un-

ter der positiven Richtung der Normale diejenige, welche von einer in dem Strome schwimmenden und gegen den Mittelpunkt der Stromfläche hinsehenden menschlichen Figur markirt wird mit ausgestreckter Linken.

Mit Bezug auf die elektromagnetische Wirkung eines solchen Stromes gilt nun der bekannte Ampère'sche Satz:

Ein geschlossener galvanischer Strom kann in seiner Wirkung auf einen magnetischen Punkt ersetzt werden durch eine magnetische Doppelfläche, welche in folgender Weise construirt wird: Zu beiden Seiten der Stromfläche und in gleichem Abstande von ihr legen wir zwei Parallelflächen zu derselben, von welchen diejenige, welche gegen die Stromfläche in der Richtung der positiven Normale verschoben erscheint als die dem Strome zugewandte, die auf der entgegengesetzten Seite der Stromfläche befindliche als die von dem Strome abgewandte bezeichnet werden möge. Diese beiden Parallelflächen belegen wir gleichförmig mit magnetischer Masse, und zwar die dem Strome zugewandte mit positiver, die abgewandte mit negativer Masse. Die Dichtigkeit der Belegung machen wir auf beiden Blättern der Doppelfläche gleich der Stromintensität dividirt durch die Dicke der Doppelfläche, d. h. durch den Abstand der beiden Blätter von einander.

Es gilt dieser Satz auch für zwei geschlossene galvanische Ströme, welche zwischen sich eine ringförmige Stromfläche einschliefsen, wenn die beiden Ströme gleiche Intensität aber entgegengesetzte Richtung besitzen.

Zunächst ist jedoch der Ampère'sche Satz nur dann anwendbar, wenn die höheren Potenzen der Dicke der magnetischen Doppelfläche vernachlässigt werden können gegen die entsprechenden Potenzen der Entfernung des betrachteten Punktes von der Doppelfläche, und es mufs demnach die Stromfläche stets so gewählt werden, dafs diese Bedingung erfüllt wird. Man kann indessen durch andere Rücksichten an eine bestimmte Gestalt der Stromfläche gebunden seyn, z. B. bei einer ebenen Stromcurve an das von derselben begränzte ebene Flächenstück, und

in diesem Falle wird die angeführte Bedingung keineswegs für alle Lagen des magnetischen Punktes erfüllt seyn; es kann dann der Fall eintreten, dafs der betrachtete Punkt auf die magnetische Doppelfläche selbst zu liegen kommt. Die hiedurch entstehende Schwierigkeit läfst sich umgehen, indem man an Stelle des endlichen, von der Stromcurve begränzten ebenen Flächenstücks, das von derselben begränzte ins Unendliche sich ausdehnende Flächenstück als Stromfläche benutzt, indessen kann auch das erstere Flächenstück beibehalten werden, da sich nur für den Fall, dafs der betrachtete Punkt der magnetischen Doppelfläche selbst angehört, eine Modification des Ampère'schen Satzes ergiebt.

2. Der Ampère'sche Satz für Punkte, welche der magnetischen Doppelfläche selbst angehören.

Wir werden uns im Folgenden beschränken auf die Betrachtung ebener Ströme, und wir werden hiebei als Stromfläche jederzeit das von der Stromcurve umschlossene ebene und endliche Flächenstück betrachten. Wir setzen ferner voraus, dafs das Coordinatensystem, auf welches wir die Punkte des Raumes beziehen, so gewählt sey, dafs die z-Axe desselben senkrecht stehe gegen die Stromfläche, und dafs ihre positive Richtung zusammenfalle mit der positiven Richtung der Stromnormale.

Ehe wir auf den Ampère'schen Satz selbst eingehen, möge eine Bemerkung über das Potential magnetischer Doppelflächen vorangeschickt werden. Das Potential einer solchen Doppelfläche auf einen äufseren Punkt, dessen Coordinaten x, y, z seyn mögen, ist repräsentirt durch eine Function v von x, y, z, und zwar durch eine Function, welche sich mit der Lage des betrachteten Punktes stetig ändert, auch wenn dieser auf seiner Bahn die magnetische Doppelfläche durchbricht. Unter diesen Umständen stellt aber die Function v nicht in allen Punkten der Bahn das Potential der magnetischen Doppelfläche

dar, es ergiebt sich vielmehr aus dem bekannten Gaufs'-schen Satze über das Potential einer Oberflächenbelegung folgende Bemerkung:

Bezeichnen wir durch v diejenige stetige Function von x, y, z, welche in allen aufserhalb der magnetischen Doppelfläche gelegenen Punkten das Potential dieser Fläche repräsentirt, so hat das Potential der Doppelfläche für einen Punkt der auf einem der beiden Blätter selbst liegt, den Werth

$$v + 2\pi k z,$$

für einen Punkt der zwischen den beiden Blättern der Doppelfläche liegt, den Werth

$$v + 4\pi k z,$$

wo wir unter k die Dichtigkeit der Belegung, unter z die der z-Axe parallele Coordinate des betrachteten Punktes verstehen.

Es sey nun zunächst ein kreisförmiger galvanischer Strom gegeben, unter dessen Axe die durch den Kreismittelpunkt hindurchgehende Normale verstanden werden soll. Das Potential dieses Stromes auf einen in der Axe liegenden Punkt läfst sich darstellen durch eine Funktion w der z-Coordinate dieses letzteren; das Potential der dem Strome entsprechenden magnetischen Doppelfläche stellt sich ebenfalls dar durch eine Function von z, welche durch v bezeichnet werden möge. Unter der Voraussetzung nun, dafs die höheren Potenzen der Dicke der magnetischen Doppelfläche vernachlässigt werden können gegen die entsprechenden Potenzen der Entfernung des betrachteten Punktes von dem Umfange des Stromkreises, ergiebt sich, dafs die Functionen v und w für alle Punkte der Axe identisch sind. Es ist also unter dieser Voraussetzung auch das Potential des Kreisstromes identisch mit dem Potential der entsprechenden magnetischen Doppelfläche für alle Punkte der Axe mit Ausnahme derjenigen, welche der magnetischen Doppelfläche selbst angehören. Für diese letzteren aber ergiebt sich aus der vorhergehenden Bemerkung das Resultat.

Bezeichnen wir durch w' und v' die Werthe, welche die Potentiale des gegebenen Stromes und der entsprechenden magnetischen Doppelfläche in denjenigen Punkten der Axe besitzen, in welchen dieselbe die beiden Blätter der magnetischen Doppelfläche durchschneidet, die Werthe der Potentiale in den zwischen beiden Blättern gelegenen Punkten der Axe durch w'' und v'', so finden die Beziehungen statt:

$$w' = v' - \frac{\pi i z}{\delta}$$

$$w'' = v'' - \frac{2\pi i z}{\delta},$$

wo unter i die Stromstärke, unter 2δ die Dicke der magnetischen Doppelfläche zu verstehen ist.

Gehen wir über zu dem allgemeinen Fall, in welchem die Stromcurve durch eine beliebige ebene Curve repräsentirt ist, so können wir in folgender Weise verfahren. Um den Punkt, auf welchen die Wirkung des Stromes bestimmt werden soll, beschreiben wir eine Kugel, deren Halbmesser so grofs ist, dafs wir gegen die höheren Potenzen desselben die entsprechenden Potenzen der Dicke der magnetischen Doppelfläche vernachlässigen können; eine um den betrachteten Punkt beschriebene Kugel, welche diese Eigenschaft besitzt, möge als Kugel K bezeichnet werden.

Wenn diese Kugel das von der Stromcurve begränzte ebene Flächenstück, die Stromfläche, gar nicht schneidet, so ist die Anwendbarkeit des Ampère'schen Satzes von vornherein einleuchtend.

Es kann jedoch zweitens der Fall eintreten, dafs die Kugel K die Stromfläche, aber nicht die Stromcurve schneidet, dafs also der Schnitt mit der Stromfläche durch einen vollen Kreis repräsentirt wird. In diesem Falle können wir zu dem ursprünglich gegebenen Strom, ohne in der Wirkung desselben etwas zu ändern, noch zwei Ströme von derselben Stärke hinzunehmen, welche den Umfang jenes Kreises in entgegengesetzter Richtung durchfliefsen.

Auf den ursprünglich gegebenen Strom und den ihm entgegengesetzten Kreisstrom findet der Ampère'sche Satz unmittelbare Anwendung; wir können diese beiden Ströme ersetzen durch die von ihnen eingeschlossene ringförmige Doppelfläche. Es bleibt dann übrig derjenige Kreisstrom, welcher mit dem gegebenen gleich gerichtet ist. Der betrachtete magnetische Punkt liegt aber in der Axe dieses letzteren Kreisstromes, und es ergiebt sich daher aus dem vorhergehenden, daſs wir auch diesen ersetzen können durch die zugehörige Doppelfläche: diese kreisförmige Doppelfläche mit der ringförmigen zusammengenommen, bildet aber wieder die ganze dem ursprünglich gegebenen Strom entsprechende Doppelfläche; es zeigt sich somit, daſs der Ampère'sche Satz in dem betrachteten Falle ebenfalls seine Gültigkeit behält. Unsere Betrachtungen erleiden nur dann eine Modification, wenn der betrachtete Punkt der Doppelfläche selbst angehört. Zu dem Potential des ursprünglich gegebenen Stromes können wir in diesem Falle wieder hinzunehmen die Potentiale der beiden Ströme, welche den auf der Stromfläche ausgeschnittenen Kreis in entgegengesetzter Richtung durchflieſsen; die Summe der Potentiale des gegebenen Stromes und des ihm entgegengesetzten Kreisstromes ist wieder gleich dem Potential der zwischen ihnen liegenden ringförmigen Doppelfläche; das Potential ω des mit dem gegebenen gleichgerichteten Kreisstromes ist aber nicht mehr gleich dem Potential v der Doppelfläche, sondern es finden zwischen diesen Potentialen die Beziehungen statt

$$w = v - \frac{\pi i z}{\delta}$$

oder

$$w = v - \frac{2\pi i z}{\delta},$$

je nachdem der betrachtete Punkt auf einem der beiden Blätter der Doppelfläche selbst liegt, oder zwischen beiden Blättern. Addiren wir auf der einen Seite dieser Gleichungen die Potentiale des gegebenen Stromes und des entgegengesetzten Kreisstromes, auf der andern Seite

das der Summe jener beiden gleiche Potential der ringförmigen magnetischen Doppelfläche, so sehen wir, daſs die genannten Beziehungen sich ohne weiteres übertragen auf das Potential des ursprünglich gegebenen Stromes und der ihm zugehörigen Doppelfläche.

Wenn endlich die um den betrachteten Punkt beschriebene Kugel *K* von der Stromcurve selbst geschnitten wird, ist der Ampère'sche Satz gar nicht mehr anwendbar. Es ist dieſs der Fall bei allen Punkten, welche eingeschlossen sind in einer Röhrenfläche, deren Axe die gegebene Stromcurve ist, und welche alle Kugeln *K* umhüllt, die wir aus den einzelnen Punkten der Stromcurve als Mittelpunkten beschreiben können.

3. Ersetzung eines eine beliebige Oberfläche spiralförmig umziehenden Stromes durch eine räumliche Vertheilung magnetischer Massen.

An Stelle des Stromes, welcher die gegebene Oberfläche spiralförmig umwindet, setzen wir zunächst ein System einzelner galvanischer Ströme, welche auf der Oberfläche in folgender Weise vertheilt sind. Mit der gegebenen Oberfläche denken wir uns fest verbunden eine Richtung z, welche wir als die Axe der Fläche bezeichnen wollen. Auf dieser Axe tragen wir, die Entfernung zweier aufeinanderfolgenden Windungen des Stromes ab, und theilen dieselbe hiedurch in eine ebenso groſse Anzahl gleicher Segmente, als die durch den Strom gebildete Spirale Windungen besitzt. Durch die Mitte jedes Segments führen wir eine Ebene senkrecht zur Axe; dem System der so bestimmten Ebenen entspricht auf der Oberfläche ein System von Curven, und diese Curven sind es, welche als Bahnen derjenigen galvanischen Ströme betrachtet werden sollen, die wir an Stelle des gegebenen Stromes substituiren. Die Stärke aller dieser Ströme ist natürlich gleich der Stärke des ursprünglich gegebenen Stromes, die Richtung übereinstimmend mit der Richtung des letztern. Wir setzen voraus, daſs diese Richtung von

der Art ist, dafs die positiven Stromnormalen mit der positiven Richtung der Flächenaxe z zusammenfallen.

Auf das so definirte Stromsystem werden wir nun den Ampère'schen Satz in Anwendung bringen. Um zunächst die Gränzen, innerhalb derer diese Anwendung gestattet ist, festzulegen, construiren wir um alle Strombahnen des Systemes die entsprechenden Umhüllungsflächen der Kugeln K, wobei wir die Dicke der magnetischen Doppelflächen gleich dem Abstande der einzelnen Strombahnen nehmen. Die so erhaltenen Röhrenflächen besitzen dann wieder eine gemeinsame Umhüllungsfläche, und die Ersetzung der einzelnen Ströme durch magnetische Doppelflächen ist dann für alle aufserhalb dieser letzteren Umhüllungsfläche liegenden Punkte gestattet. Man sieht leicht, dafs dieselbe in zwei Parallelflächen zu der gegebenen Oberfläche zerfällt, welche nach innen und aufsen in einem Abstande von derselben sich befinden, der gleich dem Halbmesser der Kugeln K ist. Wir werden im folgenden immer voraussetzen, dafs die von uns betrachteten Punkte aufserhalb des von den beiden Parallelflächen eingeschlossenen Raumes sich befinden, dafs also die Ersetzung der Ströme durch magnetische Doppelflächen stets in Anwendung gebracht werden kann.

Wir behandeln zunächst den Fall, dafs der betrachtete magnetische Punkt aufserhalb der von den Strömen umzogenen Oberfläche liegt. Wir ersetzen jeden einzelnen Strom des Systemes durch die entsprechende magnetische Doppelfläche; das mit nördlichem Fluidum belegte Blatt dieser Fläche wollen wir bezeichnen als die Nordpolfläche, das mit südlichem Fluidum belegte Blatt als die Südpolfläche des entsprechenden Stromes. Wenn wir den Abstand der beiden Blätter einer Doppelfläche gleich den auf der Axe abgetragenen kleinen Segmenten machen, so wird immer eine Nordpolfläche des vorhergehenden, und eine Südpolfläche des folgenden Stromes durch den gemeinsamen Endpunkt zweier aufeinander folgender Segmente der Axe hindurchgehen, sie werden also vereinigt

liegen. Bezeichnen wir die Stromstärke durch i, die Zahl der Strombahnen, welche auf die Längeneinheit der Axe kommen, durch n, so ergiebt sich für die Dichtigkeit der Belegung sowohl auf den mit nördlichen als auf den mit südlichem Fluidum belegten Flächen der Werth $n.i$; es heben sich also immer die Wirkungen der zusammenfallenden Theile zweier vereinigt liegender Polflächen auf. Uebrig bleiben nur die Wirkungen der ringförmigen Flächenstücke, um welche die eine dieser Polflächen die andere überragt. Diese ringförmigen Flächenstücke sind in den Theilen der Oberfläche, in welchen die innere Normale mit der Flächenaxe einen stumpfen Winkel macht, mit positivem, in den Theilen der Oberfläche, in welchen jener Winkel ein spitzer ist, mit negativem Fluidum von der Dichte $n.i$ belegt zu denken. Jedes Element ds, welches einem jener ringförmigen Flächenstücke angehört, kann angesehen werden als Projection eines entsprechenden Elementes do der gegebenen Oberfläche; es ist daher

$$ds = \mp do \cos (p_i, z)$$

wo das negative oder positive Vorzeichen zu wählen ist, je nachdem die innere Normale p_i in dem Element do mit der Axe z einen stumpfen oder einen spitzen Winkel einschliefst. Jedes Element ds kann also in seiner Wirkung ersetzt werden durch ein entsprechendes Element do der gegebenen Oberfläche, dieses belegt gedacht mit magnetischem Fluidum von der Dichtigkeit

$$-n.i \cos (p_i, z).$$

Mit Bezug auf die Wirkung des die Oberfläche bedeckenden Stromsystemes, oder was auf dasselbe hinauskommt, des die Oberfläche umziehenden Stromes ergiebt sich somit der Satz:

Wenn eine beliebige Oberfläche spiralförmig von einem galvanischen Strome umzogen wird, so läfst sich dieser Strom in seiner Wirkung auf Punkte, die aufserhalb der Oberfläche gelegen sind, ersetzen durch eine Belegung der Oberfläche mit magnetischer Masse; die Dichtigkeit dieser Belegung ist in jedem Punkte gegeben durch

$$-n i \cos (p_i, z),$$

hier bezeichnet i die Stromstärke, n die Zahl der auf die Längeneinheit der Axe kommenden Windungen der Spirale, und p_i die innere Normale der Fläche in dem betrachteten Punct.

Durch eine einfache geometrische Interpretation des Ausdruckes $-ni\cos(p_i, z)$ ergiebt sich, dafs jene Oberflächenbelegung aequivalent ist mit einer gleichförmigen Vertheilung magnetischer Massen innerhalb desjenigen Raumes, den unsere Oberfläche bei einer kleinen Verschiebung in der positiven Richtung der Axe beschreibt. Bezeichnen wir durch δ die Gröfse dieser Verschiebung, so ist hiebei derjenige Raum, welcher der Fläche nur in ihrer zweiten Lage angehört, erfüllt zu denken mit positivem magnetischem Fluidum von der Dichte $\frac{ni}{\delta}$, der Raum, der ihr nur in der ersten Lage angehört mit negativem Fluidum von derselben Dichtigkeit.

Wir gehen nunmehr über zu dem zweiten Falle, in welchem der betrachtete magnetische Punkt sich im Innern der von dem Stromsystem bedeckten Oberfläche befindet.

Wenn wir an Stelle der einzelnen Ströme des Systemes wieder die entsprechenden magnetischen Doppelflächen einführen, so werden im Allgemeinen die Potentiale dieser magnetischen Doppelflächen auf den betrachteten Punkt identisch seyn mit den Potentialen der entsprechenden Ströme. Eine Ausnahme tritt nur dann ein, wenn der magnetische Punkt auf einer der Doppelflächen selbst, oder zwischen ihren beiden Blättern liegt. Es leuchtet aber ein, dafs diefs bei irgend einer der magnetischen Doppelflächen mit Nothwendigkeit der Fall seyn mufs. Liegt der betrachtete Punkt zwischen den beiden Blättern dieser Doppelfläche, so findet nach dem früheren zwischen dem Potential w des entsprechenden Stromes und dem Potential v der Doppelfläche die Beziehung statt:

$$w = v - 4\pi niz$$

wo z die der z-Axe parallele Coordinate des betrachteten Punktes mit Bezug auf ein rechtwinkliges Coordinaten-

system ist, dessen Anfangspunkt beliebig im Raume gelegen seyn kann, dessen z-Axe aber zu den Ebenen der Strombahnen senkrecht steht, und mit den positiven Stromnormalen gleich gerichtet ist.

Wenn aber der magnetische Punkt auf einem der Blätter der magnetischen Doppelfläche selbst liegt, so muſs er gleichzeitig auch einer der Polflächen des nächstvorhergehenden oder des nächstfolgenden Stromes angehören. Bezeichnen wir in diesem Falle durch w und w' die Potentiale der beiden Ströme, auf deren gemeinsamer Polfläche der Punkt liegt, durch v und v' die Potentiale der entsprechenden magnetischen Doppelflächen, so finden nach dem früheren die Beziehungen statt:

$$w = v - 2\pi n . iz$$
$$w' = v' - 2\pi n iz$$

und daher

$$w + w' = v + v' - 4\pi n iz.$$

Während also im Allgemeinen die Potentiale der Ströme identisch sind mit den Potentialen der entsprechenden magnetischen Doppelflächen, müssen wir von dem Potential derjenigen Doppelfläche, zwischen deren Blättern der betrachtete Punkt liegt, oder von der Summe der Potentiale derjenigen benachbarten Doppelflächen, deren gemeinsamer Polfläche der betrachtete Punkt angehört, die Gröſse $4\pi n iz$ in Abzug bringen, um das Potential, beziehungsweise die Summe der Potentiale der entsprechenden Ströme zu erhalten. Es ergiebt sich daher, daſs die Summen der Potentiale sämmtlicher Ströme, d. h. das Potential des die Oberfläche spiralförmig umziehenden Stromes, an dessen Stelle jene Ströme substituirt sind, gleich ist der Summe der Potentiale sämmtlicher Doppelflächen vermindert um die Gröſse $4\pi n iz$. Das Potential sämmtlicher Doppelflächen zusammengenommen reducirt sich aber auf das Potential der schon im vorhergehenden eingeführten Belegung der Oberfläche mit magnetischem Fluidum, oder der räumlichen Vertheilung magnetischer Massen, welche mit jener Oberflächenbelegung gleichwerthig ist. Wir ge-

langen somit für die Wirkung des gegebenen Stromes auf einen im Innern der Oberfläche liegenden Punkt zu dem Resultat:

Das Potential, welches ein eine gegebene Oberfläche spiralförmig umziehender galvanischer Strom von der Stärke i, auf einen im Innern gelegenen Punkt ausübt, ist gleich dem Potential, welches die den Strom in seiner Wirkung auf äufsere Punkte ersetzende magnetische Belegung der Oberfläche auf denselben Punkt ausübt, vermindert um die Gröfse

$$4\pi n i z,$$

wo n die Zahl der auf die Längeneinheit der Axe kommenden Windungen ist, und die z-Axe des rechtwinkligen Coordinatensystems gleichgerichtet angenommen wird mit der positiven Richtung der Stromnormalen.

Wir betrachten noch den Fall, dafs sich im Innern der gegebenen Oberfläche nicht ein einzelner magnetischer Punkt, sondern ein magnetischer Körper von innerhalb der Gültigkeitsgränzen des Ampère'schen Satzes beliebiger Gestalt und Gröfse befindet. Wir lösen diesen Körper auf in ein System einzelner magnetischer Pole, welche durch μ, μ_1, μ_2 . . . bezeichnet werden mögen. Die Werthe, welche das Potential des gegebenen Stromes in diesen Polen besitzt, seyen w, w_1, w_2 . . . die entsprechenden Werthe des Potentiales der magnetischen Oberflächenbelegung v, v_1, v_2 . . .; es finden dann folgende Beziehungen statt:

$$w = v - 4\pi n i z$$
$$w_1 = v_1 - 4\pi n i z_1$$
$$w_2 = v_2 - 4\pi n i z_2$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

wo unter z, z_1, z_2 ... die z-Coordinaten der Punkte μ, μ_1, μ_2... zu verstehen sind. Multipliciren wir diese Gleichungen beziehungsweise mit μ, μ_1, μ_2 . . ., so ergiebt sich durch Addition:



$$\mu w + \mu_1 w_1 + \mu_2 w_2 + \ldots$$
$$= \mu v + \mu_1 v_1 + \mu_2 v_2 + \ldots$$
$$- 4\pi n i (\mu z + \mu_1 z_1 + \mu_2 z_2 + \ldots),$$

oder

$$\Sigma \mu w = \Sigma \mu v - 4\pi n i \, \Sigma \mu z.$$

Es ist aber $\Sigma \mu w$ nichts anderes als das Potential, welches von dem gegebenen Strome auf das System aller Pole zusammengenommen, d. h. auf den gegebenen magnetischer Körper ausgeübt wird; ebenso ist $\Sigma \mu v$ das Potential der magnetischen Belegung der Oberfläche auf denselben Körper; endlich ist $\Sigma \mu z$ nichts anderes, als das magnetische Moment dieses Körpers in der Richtung der z-Axe oder der damit übereinstimmenden Flächenaxe. Wir erhalten somit den Satz.

Das Potential, welches ein eine gegebene Oberfläche spiralförmig umziehender Strom auf einen im Innern dieser Oberfläche befindlichen magnetischen Körper ausübt, ist gleich dem Potential der mit dem Strome in seiner Wirkung auf äufsere Punkte aequivalenten Oberflächenbelegung vermindert um das Product aus $4\pi n i$ in das magnetische Moment des Körpers nach der Richtuug der Flächenaxe; die Zeichen n und i haben hier dieselbe Bedeutung wie früher.

4. Wirkung eines ein Ellipsoïd spiralförmig umziehenden Stromes auf einen Punkt im Inneren des Ellipsoïdes.

Von den Anwendungen, welche die vorhergehenden Sätze gestatten, möge hier auf eine einzige näher eingegangen werden, nämlich auf den Fall, dafs die gegebene Oberfläche ein Ellipsoïd ist.

Das Coordinatensystem wählen wir so, dafs die Axen desselben zusammenfallen mit den Axen des Ellipsoïdes. Die durch den Mittelpunkt des Ellipsoïdes hindurchgehende Axe der Spirale, welche die Windungen des Stromes auf der Oberfläche des Ellipsoïdes beschreiben, be-

zeichnen wir durch D, so daſs die Richtung von D zusammenfällt mit der positiven Richtung der Stromnormalen; die Richtungscosinusse von D seyen m, p und r. Die räumliche Vertheilung magnetischer Massen, welche mit dem gegebenen Strome in seiner Wirkung auf äuſsere Punkte aequivalent ist, ergiebt sich dadurch, daſs wir das Ellipsoïd in der Richtung der Axe D verschieben um eine kleine Strecke δ, und daſs wir dann den Raum, der dem Ellipsoïd nur in seiner zweiten Lage angehört uns angefüllt denken mit positivem magnetischen Fluidum von der Dichtigkeit $\frac{ni}{\delta}$, den Raum, der ihm nur in der ersten Lage angehört mit negativem Fluidum von derselben Dichtigkeit.

Wir wollen zunächst das Potential der so erhaltenen räumlichen Vertheilung magnetischer Massen auf den im Innern gelegenen Punkt ermitteln. Es läſst sich dieſs bekanntlich in folgender Weise leicht ausführen. Das Potential der betrachteten magnetischen Massenvertheilung, welches durch v_i bezeichnet werden möge, läſst sich ansehen als die Summe zweier Potentiale, von denen das eine dem Ellipsoïd in seiner ursprünglichen Lage, dieses erfüllt gedacht mit negativer magnetischer Masse von der Dichtigkeit $\frac{ni}{\delta}$, das zweite dem Ellipsoïd in seiner zweiten Lage, erfüllt gedacht mit positiver magnetischer Masse von derselben Dichtigkeit angehört.

Das Potential des Ellipsoïdes in seiner ersten Lage erfüllt gedacht mit positiver magnetischer Masse von der Einheit der Dichtigkeit wollen wir bezeichnen durch U, die Coordinaten des betrachteten Punktes seyen x, y, z. Das Potential des um δ in der Richtung D verschobenen Ellipsoïdes auf den Punkt x, y, z ist dann offenbar gleich dem Potential des ursprünglichen Ellipsoïdes auf einen Punkt, welcher gegen den Punkt x, y, z verschoben ist um $-\delta$, welcher also die Coordinaten besitzt

$$x - m\delta, \; y - p\delta, \; z - r\delta.$$

Das Potential des ursprünglichen mit der Einheit der Dichtigkeit erfüllten Ellipsoïdes auf diesen Punkt ist aber

$$U(x-m\delta,\ y-p\delta,\ z-r\delta) = U(x, y, z) - \delta\left\{m\frac{\partial U}{\partial x}+p\frac{\partial U}{\partial y}+r\frac{\partial U}{\partial z}\right\}.$$

Folglich ist auch das Potential des verschobenen und mit der Einheit der Dichtigkeit erfüllten Ellipsoïdes auf den Punkt x, y, z

$$U' = U - \delta\left\{m\frac{\partial U}{\partial x}+p\frac{\partial U}{\partial y}+r\frac{\partial U}{\partial z}\right\}$$

und das Potential des verschobenen Ellipsoïdes, wenn wir uns dasselbe erfüllt denken mit magnetischer Masse von der Dichtigkeit $\frac{ni}{\delta}$

$$\frac{ni}{\delta}\cdot U' = \frac{ni}{\delta}\,U - ni\left\{m\frac{\partial U}{\partial x}+p\frac{\partial U}{\partial y}+r\frac{\partial U}{\partial z}\right\}.$$

Das Potential des Ellipsoïdes in seiner ursprünglichen Lage erfüllt gedacht mit negativer magnetischer Masse von der Dichtigkeit $\frac{ni}{\delta}$ ist gleich

$$-\frac{ni}{\delta}\,U.$$

Addiren wir diese beiden Potentiale, so ergiebt sich für das Potential der Oberflächenbelegung der Werth

$$V_{,} = -ni\left\{m\frac{\partial U}{\partial x}+p\frac{\partial U}{\partial y}+r\frac{\partial U}{\partial z}\right\}.$$

U bezeichnet das Potential des gegebenen mit Masse von der Einheit der Dichtigkeit erfüllt gedachten Ellipsoïdes auf den in seinem Inneren gelegenen Punkt x, y, z. Es sind somit

$$-\frac{\partial U}{\partial x},\quad -\frac{\partial U}{\partial y},\quad -\frac{\partial U}{\partial z}$$

die Componenten der Wirkung, welche das Ellipsoïd unter dieser Voraussetzung auf den Punkt x, y, z ausübt, wenn wir uns in diesem die Einheit der Masse vorhanden denken. Diese Componenten lassen sich aber bekanntlich in folgender Form darstellen:

$$X = Mx,\quad Y = Py,\quad Z = Rz,$$

wo M, P, R gewisse von den Dimensionen des Ellipsoïdes abhängige Gröfsen darstellen. Substituiren wir diese Ausdrücke an Stelle von $-\frac{\partial U}{\partial x}$, $-\frac{\partial U}{\partial y}$, $-\frac{\partial U}{\partial z}$, in dem Ausdrucke für das Potential U der Oberflächenbelegung, so ergiebt sich:

$$V_i = ni \left\{ Mmx + Ppy + Rrz \right\}.$$

Es ist somit V_i eine lineare Function der Coordinaten des betrachteten Punktes und daher ist die Wirkung der Oberflächenbelegung constant für alle im Inneren gelegenen Punkte.

Es sey nun andererseits Ω_i das Potential des gegebenen Stromes auf den betrachteten magnetischen Punkt; fällen wir von diesem eine Senkrechte auf die Flächenaxe D, so schneidet diese auf D, vom Anfangspunkt des Coordinatensystemes an gerechnet, eine Strecke ab, welche durch d bezeichnet werden möge. Zwischen den Potentialen Ω_i und V_i findet dann die Beziehung statt,

$$\Omega_i = V_i - 4\pi n i d.$$

Es ist aber

$$d = mx + py + rz.$$

Setzen wir diesen Werth in der vorhergehenden Gleichung ein und substituiren wir gleichzeitig für V_i den oben gegebenen Ausdruck, so ergiebt sich

$$\Omega_i = ni \left\{ (M - 4\pi) mx + (P - 4\pi) py + (R - 4\pi) rz \right\}.$$

Es ist somit auch Ω_i eine lineare Function der Coordinaten und daher auch die Wirkung des gegebenen Stromes auf alle Punkte im Innern constant.

Wir haben somit den Satz:

Ein spiralförmig von einem galvanischen Strom umzogenes Ellipsoïd übt auf einen in seinem Inneren befindlichen magnetischen Punkt eine constante von der Lage desselben unabhängige Wirkung aus. Das Potential dieser Wirkung hat den Werth:

$$\Omega_i = ni \left\{ (M - 4\pi) mx + (P - 4\pi) py + 4 (R - 4\pi) rz \right\},$$

wo x, y, z die Coordinaten des betrachteten Punktes mit Bezug auf die Hauptaxen des Ellipsoïdes, n die Zahl der Windungen, welche auf die Längeneinheit der Axe der Spirale kommen, m, p und r die Richtungscosinusse dieser Axe bezeichnen. Endlich sind M, P und R gewisse von den Dimensionen des Ellipsoïdes abhängige Constante, welche für ein dreiaxiges Ellipsoïd, dessen Oberfläche durch die Gleichung

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

gegeben ist, dargestellt sind durch die elliptischen Integrale:

$$M=\frac{4\pi bc}{a^2}\int_0^1\frac{u^2du}{\sqrt{1+\left(\frac{b^2}{a^2}-1\right)u^2}\sqrt{1+\left(\frac{c^2}{a^2}-1\right)u^2}}$$

$$P=\frac{4\pi ca}{b^2}\int_0^1\frac{u^2du}{\sqrt{1+\left(\frac{c^2}{b^2}-1\right)u^2}\sqrt{1+\left(\frac{a^2}{b^2}-1\right)u^2}}$$

$$R=\frac{4\pi ab}{c^2}\int_0^1\frac{u^2du}{\sqrt{1+\left(\frac{a^2}{c^2}-1\right)u^2}\sqrt{1+\left(\frac{b^2}{c^2}-1\right)u^2}}$$

Die Uebereinstimmung der im dritten Abschnitt gegebenen Oberflächenbelegung mit der ebendaselbst angeführten räumlichen Vertheilung magnetischer Massen dürfte allgemein bekannt seyn; mir wurde dieselbe vor mehreren Jahren von Prof. Carl Neumann mitgetheilt. Der im letzten Abschnitte für das Ellipsoïd entwickelte Satz ist, wie ich von Prof. Heinrich Weber erfuhr, bereits von Neumann in Königsberg gefunden; da sich derselbe aber als eine sehr einfache Anwendung des von mir gegebenen allgemeinen Satzes ergiebt, und so viel mir bekannt wurde, nirgends veröffentlicht ist, glaubte ich denselben nicht unterdrücken zu sollen.

Göttingen im November 1871.

IV. *Ueber den Durchgang der Elektricität durch Gase; von G. Wiedemann und R. Rühlmann.*

(Aus d. Bericht. d. Kgl. Sächs. Gesellsch. d. Wissensch. Oct. 1871, von HH. Verf. mitgetheilt.)

---

§. 1. Einleitung.

Bestehen in zwei benachbarten Körpern, welche durch Zwischenmittel von einander getrennt sind, elektrische Differenzen, so können sich dieselben in zwei wesentlich verschiedenen Arten mit einander ausgleichen, von denen die eine durch die Stetigkeit des Processes, die andere durch die Discontinuität desselben charakterisirt ist.

Die erste Art der Entladung zeigt sich, wenn die Ausgleichung der elektrischen Differenz durch einen Leiter geschieht, die zweite, wenn das Zwischenmittel ein Nichtleiter ist. Vorgänge der letztgenannten Art sind die Uebergänge der Elektricitäten in Form von Funken, Büscheln und Glimmlicht. An irgend einer Stelle erreicht die elektrische Spannung ein gewisses Maafs, dann erfolgt ein fast momentaner Uebergang einer gröfseren Menge Elektricität. Wenn die Spannung wieder nahezu die vorige Gröfse erreicht hat, erfolgt der nämliche Vorgang von Neuem usf.

Schon lange weifs man, dafs die zwischen Elektroden in der Luft übergehenden Funken discontinuirliche Entladungen vermitteln. Dafs auch die Büschelentladung auf einem ähnlichen Vorgange beruht, konnte man schon daraus entnehmen, dafs nicht selten beim Ausströmen von Elektricität aus Spitzen ein Ton vernommen wird, ein Beweis, dafs hier ein Process vor sich geht, der sich mit grofser Geschwindigkeit periodisch wiederholt. Beobachtet man die Bilder der elektrischen Büschelentladung, wie sie vorzugsweise an einer mit dem positiven Conductor der Elektrisirmaschine verbundenen Elektrode in der Luft auf-

treten, in einem rotirenden Spiegel, so erscheinen sie als eine Reihe scharf gezeichneter, baumartig verästelter Entladungen, welche von einander vollständig geschieden sind und sich ziemlich regelmäſsig einander folgen. Diese Erscheinungen sind schon von Faraday und Wheatstone[1]) beobachtet worden. Auch das Glimmlicht, jenes phosphorische Leuchten, welches sich vorzugsweise, wenn auch nicht ausschlieſslich, an dem negativen Conductor der Elektrisirmaschine zeigt, läſst sich im rotirenden Spiegel in eine schnelle Aufeinanderfolge einzelner Entladungen auflösen.

Die Entladungen durch Büschel und Glimmlicht in atmosphärischer Luft von gewöhnlicher Dichtigkeit finden zwar zum groſsen Theil in der die elektrisirte Elektrode umgebenden Luft selbst statt, wie die Untersuchung des Spectrums derselben ergiebt, meist tritt aber noch, namentlich bei der Büschelentladung, noch eine Fortschleuderung glühender, von der Elektrode fortgerissener Metalltheilchen hinzu, so daſs das Phänomen sich weniger einfach gestaltet. Zudem ist die Erscheinung nicht in dem Maaſse regelmäſsig, daſs eine genauere Untersuchung zuverlässige Resultate verspricht. Stellt man indeſs zwei, durch eine constante Elektricitätsquelle entgegengesetzt geladene Elektroden von verschiedenem Stoff in hinlänglich *verdünnten* Gasen einander gegenüber, so verschwindet das Losreiſsen der Metalltheile von den Elektroden und die Unregelmäſsigkeiten werden völlig beseitigt. Vielfach hat man angenommen, die verdünnten Gase verhielten sich wie schlechte Leiter; man hat geglaubt, daſs die Entladungen continuirlich vor sich gingen, und die Gase beim Durchgang der Elektricität wie metallische Leiter heiſs und leuchtend würden. Man hat demnach versucht, den elektrischen Leitungswiderstand verdünnter Gasschichten, z. B. in Geiſsler'schen Röhren, ganz ähnlich zu messen, wie den der metallischen Leiter, und aus den Strominten-

1) Faraday, *Exp. Res.* 1431 u. folg. Wheatstone, *Phil. Trans.* 1835, *part II, p.* 583; Pogg. Ann. Bd. XXXIV, S. 468. 1835.

sitäten, welche man in den Zuleitungsdrähten zu einem Geifsler'schen Rohr, sowie in metallischen Nebenleitungen zu einzelnen Längstheilen der Röhren beobachtete, auf die Widerstände einzelner Theile der verdünnten Gasschichten während der Entladung zu schliefsen[1]. Indess schon einige frühere Versuche des einen von uns (G. Wiedemann) hatten gezeigt, dafs die in einer engen Geifsler'-Spectralröhre durch die Ströme eines Inductoriums in der Zeiteinheit erzeugten Wärmemengen viel eher direct den Stromintensitäten proportional seyen, als den Quadraten derselben, wie das für die continuirliche Entladung in metallischen Leitern aufgestellte Joule'sche Gesetz erfordert. Auch ergiebt die Beobachtung der Geifsler'schen Röhren in einem Spiegel, der um eine der Röhre parallele Axe rotirt, zweifellos, dafs hierbei die Entladungen discontinuirlich sind, selbst wenn man statt der in Stärke und Richtung alternirenden elektromotorischen Kraft des Inductionsapparates eine constant wirkende Elektricitätsquelle, wie z. B. eine Elektrisirmaschine, zur Erzeugung der Spannungsdifferenz an den Elektroden des Rohres verwendet. Auch bei den schwächsten verwendbaren Drucken (bis zu $\frac{1}{4}^{mm}$ Quecksilberdruck) konnten im rotirenden Spiegel viele scharfgezeichnete, deutlich von einander getrennte Einzelbilder der Röhre erkannt werden, so dafs auch hier einzelne, äufserst kurze Zeit andauernde und von einander durch Zwischenräume geschiedene Entladungen erfolgen. Die späteren Messungen ergaben, dafs die Erscheinungen in den Geifsler'schen Röhren ziemlich complicirten Gesetzen unterworfen sind, da augenscheinlich die auf der schlecht leitenden inneren Glaswand sich anhäufenden Elektricitäten auf die zwischen den Elektroden stattfindenden Entladungen zurückwirken. Um defshalb möglichst einfache Resultate zu erhalten, wurde

1) Morren, *Ann. de Chim. et Phys.* (4) *T. IV*, *p.* 325. 1865. Pogg. Ann. Bd. CXXX, S. 612, de la Rive, *Compt. Rend. T. VI*, *p.* 669. 1863. *Archives de Gen. Nouv. Sér. T. XVII*, *p.* 58; vgl. auch Hittorf, Pogg. Ann. Bd. CXXXVI, S. 201. 1869 etc.

zunächst die Entladung der Elektricitäten zwischen kugelförmigen Metallelektroden in einem größeren, mit verdünnten Gasen erfüllten Metallgefäße untersucht. Es handelte sich hierbei namentlich darum, die relativen Elektricitätsmengen zu messen, welche unter verschiedenen Umständen erforderlich sind, um eine Entladung in verdünnten Gasen hervorzurufen [1]).

§. 2. Beschreibung des Apparates.

Der hierzu angewandte Apparat ist Taf. III, Fig. 2 übersichtlich dargestellt. Er besteht im Wesentlichen aus folgenden Theilen.

1) dem eigentlichen Entladungsapparat (I),
2) der zur Entleerung desselben dienenden Quecksilber-Luftpumpe (II),
3) einer zu einem Gasbehälter führenden Röhrenleitung (III),
4) 5) einer Holtz'schen Elektrisirmaschine (IV), deren Scheibe durch eine besondere Drehvorrichtung (V) in Rotation versetzt wurde,
6) einem Metronom (VI), um die Umdrehungszahl der Scheibe zu messen,
7) 8) einer heliometerartigen Vorrichtung (VII), vermittelst deren in einem rotirenden Spiegel (VIII) die Abstände der einzelnen Entladungen gemessen wurden,
9) einem Galvanometer, zu welchem eine Drahtleitung (IX) führte, um die Menge der in der Zeiteinheit den Entladungsapparat durchfließenden Elektricität zu messen.

In Fig. 1 ist der Entladungsapparat (I) nebst der heliometrischen Vorrichtung (VII), sowie der rotirende Spiegel (VIII) besonders abgebildet.

Der Entladungsapparat bestand aus einem Cylinder *A* von starkem Messingblech von 12^{ctm} Durchmesser und

1) Der experimentelle Theil dieser Untersuchung wurde schon in den Jahren 1869 und 1870 im physikalischen Cabinet zu Carlsruhe ausgeführt.

16^{ctm} Länge, welcher beiderseits durch zwei Halbkugeln von Messing geschlossen war. Die Halbkugeln trugen zwei Tubuli, *B* und *C*, in welche vermittelst durchbohrter Kautschukstöpsel die Elektroden eingesetzt wurden. Dieselben bestanden aus verschieden grofsen Metallkugeln von verschiedenem Stoff, welche an Stahldrähte von 1^{mm} Dicke angeschraubt waren. Die Drähte waren mit Glasröhren umgeben, welche an den Kugeln ganz fein ausgezogen waren, so dafs sie sich daselbst unmittelbar an den Draht anlegten. Die Kautschukstöpsel wurden mittelst eines aus Wachs, Colophonium und Terpentin bestehenden, nicht zu harten Kittes luftdicht in die Tubuli eingesetzt. Derselbe Kitt wurde auch sonst auf die Oberfläche der Stöpsel und sämmtliche Kautschukverbindungen warm aufgestrichen und geschmolzen. Nur so gelang es, bei Verdünnung der Luft im Apparat bis auf $\frac{1}{4}^{mm}$ Quecksilberdruck eine stundenlang andauernde vollkommene Dichtung zu erzielen. Der Abstand der vordersten Punkte der Elektrodenkugeln wurde nach Befestigung des Entladungsapparates in verticaler, statt horizontaler Stellung, mit Hülfe des Kathetometers gemessen. Der Cylinder *A* war an zwei diametral gegenüberliegenden Stellen mit zwei 5^{ctm} langen und 2^{ctm} breiten, sorgfältig eingekitteten Scheiben *D* von Spiegelglas versehen, durch welche die Entladungen zwischen den Elektroden beobachtet werden konnten. An den Cylinder war ferner ein Rohr *F* angelöthet, an welches sich ein zweites Rohr *G* ansetzte. Beide Röhren konnten durch Metallhähne geschlossen werden. Der Cylinder selbst lag auf einem Gestell *H* von Holz, an welches er vermittelst zweier, über die Tubuli *B* und *C* übergreifender Querleisten von Holz fest angeschraubt wurde. Das Rohr *F* war durch einen Schlauch von sehr dickem vulkanisirtem Kautschuk (von 2^{mm} innerem und 15^{mm} äufserem Durchmesser) mit einer Jolly'schen Quecksilber-Luftpumpe, deren Recipient $1\frac{1}{2}$ Liter fafste, verbunden. Das Manometer derselben war durch ein gröfseres, aus einer 12^{mm} weiten Glasröhre gebogenes Barometer er-

setzt, dessen Schenkel über 30^{ctm} lang waren. Dasselbe war nach dem Füllen mit Quecksilber sehr sorgfältig ausgekocht, wobei die offene Röhre des Manometers selbst mit der Luftpumpe verbunden und die Luft in demselben möglichst weit ausgepumpt war. Der Stand des Quecksilbers in den Schenkeln des Manometers wurde durch ein $1^{\mathrm{m}},25$ davon entferntes Kathetometer bis auf $0^{\mathrm{mm}},1$ genau abgelesen. — Das Rohr *G* stand mit einem, mit wasserfreier Phosphorsäure gefülltem, 30^{ctm} langen Glasrohr, einer oder zwei, mit concentrirter Schwefelsäure gefüllten Wulf'schen Flaschen, einem sich daran schliefsenden, mit Chlorcalcium, und (in vielen Fällen) mit einem mit Stücken von kaustischem Kali gefüllten Rohre in Verbindung. Man überzeugte sich vor jedem Versuche, dafs alle Theile des Apparates vollkommen luftdicht schlossen. Nach Oeffnen des Hahnes in Rohr *F* und Schliefsen des Hahnes in *G* wurde die Luft im Cylinder *A* evacuirt, sodann Hahn *F* geschlossen, *G* geöffnet, und somit durch die Röhrenleitung aus einem angesetzten Gasometer Gas in den Cylinder eingeführt. Nach wiederholtem, 5 bis 6 maligem Auspumpen auf 1^{mm} Druck und abermaligem Zuführen von Gas konnte man annehmen, dafs der Cylinder *A* mit hinreichend reinem Gase gefüllt war, um sichere Resultate zu ergeben. — Die äufsern Enden der zu den Elektroden des Entladungsapparates führenden Drähte waren nach unten umgebogen und tauchten in zwei mit Quecksilber gefüllte Glasnäpfe *I* und *K*. In letztere wurden die Enden von zwei gleichen, 1^{m} langen, mit Kautschuk bekleideten Kupferdrähten *k* und *i* eingelegt, deren andere Enden durch Paalzow'sche Klemmen mit den beiden Conductoren einer Holtz'schen Elektrisirmaschine älterer Construction [1]) verbunden waren. Die rotirende Scheibe der letztern hatte einen Durchmesser von 36^{ctm}; die feste, an zwei diametralen Stellen durchbohrte Scheibe war in einer sehr kleinen Entfernung von derselben (1^{mm}) vollkommen festgestellt. Die an letzterer befestigten Aufsauger von

1) Holtz, Pogg. Ann. Bd. CXXVI, S. 157. 1865.

Pappe waren, um den Gang der Erscheinungen durchaus constant zu erhalten, durch 35^{mm} breite Kämme von dünnem Messingblech ersetzt, in welche je 15^{mm} lange Zähne eingeschnitten waren. Die rotirende Scheibe war nicht lackirt; sie wurde vor jeder Versuchsreihe sorgfältig mit Aether abgeputzt und mit einem getrockneten und erwärmten leinenen Tuch abgerieben. Auf die Axe der rotirenden Scheibe war ein mit einer Nuth versehenes Rad von Hartgummi von 5^{ctm} Durchmesser aufgesetzt, in welches sich ein Schnurlauf einlegte, der andererseits um die Peripherie einer schweren Holzscheibe *O* von 30^{ctm} Durchmesser gelegt war. Letztere Scheibe wurde durch eine Kurbel gedreht. An ihrer Peripherie war eine kleine Stahlfeder befestigt, die bei jeder Umdrehung gegen ein dünnes Holzbrett schlug. Neben der Scheibe stand ein Metronom (VI), so daſs nach einiger Uebung die Umdrehungen der Scheibe gleichzeitig mit den Schlägen des letztern hergestellt werden konnten. Directe Messungen ergaben, daſs einer Umdrehung der Holzscheibe je 5,456 Umdrehungen der Glasscheibe der Holtz'schen Maschine entsprechen.

Neben dem Quecksilbernapf *K* an dem Entladungsapparat befand sich ein dritter gläserner Quecksilbernapf *I*. In diesen tauchten die nebeneinander liegenden Enden zweier mit Kautschuk überzogener Kupfeedrähte *m* und *n*, welche parallel nebeneinander und durch zwischengelegte Glasstücke von einander isolirt, zu einer von Sauerwald nach den Angaben des einen von uns [1]) construirten Spiegelbussole führten, die etwa 3^{m} von den erwähnten Apparaten entfernt, auf einem besondern, an der Wand des Zimmers befestigten Sockel aufgestellt war. In der Kupferhülse derselben schwebte ein magnetischer Stahlring, an dessen Axe oberhalb der Kupferhülse ein dünner Glasspiegel befestigt war. In diesem Spiegel wurden vermittelst eines Fernrohres an einer $1\frac{1}{2}^{m}$ entfernten Millimeterscala die Ablenkungen des Magnetringes abgelesen. Unter

1) G. Wiedemann, Pogg. Ann. Bd. CXXXIX, S. 504. 1853.

der Bussole befand sich in 25^{mm} Entfernung von der horizontalen Axe des Ringes ein 20^{mm} langer, horizontaler, astasirender Stahlmagnet, der seinen Nordpol nach Süden und seinen Südpol nach Norden wendete, und dessen Mittelpunkt in der Verlängerung der Drehungsaxe des Magnetringes lag. Oestlich und westlich von dem Magnetring befanden sich Drahtspiralen von mit Kautschuk überzogenem Kupferdraht, deren innerer und äufserer Durchmesser resp. 6 und 9^{ctm} betrug. Der Querschnitt der Windungen war ein Rechteck von 40^{mm} Länge und 30^{mm} Höhe, die Ebene der dem Stahlmagnet nächstliegenden Windungen war 15^{mm} von demselben entfernt, die Zahl der Windungen auf beiden Spiralen zusammen betrug 160. Mit diesen hintereinander verbundenen Spiralen waren die Enden der Drähte *m* und *n* verbunden. Wurde nun während des Drehens der Scheibe der Holtz'schen Maschine der Draht *i* aus dem Quecksilbernapf *I* gehoben und in den Napf *L* eingelegt, dafür aber das Ende eines der Drähte *m* oder *n* aus dem Napfe *L* in den Napf *K* übergeführt, so durchflofs der von der Holtz'schen Maschine gelieferte elektrische Strom nur die Drahtwindungen der Spiegelbussole. Einige Vorversuche ergaben, dafs die hierbei erhaltenen Ablenkungen genau dieselbe Gröfse hatten, wie wenn die Spiegelbussole gleichzeitig mit dem Entladungsapparat in den Schliefsungskreis eingeschaltet wurde. Man konnte so während der einzelnen Versuchsreihen jeweilen die durch die Maschine in Bewegung gesetzten Elektricitätsmengen mit einander vergleichen. Wie die späteren Versuchsreihe zeigen, bleiben dieselben verhältnifsmäfsig sehr constant.

Es handelte sich nun darum, die Zahl der Entladungen genau zu bestimmen, in denen die auf die eben angegebene Weise gemessene Elektricitätsmenge zwischen den Elektroden des Entladungsapparates unter verschiedenen Bedingungen übergeht. Bei der Beobachtung der Entladungen in einem rotirenden Spiegel, dessen Rotationsaxe der Verbindungslinie der Elektroden parallel lag, ergaben sich

indeſs mannigfache Schwierigkeiten. Einmal erfolgten bei wiederholten Drehungen des Spiegels die Entladungen nicht jedesmal periodisch wieder bei derselben Stellung desselben, so daſs die Spiegelbilder der aufeinander folgenden Entladungen nicht stets an derselben Stelle erschienen, sondern hin und her oscillirten; eine directe Zählung war dadurch absolut unmöglich. Sodann traten die Entladungen nicht immer in gleichen Zeitabständen auf, und die Spiegelbilder derselben erschienen deshalb nicht immer in genau gleichen Distanzen; offenbar weil die Abstände der rotirenden und festen Scheibe der Holtz'schen Maschine bei jeder Umdrehung periodisch sich änderten, und entsprechend die in gleichen Zeiten bei einer Rotation der beweglichen Scheibe um einen bestimmten kleinen Winkel erzeugten Elektricitätsmengen nicht stets die gleichen waren. Nach mehrfachen Versuchen gelang es, beide Schwierigkeiten durch eine einfache, aber für die Ausführung der ganzen Untersuchung entscheidende Abänderung befriedigend zu lösen. Der rotirende Spiegel wurde auf die Axe der rotirenden Scheibe der Holtz'schen Maschine selbst aufgesetzt. In diese Axe wurde hierzu ein 250^{mm} langer und 6^{mm} dicker Stahlstab *P* eingeschraubt, dessen freies Ende in einem besondern Lager ruhte. Auf diesen Stab war ein 40^{mm} breiter und 120^{mm} langer Glasspiegel *Q* mittelst einer geeigneten Metallfassung aufgeschraubt, vor welchem der Entladungsapparat in der Art aufgestellt war, daſs die Verbindungslinie der Elektroden parallel der Axe der rotirenden Scheibe lag. Blickte man in diesen, mit der Scheibe der Maschine rotirenden Spiegel von einem bestimmten Punkt aus, so sah man allein diejenigen Entladungen in demselben, welche erzeugt wurden, während die Aufsauger der Maschine bei jeder Drehung der Scheibe nur von einem und demselben kleinen Ausschnitt der rotirenden Scheibe die daselbst angehäuften Elektricitäten aufnahmen. Bei der Kleinheit des Winkels dieses Ausschnittes, etwa 10°, blieben sich die Abstände der in dem Spiegel sichtbaren Entladungen von

einander fast vollkommeu gleich. — Um auch die zweite der oben erwähnten Schwierigkeiten zu lösen, den Abstand der Spiegelbilder der Entladungen während der steten Veränderung ihrer Lage zu bestimmen, wurde versucht, die Spiegelbilder in der Mitte des Abstandes der Elektroden zu theilen und die eine Hälfte gerade um den Abstand der Bilder zweier aufeinanderfolgender Entladungen zu verschieben. Hierzu diente nach mehreren Versuchen am zweckmäſsigsten eine Vorrichtung, die der des Heliometers nachgebildet war. — Vor dem an der Axe der Elektrisirmaschine befestigten Spiegel, und zwar auf der Seite des Entladungsapparates und unterhalb desselben war eine Art Fernrohr aufgestellt, bestehend aus einem verticalen Brett, welches auf einem Statif aufgestellt und in der Mitte durch ein 7^{ctm} weites Loch durchbohrt war. Vor dem Loche befand sich als Objectivglas eine Sammellinse von 8^{ctm} Durchmesser und 30^{ctm} Brennweite. Dieselbe war durch einen verticalen Schnitt in zwei Hälften getheilt. Die eine Hälfte war vor der Hälfte des Loches im Brett festgekittet, die andere verschob sich in einem geeigneten Rahmen vermittelst einer Schraubenvorrichtung in verticaler Richtung neben der andern Hälfte (vergl. Fig. I, Taf. III). Diese Verschiebung konnte vermittelst eines an der Schraubenvorrichtung angebrachten Maaſsstabes mit Nonius bis auf $0{,}05^{mm}$ genau abgelesen werden. Auf der Hinterseite des Brettes war ein horizontales Rohr befestigt, in welchem sich ein Auszug verschob, der als Oculer einen durchlöcherten Schirm oder eine Linse trug. Zur Einstellung des Apparates wurden zuerst die beiden Hälften der Objectivlinse so gestellt, daſs ihre optischen Mittelpunkte möglichst dicht nebeneinander in derselben Horizontalebene lagen, und der Entladungsapparat so gedreht, daſs man die Mitten seiner beiden Fenster und die Verbindungslinie der Elektroden genau mit der Rotationsaxe der Elektrisirmaschine und der Mitte des Spiegels zusammenfallen sah. Darauf wurde der heliometrische Apparat so gestellt, daſs die Verlängerung seiner Axe die Axe der

Elektrisirmaschine in der Mitte des Spiegels in einen rechten Winkel traf. Vor das eine Fenster des Entladungsapparates wurde nun eine Kerzenflamme gehalten, so daſs die Elektroden hell beleuchtet waren. Sodann wurde die Stellung des Entladungsapparates und der Scheibe der Elektrisirmaschine so lange regulirt, und das Ocular der heliometrischen Vorrichtung so weit verstellt, bis man durch dasselbe die Elektroden im Spiegel deutlich sah. Wenn etwa die Axen der beiden Hälften der Objectivlinse noch nicht in derselben Horizontalebene lagen, so daſs noch zwei Bilder einer jeden Elektrode erschienen, wurde die bewegliche Hälfte der Linse so lange verschoben, bis diese Bilder vollkommen zusammenfielen. Diese Stellung wurde an der Theilung der Schraubenvorrichtung des heliometrischen Apparates als Nullstellung bemerkt. Durch Beobachtung einzelner Punkte an den Elektroden, an denen das Licht der Kerze besonders hell reflectirt wurde, gelang diese Einstellung sehr sicher auf weniger als $0{,}1^{\mathrm{mm}}$. Wurde nun die Elektrisirmaschine in Thätigkeit gesetzt, und gingen Entladungen zwischen den Elektroden des Entladungsapparates über, so erschienen dieselben in dem Fernrohr als einfache, mehr oder weniger leuchtende, nebeneinander liegende horizontale Streifen. Wurde die bewegliche Linsenhälfte des Objectives verschoben, so verschob sich gleichfalls die Hälfte dieser Streifen in verticaler Richtung, und man konnte es leicht dahin bringen, daſs die eine Hälfte des einen leuchtenden Streifens mit der Verlängerung der andern Hälfte des folgenden leuchtenden Streifens in einer Horizontallinie zusammenfiel. Diese Stellung blieb, wenn die Entladungen regelmäſsig erfolgten, unverändert, obschon beim Rotiren der Scheibe die Streifen selbst auf und nieder oscillirten. Es wurde stets die bewegliche Hälfte des Objectivs einmal aufwärts und sodann abwärts verschoben, bis die erwähnte Coincidenz der aufeinanderfolgenden Streifen eintrat. Die Differenz der Beobachtungen ergab also die *doppelte* Distanz der Streifen.

Das Objectiv des heliometrischen Apparates befand sich in einem Abstand von etwa 36^{ctm} von dem rotirenden Spiegel, die Verbindungslinie der Elektroden bei verschiedenen Versuchen in verschiedenen, meist nahezu 20^{ctm} betragenden Entfernung von demselben.

Um die bei den verschiedenen Stellungen des heliometrischen Apparates und Entladungsapparates beobachteten Entladungsabstände mit einander vergleichen zu können, mufste aus denselben die Zeit berechnet werden, welche zwischen zwei aufeinanderfolgenden Entladungen lag. — Es wurde hierzu folgende Einrichtung getroffen:

Auf der Verlängerung der Axe der Elektrisirmaschine war noch ein zweiter kleinerer Spiegel aufgesteckt, der um die Axe gedreht und durch eine seitliche Schraube in jeder Lage festgehalten werden konnte. Unter der Axe lag in einem Abstand von 253^{mm} von derselben in einer gegen die Axe senkrechten Ebene eine in Millimeter getheilte Scala, die in diesem zweiten Spiegel durch ein etwa $1\frac{1}{2}^{\mathrm{m}}$ von demselben entferntes Fernrohr beobachtet werden konnte. — Es wurden nun in dem heliometrischen Apparat die Hälften der Objectivlinse in die Nulllage gestellt; es wurde das Ocular entfernt und eine dünne matte Glasplatte eingeschoben, auf welcher etwa in einem Abstand von 20^{mm} zwei feine horizontale Linien gezogen waren. Die drehbare Scheibe der Elektrisirmaschine wurde darauf so gedreht, dafs das Bild der einen von hinten durch eine Kerzenflamme beleuchteten Elektrode durch eine dieser Linien gerade tangirt wurde. Der zweite kleine Spiegel auf der Axe wurde jetzt so gestellt, dafs der unter der Axe liegende Nullpunkt der Millimeterscala mit dem Horizontalfaden des auf den Spiegel gerichteten Fernrohres zusammenfiel. Nun wurde die Scheibe der Maschine gedreht, bis das Bild der Elektroden gerade bis zu dem zweiten Horizontalstrich auf der matten Glasplatte der heliometrischen Vorrichtung gewandert war, und wiederum der Scalentheil s beobachtet, der mit dem Horizontalfaden des auf den kleinen Spiegel gerichteten Fernrohrs

zusammenfiel. — Ist der Abstand der Millimeterscala von dem kleinen Spiegel gleich α, so ist demnach der Winkel φ, um den die Scheibe der Elektrisirmaschine gedreht werden mufste, um das Bild der Elektroden um den Abstand der beiden Striche auf der matten Glasplatte zu verschieben, durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{s}{\alpha}$$

gegeben. Nun wurde wiederum die Axe der Elektrisirmaschine in der Lage festgestellt, dafs das Bild der Elektroden, wie oben, mit dem ersten Strich auf der matten Platte zusammenfiel, und darauf die bewegliche Hälfte der Objectivlinse so lange verschoben, bis das durch diese Hälfte erzeugte Bild mit dem zweiten Strich coïncidirte. Dieser Versuch wurde wiederholt, indem abwechselnd die erste Einstellung an dem obern und untern Strich vorgenommen wurde. Ist hierbei die Verschiebung der verschiebbaren Hälfte der Objectivlinse gleich β^{mm}, so werden mithin 2 Entladungen, deren Abstand sich im Heliometerapparat gleich 1^{mm} ergeben hatte, aufeinander gefolgt seyn in einer Zeit, in der sich die Scheibe der Elektrisirmaschine um den Winkel $\frac{\varphi}{\beta}$ gedreht hatte. Da auch die Umdrehungszahl des Triebwerkes der Scheibe (meist 100 in der Minute), mithin die Umdrehungszahl der Scheibe selbst, 546 in der Minute, bekannt ist, so kann man die zur Umdrehung um den Winkel $\frac{\varphi}{\beta}$ erforderliche Zeit, d. h. die Zeit zwischen zwei im Abstand von 1^{mm} beobachteten Entladungen bestimmen.

Um einen Anhaltspunkt für die Kleinheit der Zeiträume zu gewinnen, die die einzelnen Entladungen bei den Versuchen trennen und mit grofser Schärfe zu beobachten sind, wollen wir einige Data aus den ersten der folgenden Versuchsreihen aufführen. So betrug u. A. bei mehreren Versuchen:

	a	s	φ	β	$\frac{\varphi}{\beta}$	t
I	255	28	$3^0\ 8^{min}$	7,75	$24{,}3^{mm}$	$0{,}000124^{sec}$
II	255	35	$3^0\ 59^{min}$	9,50	$25{,}2^{mm}$	$0{,}000128^{sec}$

Da bei den bessern Beobachtungen der gröfste Fehler für β allerhöchstens etwa $0{,}2^{mm}$ betrug, so kann die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Entladungen bis auf 0,000025 Sec. genau bestimmt werden.

Entladungsabstände, die mehr als 20^{mm} im Heliometer betrugen, konnten wegen der Beschränkung des Gesichtsfeldes nicht mehr beobachtet werden.

Kennt man die Menge E der Elektricität, welche in der Zeiteinheit von der Holtz'schen Maschine geliefert wird, und die man aus der Ablenkung der Nadel des in den Entladungskreis eingeschalteten Galvanometers berechnen kann; hat man die Zeiteindauer t_n zwischen zwei Entladungen bestimmt, also die in der Zeiteinheit erfolgende Zahl z der Entladungen $z = \frac{1}{t_n}$, so kann man hieraus die Elektricitätsmenge m berechnen, welche bei je einer Entladung zwischen den Elektroden übergeführt wird. Dieselbe ist demnach $m = E \, . \, t_n$.

Nachdem der Apparat auf diese Weise graduirt war, wurden die einzelnen, zur Erzielung einer Beobachtung erforderlichen Operationen in folgender Reihenfolge vorgenommen.

1) Das Heliometer wurde so eingestellt, dafs man das Spiegelbild der Elektroden bei richtiger Stellung des Spiegels deutlich sah; dann wurde 2) der Entladungsapparat mit Gas gefüllt und bis zu dem erforderlichen Drucke evacuirt. 3) Dieser Druck wurde mittelst des Kathetometers abgelesen. 4) Der Entladungsapparat wurde mit der im richtigen Takt in Thätigkeit gesetzten Elektrisirmaschine verbunden und der Entladungsabstand am Heliometer abgelesen. 5) Darauf wurde am Galvanometer die Nulllage des Magnets bestimmt; sodann dasselbe in den Schliefsungkreis an Stelle des Entladungsapparates eingefügt, und unter genauer Einhaltung des durch den Metro-

nom angegebenen Tempos der Drehung der Scheibe an der Elektrisirmaschine die Intensität des Stromes am Galvanometer abgelesen. 6) Schliefslich wurde noch einmal der Druck controlirt.

Die sämmtlichen Beobachtungen mufsten der grofsen Lichtschwäche der Entladungsbilder wegen im absolut dunkeln Raum vorgenommen werden; dieselben ermüdeten die Augen in hohem Grade. Die Untersuchungen wurden angestellt:

1) über den Einflufs der Intensität der Elektricitätsquelle;
2) über den Einflufs des Druckes der Gase, der Natur derselben, sowie der Materie der Elektroden;
3) über den Einflufs der Gröfse; des Abstandes und der Ableitung der Elektroden auf die Entladung.

§. 3. Einflufs der Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe der Elektrisirmaschine und der Menge der in der Zeiteinheit erzeugten Elektricität auf den Abstand der Entladungen.

a) Bei verschiedenen, im Folgenden zu erwähnenden Versuchsreihen wurde der Abstand der Entladungen gemessen, während die Scheibe der Maschine schneller oder langsamer in Bewegung gesetzt wurde, die Triebscheibe sich z. B. 60 bis 100 mal in der Minute drehte. Dabei blieb unter sonst gleichen Umständen der Abstand β der Entladungen ganz ungeändert. Es ist diefs ein Beweis dafür, *dafs die bei der Drehung der Scheibe der Elektrisirmaschine um einen gegebenen Winkel φ erzeugte Elektricitätsmenge innerhalb der Gränzen der Beobachtungen von der Drehungsgeschwindigkeit der Scheibe unabhängig ist.*

Unter den verschiedenen Umständen, oder bei gröfserer oder geringerer Entfernung der rotirenden und festen Scheibe der Holtz'schen Maschine voneinander, zeigt das in den Entladungskreis der Maschine eingeschaltete Galvanometer bei gleicher Drehungsgeschwindigkeit der rotirenden Scheibe verschieden starke Ablenkungen; die

in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt der Leitung fliefsenden Elektricitätsmengen sind also verschieden. Dann sind die Abstände der einzelnen Entladungen, unter sonst gleichen Verhältnissen, der durch das Galvanometer gemessenen Intensität des Stromes umgekehrt proportional: *Die Elektricitätsmengen, welche bei jeder Entladung zwischen den Elektroden übergeführt werden, sind demnach, bei sonst gleichen Verhältnissen, bei gleichem Druck und gleichem Abstand der unverändert gebliebenen Elektroden stets dieselben.* — Dies zeigen unter andern auch folgende Versuche:

Zwei kleine Platinkugeln von 3,5^{mm} Durchmesser im Abstande von 9,2^{mm} in trockner Luft.

Druck	Intensität I	Abstand A der Entladungen	$A.\,I$
29,8	30	9,7	290
30,3	29,5	10,0	295
31,1	25	12,0	300
31,3	33	8,9	294
31,7	32	9,5	304
31,9	40	7,5	300
32,4	30	10,0	300
32,7	24,5	12,7	311

Man kann also aus den bei einer Iutensität I_1 beobachteten Entladungsabständen A_1, die bei der Intensität I_0 sich ergebenden Abstände A_0 direkt nach der Formel $A_0 = \frac{I_1}{I_0} A_1$ berechnen.

§. 4. Einflufs des Druckes, der Natur der Gase und der Elektroden auf die Entladungen.

Direct gesehen bieten die zwischen den Elektroden des Entladungsapparates im luftverdünnten Raum übergehenden Entladungen die im Allgemeinen bekannten Erscheinungen dar. Sind die beiden Elektroden zunächst gleich grofs und beide in gleicher Weise mit den Käm-

men der Holtz'schen Maschine verbunden, so geht die Entladung in Gestalt eines röthlich leuchtenden Konoïds von der vordern Fläche der positiven Elektrode aus zu der negativen Elektrode hin. Je kleiner der Druck ist, desto gröfser wird die Stelle der Elektrode, welche als Ausgangspunkt der leuchtenden Entladung dient, desto mehr verbreitert sich dieselbe gegen die negative Elektrode, von der sie durch einen ganz dunklen Raum getrennt ist.

Bei höheren Drucken erscheint die positive Entladung nur wie eine feine Lichtlinie; der dunkle Raum wird kleiner mit wachsendem Druck. Die negative Elektrode ist, wenn ihr Durchmesser klein ist, bei sehr geringen Drucken ganz von blauem Glimmlicht bedeckt, welches aus zwei durch einen dunklern Raum getrennten Schichten besteht. Dasselbe zieht sich bei stärkern Drucken immer mehr gegen die vordere Fläche der Elektrode zusammen, besitzt daselbst aber stets eine gröfsere Ausbreitung, als die positive Entladung an der positiven Elektrode. Bei niederen Drucken zeigt schon der directe Anblick der Entladungen, besser noch die Zerlegung ihres Lichtes durch einen Spectralapparat, dafs nur das Gas selbst an der Entladung Theil nimmt; die leuchtenden Linien der glühenden Metalle der Elektroden treten nicht auf.

Beim Stickstoff und der Luft, wo das blaue Glimmlicht sehr bedeutend von der röthlich leuchtenden, positiven Entladung durch die äufsere Farbenerscheinung unterschieden ist, zeigt sich bei letzterer das volle Stickstoffspectrum zweiter Ordnung (Wellenspectrum), während das Glimmlicht nur 3 Linien zeigt, welche zwar nicht mit den hellsten Linien des gewöhnlichen Stickstoffspectrums übereinstimmen, indefs doch in demselben ebenfalls sich vorfinden. Es scheint diefs nur ein neuer Beweis für die vielfach bestätigte Erfahrung zu seyn, dafs die Gase an der positiven und negativen Elektrode verschieden hohe Temperaturen annehmen, da es bekannt ist, dafs mit abnehmender Temperatur einzelne helle Linien des Spectrums schneller an Intensität verlieren als andere. Ein directer

Einfluſs der verschiedenen Elektricitäten auf die Farbe des leuchtenden Gases braucht nicht angenommen zu werden.

Betrachtet man die Gesammtentladung in dem rotirenden Spiegel, so ergiebt sich, daſs mit abnehmendem Druck die Abstände der einzelnen Entladungen kleiner werden. Indeſs erfolgte *schon bei den geringsten Drucken*, welche verwendet wurden ($\frac{1}{2}$ bis $\frac{1}{4}^{mm}$), die Ueberführung der continuirlich entwickelten Elektricität der Holtz'schen Maschine zwischen den Elektroden stets durch einzelne *discontinuirliche Entladungen*. — Die einzelnen Bilder der zwischen den Elektroden übergehenden Entladungen sind ganz scharf und einfach, durch dunkle Zwischenräume von einander getrennt; sie erscheinen nicht breiter als die Entladung selbst und sind nicht von kleineren Partialentladungen begleitet. Bei etwas höheren Drucken (5^{mm} und mehr) zeigen sie sich als ganz scharf gezeichnete Lichtlinien. Nur das Bild des Glimmlichtes an der negativen Elektrode erscheint bei sehr schwachen Drucken in der Richtung der Drehung zuweilen ein wenig verlängert, ohne daſs indeſs die einzelnen Bilder einander berühren. Es dauert dann also an der negativen Elektrode die mit Glimmlicht übergehende Entladung etwas länger an, als die von der positiven Elektrode ausgehende Entladung. Hiernach *finden in den vorliegenden Fällen continuirliche elektrische Entladungen im luftverdünnten Raum nicht statt*, und zur Erzeugung jeder solcher Entladung ist eine bestimmte endliche Spannungsdifferenz erforderlich.

a) Einfluſs des Druckes der Gase.

Die folgenden Tabellen enthalten einige Messungen über den Einfluſs des Druckes der Gase auf die Abstände der einzelnen Entladungen. In denselben bezeichnet p den jedesmal am Manometer abgelesenen Druck, y den am Heliometer beobachteten doppelten Abstand zweier Entladungsbilder, J die am Galvanometer abgelesene Intensität des Elektricitätsstromes. Es wurden entweder die beiden Elektroden isolirt mit den Zuleitern der Holtz'-

schen Maschine verbunden, oder die eine derselben noch außerdem durch einen Kupferdraht zur Gasleitung des Zimmers abgeleitet. Die den Beobachtungsreihen beigefügten, durch den einen von uns (R. Rühlmann) berechneten Werthe der Abstände y der Entladungen sind aus der nach mehrfachen Versuchen von ihm als geeignet erfundenen Formel:

$$y = A + Bp - Cp^{-2}$$

abgeleitet, bei welcher die Summe der Fehlerquadrate sich kleiner ergab, als bei andern ähnlichen Formeln, wie $y = A + Bp + Cp^2$, oder $y = A + Bp - \frac{C}{p}$ u. s. f. Diese Formel mußte den Bedingungen entsprechen, daß bei Annäherung des Druckes an Null die Abstände der Entladungen schnell abnehmen, bei höhern Drucken dagegen immer mehr den Drucken proportional wachsen. Bei der Berechnung der Constanten A, B, C wurden diejenigen Beobachtungen unberücksichtigt gelassen, welche sichtlich größere Fehler enthielten.

Reihe I und II. Trockne und kohlensäurefreie atmosphärische Luft. Elektroden zwei kleine, nahezu gleiche Messingkugeln von resp. B) 3,08^{mm} und A) 2,92^{mm} Durchmesser. Abstand der vordersten Punkte der Elektroden 9,95^{mm}. Das Galvanometer ist nur bei diesen Reihen (nicht bei den folgenden) dauernd mit dem Entladungsapparat in den Schließungskreis eingeschaltet. Ein Scalentheil des Heliometers entspricht einem Zeitintervall von 0,00017 Secunden.

Reihe I. Elektrode A positiv, Elektrode B negativ.

Reihe I.

Druck p in mm Quecksilber	Entfernung y zweier Entladungsbild., gemessen am Heliometer	Intensität J beobachtet am Galvanometer	Entfernung zweier Entladungsb., reducirt auf d. Intensit. 43	Berechneter Werth nach der Interpolationsformel	Abweichung
11,9	2,4	44	2,5	2,6	— 0,1
16,2	3,6	44	3,7	3,7	± 0,0
19,4	3,9	44	4,0	4,2	— 0,2
25,4	4,5	44	4,6	4,9	— 0,3
32,3	5,4	44	5,5	5,6	— 0,1
35,4	5,7	44,5	5,8	5,9	— 0,1
39,1	6,0	45	6,2	6,2	± 0,0
43,4	6,4	45	6,6	6,5	+ 0,1
49,8	6,9	44	7,1	7,0	+ 0,1
54,9	7,2	44,3	7,4	7,5	— 0,1
61,1	7,7	45	8,0	7,8	+ 0,2
65,8	8,1	45,5	8,4	8,2	+ 0,2
71,4	8,7	44	8,9	8,6	+ 0,3
82,4	9,1	44	9,3	9,3	± 0,0
84,6	9,6	44	9,8	9,5	+ 0,3
94,6	10,0	44	10,2	10,2	± 0,0
99,2	10,3	44	10,5	10,5	± 0,0
104,7	10,4	44	10,6	10,9	— 0,3
108,2	11,4	42,2	11,2	11,1	+ 0,1
112,3	11,9	40	11,7	11,4	+ 0,3
122,5	12,3	42,2	12,1	12,1	± 0,0
129,5	13,2	41,5	12,4	12,6	— 0,2
135,8	13,7	41,5	12,9	13,1	— 0,2
145,1	14,4	42	13,5	13,7	— 0,2

Reihe II. Elektrode B positiv, Elektrode A negativ.

Reihe II.

Druck p in mm Quecksilber	Entfernung y zweier Entladungsbild., gemessen am Heliometer	Intensität J beobachtet am Galvanometer	Entfernung zweier Entladungsbild., reducirt auf d. Intensit. 43	Berechneter Werth nach der Interpolationsformel	Abweichung
13,4	2,0	43	2,0	1,7	+ 0,3
17,3	3,2	43	3,2	3,0	+ 0,2
24,1	3,6	43	3,6	4,2	— 0,6
28,1	4,5	43	4,5	4,7	— 0,2
29,5	4,9	43,5	4,9	4,9	± 0,0
32,1	4,8	43	4,8	5,2	— 0,4
32,4	5,3	43	5,3	5,2	+ 0,1

Druck p in mm Quecksilber	Entfernung y zweier Entladungsbild., gemessen am Heliometer	Intensität J beobachtet am Galvanometer	Entfernung zweier Entladungsbild., reducirt auf d. Intensit. 43	Berechneter Werth nach der Interpolationsformel	Abweichung
37,9	5,9	43,3	5,9	5,8	+ 0,1
41,1	6,4	43,5	6,4	6,1	+ 0,3
43,0	6,6	43	6,6	6,3	+ 0,3
46,5	6,8	43	6,8	6,7	+ 0,1
51,0	7,1	43,5	7,1	7,1	± 0,0
52,3	7,4	43	7,4	7,2	+ 0,2
55,4	7,2	42,5	7,2	7,5	— 0,3
60,3	8,0	43	8,0	8,0	± 0,0
67,7	8,4	43	8,4	8,6	— 0,2
74,6	8,6	43	8,6	9,2	— 0,6
92,2	10,8	44	11,0	10,8	+ 0,2
102,0	11,7	43	11,7	11,7	± 0,0
115,5	13,0	43	13,0	12,9	+ 0,1

Die zur Berechnung der Beobachtungen angewendeten Interpolationsformeln waren:

$$\text{I)}\quad y = 3{,}70 + 0{,}0687\,p - 282{,}6\,p^{-2}$$

$$\text{II)}\quad y = 2{,}78 + 0{,}0875\,p - 404{,}7\,p^{-2}$$

Reihe III und IV. Trockne nnd kohlensäurefreie atmosphärische Luft. Elektroden zwei gröfsere polirte Messingkugeln von resp. *A*) 14,3 und *B*) 13,9mm Durchmesser. Abstand ihrer vordersten Punkte 11,78mm.

Reihe III und IV.

Druck p in mm Quecksilber	Entfernung y zweier Entladungsbild., gemessen am Heliometer	Intensität J beobachtet am Galvanometer	Entfernung zweier Entladungsbild., reducirt auf d. Intensit. 40	Berechneter Werth nach der Interpolationsformel	Abweichung
III.					
Gröfsere Elektrodenkugel positiv, kleinere negativ.					
6,4	3,4	34	3,0	3,0	± 0,0
10,0	6,1	35	5,4	4,9	+ 0,5
12,8	6,6	35,5	5,9	5,7	+ 0,2
15,8	7,2	35	6,4	6,5	— 0,1
20,9	8,7	36	7,7	7,7	± 0,0
23,2	9,5	36	8,6	8,3	+ 0,3
28,0	10,1	36	9,1	9,2	— 0,1

Druck *p* in mm Quecksilber	Entfernung *y* zweier Entladungsbild., gemessen am Heliometer	Intensität *J* beobachtet am Galvanometer	Entfernung zweier Entladungsbild., reducirt auf d. Intensit. 40	Berechneter Werth nach der Interpolationsformel	Abweichung
34,9	11,6	37	10,6	10,6	± 0,0
39,5	12,5	36	11,4	11,6	— 0,2
44,3	13,2	36,5	12,2	12,6	— 0,4
48,6	14,6	37	13,5	13,6	— 0,1
54,7	15,9	36,5	14,7	14,7	± 0,0
60,4	17,1	37,5	16,0	15,9	+ 0,1
66,0	18,5	38	17,4	17,1	+ 0,3
71,7	18,8	39	17,9	18,2	— 0,3
IV.					
Gröfsere Elektrodenkugel negativ, kleinere positiv.					
8,2	4,3	39,5	4,2	4,1	+ 0,1
11,3	5,4	39	5,3	5,6	— 0,3
15,6	6,8	39,5	6,7	7,4	— 0,7
19,9	8,0	43	8,6	8,9	— 0,3
22,5	9,8	40	9,8	9,6	+ 0,2
24,2	9,0	44	9,9	10,1	— 0,2
26,9	9,7	44	10,7	10,7	± 0,0
29,6	10,6	45	11,8	11,4	+ 0,4
30,3	11,5	41	11,7	11,6	+ 0,1
32,9	10,9	45	12,1	12,1	± 0,0
36,3	11,7	45	13,0	13,0	± 0,0
39,5	13,6	39	13,5	13,6	— 0,1
40,4	12,5	45	13,9	13,9	± 0,0
46,7	15,0	41,5	15,6	15,3	+ 0,3
50,8	15,4	40,5	15,7	16,1	— 0,4
55,5	16,7	42	17,2	17,2	± 0,0
56,1	16,6	42,5	17,4	17,4	± 0,0
60,2	17,7	43	19,0	18,3	± 0,7
68,1	18,4	43	19,8	20,1	— 0,3

Ein Scalentheil entspricht 0,00018 Sec. Die Interpolationsformeln sind für

Reihe III. $y = 4{,}20 + 0{,}245\,p - 138{,}9\,p^{-2}$

„ IV. $g = 4{,}04 + 0{,}1652 - 146{,}0\,p^{-2}$.

Reihe V und VI. Apparat wie bei Reihe II. Abstand der vordersten Punkte der Kugeln 9,45mm. Ein Scalentheil des Heliometers entspricht 0,00018 Secunden.

Reihe V und VI.

Druck p in mm Quecksilber	Entfernung y zweier Entladungsbild., gemessen am Heliometer	Intensität J, beobachtet am Galvanometer	Entfernung zweier Entladungsbild., reducirt auf Intensität 40	Berechneter Werth nach der Interpolationsformel	Abweichung
V.					
Gröfsere Elektrode positiv, kleinere negativ.					
8,3	5,3	35	4,7	4,2	+ 0,5
11,3	6,1	35	5,5	5,9	— 0,4
16,3	7,0	36	6,3	7,4	— 1,1
21,3	8,5	37	7,9	9,0	— 1,1
26,4	9,9	37	9,2	10,3	— 1,1
30,4	13,3	36	12,3	11,5	+ 0,8
33,5	15,0	36	13,6	12,3	+ 1,3
38,2	15,6	36	14,4	13,5	+ 0,9
42,9	16,1	37	14,9	14,6	+ 0,3
48,3	17,1	37	15,8	16,0	— 0,2
54,3	18,0	36,5	17,1	17,5	— 0,4
61,2	20,1	38,5	19,1	19,2	— 0,1
66,7	21,1	38	20,0	20,5	— 0,5
71,4	22,8	38	21,6	21,6	± 0,0
VI.					
Gröfsere Elektrode negativ, kleinere positiv.					
8,3	3,8	37	3,5	3,3	+ 0,2
18,6	6,7	36,5	6,2	6,6	— 0,4
22,7	8,4	36,5	7,6	7,5	+ 0,1
27,8	9,1	37,5	8,5	8,5	± 0,0
31,2	9,8	37	9,1	9,1	± 0,0
37,2	11,0	36	10,2	10,1	+ 0,1
40,7	11,3	36	10,5	10,7	— 0,2
46,3	12,0	37	11,3	11,6	— 0,3
50,7	13,2	38	12,3	12,3	± 0,0
57,5	14,3	38	13,3	13,5	— 0,2
64,1	16,1	38	15,0	14,5	+ 0,5
68,8	16,5	38	15,4	15,4	± 0,0

Die Interpolationsformeln sind für

Reihe V : $y = 3{,}45 + 0{,}2062\,p - 76{,}2\,.\,p^{-2}$

„ VI : $y = 5{,}09 + 0{,}2219\,p - 217{,}1\,.\,p^{-2}$,

Reihe VII und VIII. Die Elektroden sind zwei ungleich grofse Messingkugeln von resp. *A*) 14,35 und *B*) 9,15mm Durchmesser. Abstand ihrer vordersten Punkte 4,55mm.

Ein Scalentheil des Heliometers entspricht 0,00018 Secunden. Nur wenn die gröfsere Kugel als positive, die kleinere als negative Elektrode dient, erhält man sichere Resultate, im umgekehrten Falle werden die Entladungen sehr unregelmäfsig.

Reihe VII und VIII.

Druck p in mm Quecksilber	Entfernung y zweier Entladungsbild., gemessen am Heliometer	Intensität J, beobachtet am Galvanometer	Entfernung zweier Entladungsbild., reducirt auf Intensität 40	Berechneter Werth nach der Interpolationsformel	Abweichung
VII.					
	Gröfsere Elektrode positiv, kleinere negativ.				
11,9	3,1	43	3,3	2,2	+ 1,1
15,0	3,8	43,5	4,2	3,7	+ 0,5
17,1	4,0	44	4.4	4,3	+ 0,1
20,0	4,3	44	4,7	5,0	— 0,3
24,7	5,2	44	5,7	6,0	— 0,3
25,8	5,2	44	5,7	6,3	— 0,6
29,7	6,3	44	6,9	7,1	— 0,2
32,8	7,1	43	7,8	7,7	+ 0,1
37,2	7,8	44	8,4	8,4	± 0,0
41,2	8,4	43,5	9,2	9,1	+ 0,1
46,4	9,6	43	10,4	10,0	+ 0,4
51,1	9,9	43	10,6	10,7	— 0,1
54,7	10,5	42,5	12,2	11,3	+ 0,9
59,3	11,2	43,5	12,2	12,0	+ 0,2
63,5	11,6	45	13,0	12,7	+ 0,3
67,1	11,6	44	12,8	13,2	— 0,4
79,4	13,1	43	14,4	15,1	— 0,7
VIII.					
	Gröfsere Elektrode negativ, kleinere positiv.				
18,6	4,6	39,5	4,5		
21,5	5,2	39,5	5,1		
24,5	6,1	40	6,1		
28,1	7,0	40	7,0		
30,8	9,4	42	9,8		
35,2	10,3	42,5	10,9		
39,9	11,5	44	12,6		
41,9	10,0	44	11,0		

Für die erste dieser Reihen ist die Interpolationsformel:

Reihe VII $p = 2,89 + 0,1543 . p - 348,8 p^{-2}$.

Einige der in den einzelnen Reihen enthaltenen Resultate sind in Fig. I Taf. III graphisch dargestellt. Die Abscissen bezeichnen den Druck, die Ordinaten die beobachteten Abstände der Entladungen. Die einzelnen Curven sind mit der Zahl der Beobachtungsreihe bezeichnet. Die nähere Betrachtung dieser Curven ergiebt, dafs *bei gleicher Zufuhr der Elektricität zu den Elektroden die Abstände der einzelnen Entladungen*, *also die zur Erzeugung einer Entladung erforderlichen Elektricitätsmengen mit steigenden Drucken zunehmen. Dieses Zunehmen findet von den niedersten Drucken an erst schnell, dann wieder langsamer statt*; *bei etwas höhern Drucken vergröfsern sich die Entladungsabstände nahezu proportional dem Ansteigen des Druckes.* Dasselbe Gesetz folgt auch aus den später zu erwähnenden Versuchen über die Entladungen in verschiedenen Gasen. Es behält auch seine Gültigkeit beim Ableiten der einen der beiden Elektroden zur Erde.

(Schlufs im nächsten Heft.)

V. *Zur Theorie des Polaristrobometers und des drehenden Nicols;*
von H. G. van de Sande Bakhuyzen,

Prof. d. Physik am Polytechnicum zu Delft.

Jedem, der mit dem Polaristrobometer von Wild Beobachtungen angestellt hat, ist es bekannt, dafs die Unterschiede der Ablesungen in den vier Quadranten niemals genau gleich 90°, 180° oder 270° sind, und auch die abgelesenen Drehungen der Polarisationsebene meistens Differenzen von mehreren Minuten zeigen, welche nicht Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden können. Bei den genauen Bestimmungen der Drehungsconstante des Zuckers von Wild in seiner Abhandlung „über ein neues Polaristro-

bometer und eine neue Bestimmung der Drehungsconstante des Zuckers, Bern 1865. S. 48 seq.“ betragen diese Unterschiede sogar bis 20′.

Zur Erklärung sagt Wild S. 49: „Es ist dies unzweifelhaft dem Umstande zuzuschreiben, daſs das Verschwinden der Farbfransen durchweg nicht in einem verticalen, sondern in einem gegen die horizontalen Fransen etwas geneigten Querstreif erfolgt, und daſs ich dann in der Regel das Verschwinden der Fransen nicht am Kreuzungspunkt der Faden, sondern in dem obern von denselben gebildeten spitzen Winkelfelde beobachtete. Das Mittel aus diesen verschiedenen Winkeln muſs indessen den richtigen Drehungswinkel geben.“ Diese Erklärung kann nicht sehr befriedigend genannt werden, denn beobachtet man in allen Quadranten das Verschwinden an der nämlichen Stelle in dem obern Winkelfelde, so ist a priori kein Grund anzugeben, warum die Differenz der Ablesungen nicht genau 90°, 180° oder 270° betragen sollte; beobachtet man dagegen in den verschiedenen Quadranten das Verschwinden an verschiedenen Stellen des Sehfeldes, so ist es gar nicht gerechtfertigt, das Mittel der Beobachtungen als den richtigen Werth des Drehungswinkels anzusehen.

Da bei meinen Messungen mit dem Polaristrobometer, trotz aller Sorgfalt, genau das Verschwinden der Fransen in der Mitte des Feldes zu beobachten, auch die genannten Unterschiede mit groſser Constanz hervortraten, meinte ich die Wild'sche Erklärung nicht als die richtige ansehen zu müssen, und es schien mir wünschenswerth bei der groſsen Genauigkeit der Bestimmungen, welche mit dem vorzüglichen Instrumente zu erreichen ist, die Ursache dieser Fehler streng zu untersuchen. Sie kann gelegen seyn: 1) in dem vertheilten Kreise, 2) in der Construction und Aufstellung des drehbaren Nicols, 3) in den Kalkspathplatten des Savart'schen Polariskops.

Um Theilung und Excentricität des Kreises zu untersuchen, brachte ich einen zweiten Nonius diametral gegen-

über dem ersten an, und las beide in verschiedenen Ständen ab. Das Resultat war, daſs die Theilungs- und Excentricitätsfehler bei meinem Instrumente kaum eine Minute betrugen. So blieb mir daher nichts anderes übrig, als durch Rechnung den Einfluſs zu bestimmen von etwaigen Fehlern, welche in den beiden andern Theilen des Instrumentes vorkommen konnten, und diese mit den beobachteten Differenzen zu vergleichen. In wie weit es auf diesem Wege gelang, befriedigende Resultate zu erhalten, möge aus dem Folgenden hervorgehen.

Fehler des drehenden Nicols.

Der Forderung, daſs die Drehung des Nicol'schen Prismas wirklich gleich sey der Drehung der Polarisationsebene des austretenden Strahles, wird nur Genüge gethan, wenn:

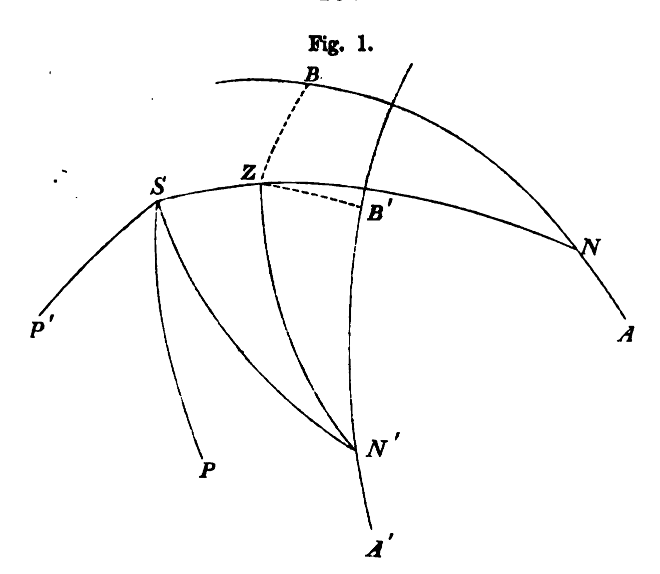
1) Drehungsaxe und austretender Strahl zusammenfallen,
2) beide in dem Hauptschnitte der hinteren Hälfte des Nicols gelegen sind.

Im allgemeinen wird aber in dieser Hinsicht das Prisma mit Fehlern behaftet seyn, deren Einfluſs wir im folgenden berechnen.

Sey Fig. I der Durchschnitt einer Kugeloberfläche mit Flächen und Linien, welche resp. parallel dem Hauptschnitte, der optischen Axe usw. durch den Mittelpunkt der Kugel gebracht sind, und seyen, wenn wir die Flächen und Linien statt ihre Durchschnitte setzen:

Z die Drehungsaxe,
S der austretende Strahl,
A und A' die optische Axe der hintern Hälfte des Nicols,
N und N' die Normale der Austrittsfläche,
ANB und $A'N'B'$ der Hauptschnitt,
ZB und $Z'B'$ ein senkrechter Bogen aus Z auf ANB oder $A'N'B'$ niedergelassen.

Fig. 1.



Die Buchstaben ohne Accent beziehen sich auf den besonderen Stand des Nicols, wobei die Normale der Austrittsfläche mit Drehungsaxe und Strahl in einer Fläche liegen; die Buchstaben mit Accent beziehen sich auf einen willkürlichen Stand des Nicols.

Sey ferner:

$$NB = N'B' = p,$$
$$ZB = Z'B' = \chi,$$
$$ZS = \qquad \psi$$

und die Drehung des Nicols:

$$N'ZN = \alpha,$$

worin χ und ψ kleine Gröfsen sind, wovon nur die erste und zweite Potenz in Rechnung gebracht werden.

Man hat dann sofort für die Einfallswinkel:

$$SN = p + \psi + \frac{\chi^2}{2\,\mathrm{tg}\,p} \quad . \; . \; . \; . \quad (1),$$

$$SN' = p + \psi \cos\alpha + \frac{1}{2\,\mathrm{tg}\,p}(\psi^2 \sin^2\alpha + \chi^2) \quad (2)$$

und für die Azimuthe der Einfallsebenen in Beziehung zu den Hauptschnitten:

$$SNB = \frac{\chi}{\sin p} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (3),$$

$$SN'B' = \frac{\chi}{\sin p} + \psi\frac{\sin\alpha}{\sin p} - \psi^2\frac{\sin\alpha\cos\alpha\cos p}{\sin^2 p} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4).$$

Jetzt muſs bestimmt werden, welche die Polarisationsebenen des Strahles S sind, falls der Hauptschnitt ANB oder $A'N'B'$ ist. Wir bedienen uns dabei der Formeln, welche Neumann in Bd. 42 dieser Annalen S. 8 für die Intensitäten der durchgelassenen und reflectirten Strahlen bei einem doppelt brechenden Medium mit einer Axe gegeben hat, und deren Richtigkeit durch experimentelle Untersuchungen von Neumann, Wild u. a., wenigstens so weit die Wahrnehmungsfehler es gestatten, zur Genüge bewiesen ist.

Sey φ der Einfallswinkel eines Strahles in der Luft, φ_o und φ_e die Brechungswinkel des ordinären und extraordinären Strahles, β der Azimuth des einfallenden Strahles in Beziehung zum Hauptschnitte des Krystalls, ν der Winkel zwischen der optischen Axe und der Normalen zur brechenden Oberfläche, dann ist der Azimuth der Polarisationsebene des einfallenden Strahles, wenn nur der extraordinäre Strahl durchgeht, also die Intensität des ordinären Strahles gleich Null ist, gegeben durch folgende Formel, worin $90 - A$ der Winkel zwischen Polarisationsebene und Einfallsebene ist:

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin\nu\sin(\varphi+\varphi_e)\sin\beta}{\cos\nu\cos\varphi_e\sin^2\varphi_o - \sin\nu\sin\varphi_e\cos\beta\cos^2\varphi_o + \cos\nu\sin\varphi_e\sin\varphi\cos\varphi - \sin\nu\cos\varphi_e\cos\beta\sin\varphi\cos\varphi} \quad (5).$$

Bei dem Nicol'schen Prisma ist dann auch $90 - A$ der Winkel zwischen Polarisationsebene und Austrittsebene des austretenden polarisirten Strahles, da in diesem Falle im Krystall auch die Intensität des ordinären Strahles gleich Null ist.

In dieser Formel müssen jetzt noch φ_o und φ_e in φ und andere constante Größen übergeführt werden.

Sey $\frac{1}{\mu}$ der Brechungsindex des ordinären, $\frac{1}{\pi}$ der Brechungsindex des extraordinären Strahles senkrecht zur Axe, dann ist:

$$\sin \varphi_o = \mu \sin \varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

und

$$\sin^2 \varphi_e = \sin^2 \varphi \left[\pi^2 + (\mu^2 - \pi^2)(\cos \nu \cos \varphi_e + \sin \nu \sin \varphi_e \cos \beta)^2\right] \quad . \quad . \quad . \quad (7).$$

Eine Formel, wodurch unmittelbar φ_e in φ und bekannte Größen umgewandelt wird, und welche daher nach Substitution in den Werth von tg A, auch A explicite in bekannten Größen kennen lehrt, kann hieraus nicht abgeleitet werden. Wir können uns jedoch mit Näherungsformeln begnügen, und dadurch die Sache vereinfachen. Wenn man die Formeln (5) und (7) anwendet, auf den Fall durch Fig. I vorgestellt, so wird:

SN oder $SN' = \varphi$
AN „ $A'N' = \nu$
SNB „ $SN'B' = \beta$.

Da ferner φ und χ kleine Größen sind, ist auch β eine kleine Größe der ersten Ordnung, und ebenso, wie Formel (5) zeigt, tg A. Berechnet man dann tg A bis kleine Größen der zweiten Ordnung, so daſs die der dritten und höheren Ordnung nicht mehr aufgenommen werden, so genügt es, φ_e bis auf Größen der ersten Ordnung zu bestimmen. In Formel (7) darf man daher cos β gleich 1 setzen, und bekommt dann nach einigen Reductionen:

$$\sin^2 \varphi_e = \frac{M \sin^2 \varphi + NP \sin^4 \varphi + 2 P \sin^3 \varphi \sin \nu \cos \nu \sqrt{(M - \mu^2 \pi^2 \sin^2 \varphi)}}{(1 + P \sin^2 \varphi)^2 - 4 P \sin^2 \nu \sin^2 \varphi},$$

worin:

$$M = \mu^2 \cos^2 \nu + \pi^2 \sin^2 \nu,$$
$$N = \mu^2 \cos^2 \nu - \pi^2 \sin^2 \nu,$$
$$P = \mu^2 - \pi^2.$$

Dieser Werth von φ_e in (5) substituirt giebt für A eine schwierig zu behandelnde Form; wir werden daher auf eine andere Art verfahren, indem wir für μ, ν und π ihre numerischen Werthe setzen. Nach Rudberg sind für den Streifen D:

$$\frac{1}{\mu} = 1{,}65850, \qquad \frac{1}{\pi} = 1{,}48635.$$

Die stumpfen Winkel des Kalkspathrhomboëders, woraus das Nicol geschnitten ist, werden gleich 105° 5′ angenommen, dann ist der Winkel zwischen der optischen Axe und den stumpfen Rhomboëderkanten 63° 44′ 55″. Bei Bearbeitung des Prismas wird aber die Aus- und Eintrittsfläche unter einem Winkel von ungefähr 68° zu den stumpfen Kanten abgeschliffen, so daſs dann die Normale und die optische Axe einen Winkel von ungefähr 41° 45′ mit einander bilden. Nehmen wir an, daſs bei dem fraglichen Nicol'schen Prisma der Winkel von Austrittsfläche und stumpfer Kante genau gleich 68° ist, so ist ν gleich 41° 44′ 50″. Von diesen Werthen von μ, π und ν ausgehend, findet man:

$$\sin^2 \varphi_e = \frac{0{,}40306 + 0{,}05620 \sin \varphi \sqrt{(1 - 0{,}40829 \sin^2 \varphi)} - 0{,}00015 \sin^2 \varphi}{1 - 0{,}02019 \sin^2 \varphi + 0{,}00794 \sin^4 \varphi} \sin^2 \varphi \quad . \; . \; . \quad (8).$$

Bei dem Nicol wird der austretende Strahl, dessen man sich bei den Messungen bedient, ungefähr mit den stumpfen Kanten des Rhomboëders oder den Längskanten des Prismas parallel, und daher der Winkel φ zwischen Strahl und Normale wenig von 22° verschieden seyn. Sey deshalb $\Phi = 22^0$ und $\varphi = \Phi + \Delta\varphi$, worin $\Delta\varphi$ eine kleine Gröfse der ersten Ordnung ist, und nennen wir die bei Φ gehörigen Werthe der Brechungswinkel des ordinären und extraordinären Strahles Φ_o und Φ_e, die bei φ gehörige $\varphi_o = \Phi_o + \Delta\varphi_o$ und $\varphi_e = \Phi_e + \Delta\varphi_e$, dann folgt nach einigen Reductionen und Berechnungen mit Aufnahme der Gröfsen erster Ordnung aus Formel (8):

$$\varphi_e = \Phi_e + \Delta\varphi_e = 14^0\, 7'\, 44'' + 0{,}639\, \Delta\varphi,$$

und aus Formel (6):

$$\varphi_o = \Phi_o + \Delta\varphi_o = 13^0\, 3'\, 15'' + 0{,}5740\, \Delta\varphi.$$

Bringen wir diese Werthe von φ_o und φ_e, sowie auch den Werth von ν gleich 41° 44′ 50″ in die Formel (5), dann wird tg A ausgedrückt durch bekannte Gröfsen und die kleinen Gröfsen erster Ordnung $\Delta\varphi$ und β. Mit Aufnahme Gröfsen zweiter Ordnung bekommt man alsdann:

$$A = -1{,}4104\, \beta - 1{,}5934\, \beta \,.\, \Delta\varphi \quad . \;.\; . \quad (9).$$

Es bleibt jetzt noch übrig β und $\Delta\varphi$ in den Fehlern χ und ψ des Nicols auszudrücken. Der Winkel β ist der Azimuth SNB oder $SN'B'$ (Fig. 1) des austretenden Strahles, also im ersten Stande des Nicols, wenn ANB der Hauptschnitt ist:

$$\beta = \chi \frac{1}{\sin p},$$

im zweiten Stande nach Drehung von d^0, wenn $A'N'B$ der Hauptschnitt ist:

$$\beta' = \chi \frac{1}{\sin p} + \psi \frac{\sin d}{\sin p} - \psi^2 \frac{\sin d \cos d \cos p}{\sin^2 p}.$$

Der Winkel $\varphi = 22^0 + \Delta\varphi$ ist der Austrittswinkel SN oder SN' des Strahles, deshalb in den zwei Ständen des Nicols:

$$22^0 + \varDelta\varphi = p + \psi + \frac{\chi^2}{2\,\mathrm{tg}\,p}$$

und

$$22^0 + \varDelta\varphi' = p + \psi\cos d + \frac{1}{2\,\mathrm{tg}\,p}(\psi^2\sin^2 d + \chi^2),$$

oder $p - 22^0 = m$ setzend:

$$\varDelta\varphi = m + \psi + \frac{\chi^2}{2\,\mathrm{tg}\,p}$$

und

$$\varDelta\varphi' = m + \psi\cos d + \frac{1}{2\,\mathrm{tg}\,p}(\psi^2\sin^2 d + \chi^2).$$

Man bekommt also:

$$A = -\frac{1{,}4104}{\sin p}\chi - \frac{1{,}5934}{\sin p}\chi(m + \psi)$$

und

$$A' = -\frac{1{,}4104}{\sin p}\left(\chi + \psi\sin d - \psi^2\frac{\sin d\cos d\cos p}{\sin p}\right)$$

$$-\frac{1{,}5934}{\sin p}(\chi + \psi\sin d)(m + \psi\cos\delta) \quad . \; . \quad (10)$$

Hieraus läfst sich leicht die Beziehung zwischen Drehungswinkel des Nicols und Drehungswinkel der Polarisationsebene ableiten.

Wenn in Figur 1 die Polarisationsebene des austretenden Strahles im ersten Stande des Nicols SP, im zweiten Stande SP' ist, so wird:

$$PSN = 90 - A,$$
$$P'SN' = 90 - A',$$

deshalb

$$P'SP = A - A' + N'SN.$$

In dem sphärischen Dreieck SZN' ist:

$$SN' = p + \psi\cos d + \frac{1}{2\,\mathrm{tg}\,p}(\psi^2\sin^2\alpha + \chi^2),$$

$$ZN' = p + \frac{\chi^2}{2\,\mathrm{tg}\,p}$$

und

$$SZN' = 180^0 - d,$$

woraus mit Weglassung der Gröfsen dritter und höherer Ordnung folgt:

$$N'SZ = N'SN = d - \frac{\sin d}{\mathrm{tg}\,p}\psi + \frac{(\cos^2 p + 1)\sin 2d}{4\sin^2 p}\psi^2.$$

Also ist die Drehung $D = P'SP$ der Polarisationsebene:

$$D = \frac{1{,}4104}{\sin p}\left(\psi \sin d - \psi^2 \frac{\sin 2d \cos p}{2 \sin p}\right)$$
$$+ \frac{1{,}5934}{\sin p}\left(m\psi \sin d + \frac{1}{2}\psi^2 \sin 2d - \chi\psi\,(1 - \cos d)\right)$$
$$+ d - \frac{\sin d}{\operatorname{tg} p}\,\psi + \frac{(\cos^2 p + 1)\sin^2 d}{4 \sin^2 p}\,\psi^2 \qquad (11).$$

Nimmt man in dieser Gleichung den Werth von $p = 22^0 + \varDelta\varphi - \psi - \frac{\chi^2}{2 \operatorname{tg} p}$, so ist mit Berücksichtigung der Gröfsen zweiter Ordnung:

$$D = d + 1{,}2899 \sin d \,.\, \psi + 0{,}7805 \sin 2d \,.\, \psi^2$$
$$- 4{,}2535\,(1 - \cos d)\,\chi\psi + 2{,}0611 \sin d \,.\, m\psi \quad (12)$$

und

$$d = D - 1{,}2899 \sin D \,.\, \psi + 0{,}0514 \sin 2D\psi^2$$
$$+ 4{,}2535\,(1 - \cos D)\,\chi\psi - 2{,}0611 \operatorname{sio} D . \mathrm{m}\psi \quad (13).$$

Bei einem anderen Drehungswinkel d', wenn die Polarisationsebene $P''S$ ist, bekommt man analoge Werthe für d' und $P''SP = D'$, und wenn man jetzt die Drehung $P''SP'$ der Polarisationsebene von einem willkürlichen Stande ausgehend R, die abgelesene Drehung des Nicols r nennt, so ist:

$$R = D' - D, \; r = d' - d$$

und

$$r = R - p\,[\sin(D+R) - \sin D]\,\psi + q\,[\sin 2\,(D+R)$$
$$- \sin 2D]\,\psi^2 - S\,[\cos(D+R) - \cos D]\,\chi\psi$$
$$- t\,[\sin(D+R) - \sin D]\,m\psi \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (14)$$

worin

$p = 1{,}2899$ $q = 0{,}0514$ $S = 4{,}2535$ $t = 2{,}0611$ ist.

Berechnung des Fehlers durch unrichtige Stellung der Kalkspathplatten des Savart'schen Polariskops.

Die eigentlichen Fransen, die man beim polarisirten Lichte durch das Savart'sche Polariskops erblickt, verschwinden, wenn die Polarisationsebene des einfallenden Strahles solch einen Stand hat, dafs dieser Strahl durch die erste Kalkspathplatte nicht doppelt gebrochen wird,

sondern nur als ordentlicher oder aufserordentlicher Strahl durchgeht. Die in diesem Momente bei homogenem Lichte auftretenden Querfransen lasse ich unberücksichtigt, da sie wohl die Beobachtung erschweren, aber keinen Einflufs ausüben auf den Stand der Polarisationsebene, bei welchem das Verschwinden der Hauptfransen stattfindet. Es mufs deshalb bestimmt werden, welches bei einem mit Fehlern behafteten Plattenpaar die Lage des einfallenden Strahles seyn mufs, damit er nur als ordentlicher oder als aufserordentlicher Strahl durch die erste Platte durchgelassen wird.

Den Formeln Neumann's (Pogg. Ann. Bd. 42, S. 8) zufolge geht der aufserordentliche oder der ordentliche Strahl nur dann durch, mit andern Worten ist die Intensität des ordentlichen oder aufserordentlichen Strahles dann gleich Null, wenn die Azimuthe der Polarisationsebene γ oder γ' bestimmt sind durch:

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{\cos\nu\cos\varphi_e\sin^2\varphi_o - \sin\nu\sin\varphi_e\cos\beta\cos^2\varphi_o + \cos\nu\sin\varphi_e\sin\varphi\cos\varphi - \sin\nu\cos\varphi_e\cos\beta\sin\varphi\cos\varphi}{\sin\nu\sin(\varphi+\varphi_e)\sin\beta} \quad (15)$$

und

$$\operatorname{tg}\gamma' = -\frac{\sin\nu\sin\beta(\sin\varphi\cos\varphi_e + \sin\varphi_e\cos\varphi_o)}{(\cos\nu\sin\varphi_o - \sin\nu\cos\varphi_e\cos\beta)\sin(\varphi+\varphi_o)} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (16).$$

Formel (15) gilt, wenn nur der aufserordentliche, Formel (16), wenn nur der ordentliche Strahl durchgeht.

Wie vorher bezeichnen wiederum φ_o und φ_e die Brechungswinkel des ordinären und extraordinären Strahles, deren Werthe noch in φ und bekannte Gröfsen übergeführt werden müssen, durch die schon erwähnte Formel

$$\sin \varphi_o = \mu \sin \varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

und

$$\sin^2 \varphi_e = \sin^2 \varphi \, [\pi^2 + (\mu^2 - \pi^2)(\cos \nu \cos \varphi_e + \sin \nu \sin \varphi_e \cos \beta)^2] \quad . \quad (7).$$

Wenden wir jetzt diese Formeln an auf das Savart'sche Polariskop. Kommen dabei keine Fehler vor, so fällt die Normale mit dem eintretenden Strahl zusammen, und die optische Axe macht damit einen Winkel von 45°. Sey aber in Wirklichkeit der Winkel der optischen Axe zur Normalen N (Figur 2) oder Bogen $AN = \nu = 45° + \delta$,

Figur 2.



der Eintrittswinkel des Strahles S oder Bogen $NS = \varphi = i$ und der Azimuth der Einfallsebene in Beziehung zum Hauptschnitte, oder Winkel $SNA = \beta$, worin i und δ kleine Gröſsen erster Ordnung sind; φ_o und φ_e sind dann auch kleine Gröſsen erster Ordnung, und deshalb ist der Nenner in der Formel sowohl für $\operatorname{tg} \gamma$ wie für $\operatorname{tg} \gamma'$ auch eine kleine Gröſse derselben Ordnung. Um γ und γ bis Gröſsen zweiter Ordnung inclusive genau zu bestimmen, muſs man deshalb φ_o und φ_e bis Gröſsen dritter Ordnung berechnen.

Nach Substitution von $\varphi = i$ und $\nu = 45 + \delta$ in (6) und (7) bekommt man nach einigen Reductionen:

$$\sin \varphi_o = \mu i - \tfrac{1}{6} \mu i^3,$$

$$\sin \varphi_e = i \sqrt{\frac{\mu^2 + \pi^2}{2}} - i\delta \frac{\mu^2 - \pi^2}{\sqrt{2(\mu^2 + \pi^2)}} + i^2 \frac{2(\mu^2 - \pi^2)\cos \beta}{2}$$
$$- i\delta^2 \frac{(\mu^2 - \pi^2)^2}{2(\mu^2 + \pi^2)\sqrt{2(\mu^2 + \pi^2)}} + i^3 \frac{(\mu^2 \cos 2\beta - \pi^2)(\mu^2 - \pi^2)}{4\sqrt{2(\mu^2 + \pi^2)}}.$$

Bringt man diese Werthe in Formel (15), so findet man:

$$\operatorname{tg}\gamma = -\cot\beta + \frac{2\mu^2+\sqrt{2(\mu^2+\pi^2)}}{2+\sqrt{2(\mu^2+\pi^2)}}\,\frac{i}{\sin\beta} + \frac{8-6(1-\mu^2)(\pi^2-\mu^2)-3(\mu^2+\pi^2)(1-2\mu^2)+(6\mu^2+1)\sqrt{2(\mu^2+\pi^2)}}{3[2+\sqrt{2(\mu^2+\pi^2)}]^2}\,i^2\cot\beta$$
$$-\frac{4[\mu^4+3\mu^2\pi^2+3\mu^2+\pi^2+(3\mu^2+\pi^2)\sqrt{2(\mu^2+\pi^2)}]}{[2+\sqrt{2(\mu^2+\pi^2)}]^2\sqrt{2(\mu^2+\pi^2)}}\,\frac{i\delta}{\sin\beta} \quad \ldots\ldots \quad (17)$$

Setzt man hierin für μ und π ihre Werthe:

bei Kalkspath $\frac{1}{\mu} = 1{,}65850$

$\frac{1}{\pi} = 1{,}48635,$

so ist:

$$\gamma = 90^0 + \beta + 0{,}61165\,i\,.\sin\beta + 0{,}71717\,i^2\cos\beta\sin\beta - 1{,}20679\,i\delta\,.\sin\beta \quad \ldots \quad (18).$$

Den Azimuth γ' des Strahles wenn nur der ordentliche Strahl durchgeht, findet man auf ähnliche Weise durch:

$$\operatorname{tg}\gamma' = \operatorname{tg}\beta\left\{1 + \frac{\mu i}{\cos\beta} - \frac{(1-2\mu)\cos^2\beta - 2\mu^2}{2\cos^2\beta}\,i^2 - 2\mu\frac{i\delta}{\cos\beta}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (19),$$

oder nach Substitution durch:

$$\gamma' = \beta + 0{,}60295\,i\sin\beta + 0{,}23325\,i^2\sin 2\beta - 1{,}20590\,\delta\,.\,i\sin\beta \quad \ldots \quad (20).$$

Der Winkel $\gamma - \gamma'$ oder die Drehung, welche man der Polarisationsebene des einfallenden Strahles geben muſs, um in zwei aufeinander folgenden Quadranten das Verschwinden der Fransen hervorzurufen, ist:

$$\gamma - \gamma' = 90 + u\sin\beta.i + v\sin 2\beta.i^2 - w\sin\beta.\delta i \quad \ldots\ldots \quad (21)$$

worin:

$$u = 0{,}00870,\ v = 0{,}12534 \text{ und } w = 0{,}00089.$$

Um nacheinander das Verschwinden der Fransen im ersten und dritten, oder zweiten und vierten Quadranten hervorzurufen, mufs immer die Polarisationsebene 180° gedreht werden.

Wir sind jetzt durch die Formeln (14) und (21) im Stande die Beziehungen niederzuschreiben zwischen den abgelesenen Drehungen des Nicols bei dem Wild'schen Polaristrobometer und den wirklichen Drehungen der Polarisationsebene durch eine in das Instrument gebrachte Substanz.

Seyen die Ablesungen, wenn die Fransen in der Mitte des Feldes verschwinden ohne eingelagerte drehende Materie, in den vier Quadranten P_0, P_{90}, P_{180} P_{270}, und nachdem die drehende Substanz eingeführt, Q_0, Q_{90}, Q_{180}, Q_{270}. Sey weiter die wirkliche Drehung dieser Substanz R, so ist, wenn nacheinander in Formel (14) für R gesetzt wird:

R, $90^0 + u \sin\beta \,.\, i + v \sin 2\beta \,.\, i^2 - w \sin\beta \,.\, \delta i$,
$R + 90 + u \sin\beta \,.\, i + v \sin 2\beta \,.\, i^2 - w \sin\beta \,.\, \delta i$, 180^0,
$R + 180^0$, $270^0, + u \sin\beta \,.\, i + v \sin 2\beta \,.\, i^2 - w \sin\beta \,.\, \delta i$,
und $R + 270 + u \sin\beta\, i + v \sin 2\beta \,.\, i^2 - w \sin\beta \,.\, \delta i$.

$$P_0 = P_0$$

$$\begin{aligned} Q_0 = P_0 + R &- p\,[\sin(D+R) - \sin D]\,\psi \\ &+ q\,[\sin 2\,(D+R) - \sin 2D]\,\psi^2 \\ &- s\,[\cos(D+R) - \cos D]\,\psi\chi \\ &- t\,[\sin(D+R) - \sin D]\,\psi\, m. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{90} = P_0 &+ 90 + u \sin\beta \,.\, i + v \sin 2\beta \,.\, i^2 \\ &- w \sin\beta \,.\, \delta i - p\,[\cos D - \sin D]\,\psi \\ &+ p\,u \sin\beta \sin D \,.\, i\,\psi - 2q \sin 2D \,.\, \psi^2 \\ &+ s\,[\sin D + \cos D]\,\psi\chi - t\,[\cos D - \sin D]\,\psi\, m. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{90} = P_0 &+ R + 90 + u \sin\beta\, i + v \sin 2\beta \,.\, i^2 \\ &- w \sin\beta \,.\, \delta i - p\,[\cos(D+R) - \sin D]\,\psi \\ &+ p\,u \sin\beta \sin(D+R)\, i\,\psi - q\,[\sin 2(D+R) \\ &+ \sin 2D]\,\psi^2 + s\,[\sin(D+R) + \cos D]\,\chi\,\psi \\ &- t\,[\cos(D+R) - \sin D]\,\psi\, m. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{180} = P_0 &+ 180 + 2p \sin D \,.\, \psi + 2s \cos D \,.\, \psi\chi \\ &+ 2t \sin D \,.\, \psi\, m \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22). \end{aligned}$$

$$Q_{180} = P_0 + R + 180 + p\,[\sin(D+R) + \sin D]\,\psi$$
$$+ q\,[\sin 2(D+R) - \sin 2D]\,\psi^2$$
$$+ s\,[\cos(D+R) + \cos D]\,\psi\chi$$
$$+ t\,[\sin(D+R) + \sin D]\,\psi m.$$

$$P_{270} = P_0 + 270 + u \sin\beta\,.\,i + v \sin 2\beta\, i^2 - w \sin\beta\,.\,\delta i$$
$$+ p\,[\cos D + \sin D]\,\psi - p\,u \sin\beta \sin D\, i\,\psi$$
$$- 2q \sin 2D\,\psi^2 - s\,[\sin D - \cos D]\,\psi\chi$$
$$+ t\,[\cos D + \sin D]\, m\,\psi.$$

$$Q_{270} = P_0 + R + 270 + u \sin\beta\, i + v \sin 2\beta\, i^2$$
$$- w \sin\beta\,.\,\delta\, i + p\,[\cos(D+R) + \sin D]\,\psi$$
$$- p\,u \sin\beta \sin(D+R)\,.\,i\,\psi - q\,[\sin 2(D+R)$$
$$+ \sin 2D]\,\psi^2 - s\,[\sin(D+R) - \cos D]\,\psi\chi$$
$$+ t\,[\cos(D+R) + \sin D]\,\psi m.$$

Die abgelesenen Drehungswinkel in den 4 Quadranten $r_0 = Q_0 - P_0$, $r_{90} = Q_{90} - P_{90}$ usw. sind dann:

$$r_0 = R - p\,[\sin D\,(+R) - \sin D]\,\psi + q\,[\sin 2(D+R)$$
$$- \sin 2D]\,\psi^2 - s\,[\cos(D+R) - \cos D]\,\chi\psi$$
$$- t\,[\sin(D+R) - \sin D]\,\psi m.$$

$$r_{90} = R - p\,[\cos(D+R) - \cos D]\,\psi - q\,[\sin 2(D+R)$$
$$- \sin 2D]\,\psi^2 + s\,[\sin(D+R) - \sin D]\,\chi\psi$$
$$- t\,[\cos(D+R) - \cos D]\,\psi m$$
$$+ p\,u \sin\beta\,[\sin(D+R) - \sin D]\, i\,\psi.$$

$$r_{180} = R + p\,[\sin(D+R) - \sin D]\,\psi + q\,[\sin 2(D+R)$$
$$- \sin 2D]\,\psi^2 + s\,[\cos(D+R) - \cos D]\,\psi\chi$$
$$+ t\,[\sin(D+R) - \sin D]\,\psi m \quad . \; . \; . \quad (23)$$

$$r_{270} = R + p\,[\cos(D+R) - \cos D]\,\psi - q\,[\sin 2(D+R)$$
$$- \sin 2D]\,\psi^2 - s\,[\sin(D+R) - \sin D)\,\psi\chi$$
$$+ t\,[\cos(D+R) - \cos D)\,\psi m$$
$$- p\,u \sin\beta\,[\sin(D+R) - \sin D]\, i\,\psi;$$

woraus:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{2}(r_0 + r_{180}) = R + q\,[\sin 2(D+R) - 2D]\,\psi^2 \\ \frac{1}{2}(r^{90} + r_{270}) = R - q\,[\sin 2(D+R) - 2D]\,\psi^2 \end{array}\right\} (24)$$

und

$$\tfrac{1}{4}(r_0 + r_{90} + r_{180} + r_{270}) = R \quad . \; . \quad (25).$$

Wie vorher angegeben, ist in diesen Formeln:

$$p = 1{,}2899,$$
$$q = 0{,}0514,$$
$$s = 4{,}2535,$$
$$t = 2{,}0611,$$
$$u = 0{,}0087,$$
$$v = 0{,}1253,$$
$$w = 0{,}0009;$$

ψ, χ und m haben Beziehung auf die Austrittsfläche des drehenden Nicols, und zwar ist:

ψ der Winkel zwischen Drehungsaxe und dem austretenden Strahl,

χ der Winkel zwischen Drehungsaxe und Hauptschnitt,

$22^0 + m$ der Winkel zwischen der optischen Axe und der Projection der Drehungsaxe auf den Hauptschnitt.

δ, i und β haben Beziehung auf die Eintrittsfläche des Kalkspathplattenpaars des Savart'schen Polariskops, und zwar ist:

$45^0 + \delta$ der Winkel zwischen der optischen Axe und der Normalen auf der Eintrittsfläche,

i der Eintrittswinkel des Strahles,

β der Azimuth der Einfallsebene in Beziehung zum Hauptschnitte.

Weiter ist D der Winkel zwischen einer beim Nicol constanten Fläche und der Polarisationsebene des aus dem Nicol tretenden Strahles, wenn ohne drehende Substanz die Fransen verschwinden.

Aus den Formeln geht hervor dafs, so wie Wild vermuthet, der Einflufs der verschiedenen Fehler, incl. der Gröfsen zweiter Ordnung aufgehoben wird, wenn man das Mittel der Ablesungen in den vier Quadranten nimmt. Mit grofser Sicherheit mag man aber auch annehmen, dafs die Fehler aufgehoben werden, wenn man das Mittel nimmt aus den abgelesenen Drehungen in zwei diametralen Quadranten. Die Gröfsen erster Ordnung und die Mehrzahl der Gröfsen zweiter Ordnung sind dann eliminirt, in dem Resultate kommt nur der Fehlerausdruck $q\,[\sin 2(D+R) - \sin 2D]\,\psi^2$ vor, wovon der gröfste Werth $2q\psi^2$ oder

$0{,}1028\,\psi^3$ fast immer viel kleiner ist als die Gröfse, welche man noch in Rechnung zu bringen hat; denn der gröfste Unterschied zwischen den Bestimmungen der Drehungswinkel in zwei Quadranten $2p\psi$ oder $2{,}5798\,\psi$ ist, wie aus den Beobachtungen von Wild und anderen hervorgeht, niemals 1°. Nehmen wir daher im ungünstigsten Fall $\psi = \frac{1}{2}°$, so wird $0{,}102\,\delta\psi^2$ ungefähr 1,7 Secunden, eine Gröfse viel kleiner als die unvermeidlichen Beobachtungsfehler, und welche bei den Messungen mit dem Polaristrobometer sicher vernachlässigt werden darf.

Vergleichen wir jetzt die Theorie mit den Beobachtungen. Zu dem Zwecke werden wir aus den Beobachtungen den Werth berechnen der verschiedenen Constanten, wovon die Fehler abhängen, und hiemit die abgelesenen Winkel verbessern. Aus der Uebereinstimmung oder Nichtübereinstimmung der so verbesserten Gröfsen, wird dann die Richtigkeit oder Unrichtigkeit des angenommenen Fehlerausdruckes hervorgehen. Es wird bei dieser Rechnung genügen nur die Gröfsen erster Ordnung aufzunehmen, da die der zweiten so klein sind, dafs ihre Bestimmung aus den Beobachtungen mit dem Polaristrobometer vollkommen illusorisch seyn würde.

Zur Bestimmung von ψ und D benutzt man am besten mit Vernachlässigung von $\chi\psi$ und $i\psi$:

$$\left.\begin{aligned} P_{180} - P_0 - 180 &= 2(p+tm)\sin D\,.\,\psi \\ P_{270} - P_{90} - 180 &= 2(p+tm)\cos D\,.\,\psi \\ Q_{180} - Q_0 - 180 &= 2(p+tm)\sin(D+R)\,.\,\psi \\ Q_{270} - Q_{90} - 180 &= 2(p+tm\ \cos)(D+R)\psi. \end{aligned}\right\} \quad (26)$$

Zur Bestimmung von $u\sin\beta.i$ kann man sich bedienen von:

$$\left.\begin{aligned} \tfrac{1}{2}(P_{270} + P_{90} - P_{180} - P_0) - 90 &= u\sin\beta i, \\ \tfrac{1}{2}(Q_{270} + Q_{90} - Q_{180} - Q_0) - 90 &= u\sin\beta i \end{aligned}\right\} \quad (27).$$

Wegen der Kleinheit $u = 0{,}0087$ wird $u\sin\beta i$ wohl nicht genau aus den Beobachtungen abzuleiten seyn.

Zu dieser Vergleichung von Theorie und Beobachtung verwenden wir die genauen Bestimmungen der Drehungs-

constante des Zuckers von **Wild** in seiner genannten Schrift „Ueber ein neues Polaristrobometer" usw. S. 48 seq. Es werden da fünf Beobachtungsserien mitgetheilt, eine auf zehn, vier auf vier, fünf oder sechs Einstellungen beruhend. In der ersten Serie weicht die Ablesung bei leerer und voller Röhre ungefähr $2^{\circ},2$ ab von den nämlichen Ablesungen in den folgenden Serien; wahrscheinlich hat zwischen beiden eine kleine Aenderung des Instrumentes stattgefunden, so dafs die erste und die folgenden Serien gesondert berechnet werden müssen.

Nimmt man sowohl von ψ als von D und von $u \sin\beta . i$ das Mittel der beiden Werthe, welche nach den Formeln (26) aus allen Beobachtungen von **Wild** berechnet sind, so bekommt man:

	ψ	D	$u \sin\beta . i$	
1ste Serie	$14',3$	$79^{\circ},8$	$-0',5$	aus 20 Einstellungen,
2te bis 5te Serie	$13',0$	$67^{\circ},7$	$+0',5$	aus 40 Einstellungen.

Der Werth von $u \sin\beta . i$ ist so klein, dafs der Einflufs der Beobachtungsfehler sicher viel gröfser ist; wir werden denn auch einfach $u \sin\beta . i$ gleich Null annehmen.

Mit diesem Werth habe ich nach den Formeln (22) und (23) die Verbesserungen der verschiedenen Ablesungen bestimmt, und von diesen verbesserten Ablesungen und Drehungswinkeln folgende mittlere Fehler berechnet; daneben sind zur Vergleichung die mittleren Fehler der unverbesserten Ablesungen und Drehungswinkel gestellt, wenn man annimmt, dafs die Unterschiede in den verschiedenen Quadranten nur von zufälligen Beobachtungsfehlern herrühren.

	Verbessert	Unverbessert	Zahl der Werthe.
Mittlere Fehler einer Ablesung . .	$3',41$	$18',08$	40
Mittlere Fehler eines Drehungswinkels bestimmt aus zwei Ablesungen in einem Quadranten	$5',69$	$13',02$	20
Mittlere Fehler eines Drehungswinkels bestimmt aus acht Ablesungen in vier Quadranten	$2',04$	$2',04$	5.

Berechnet man hieraus den mittleren Fehler eines Drehungswinkels aus acht Ablesungen in vier Quadranten, so bekommt man:

	Verbessert	Unverbessert
aus den einfachen Ablesungen	2',40	13',49
aus den Drehungswinkeln durch zwei Ablesungen in einem Quadranten bestimmt	2',84	6',51
aus den Drehungswinkeln durch acht Ablesungen in vier Quadranten bestimmt	2',04	2',04
Mittel:	2',51.	

Aus diesen Zahlen sieht man: 1) dafs die Unterschiede der Ablesungen in den verschiedenen Quadranten nicht allein durch zufällige Beobachtungsfehler erklärt werden müssen, und dafs sie gröfstentheils durch die angebrachten Verbesserungen aufgehoben werden; 2) dafs wirklich die Verbesserungen vorgestellt werden durch eine Formel ähnlich derjenigen, welche wir aus der Theorie abgeleitet haben, denn sonst würden die mittleren Fehler eines Drehungswinkels aus acht Ablesungen in vier Quadranten, auf drei verschiedene Weisen berechnet, nicht die Uebereinstimmung zeigen, welche man beobachtet, sondern Abweichungen darbieten, wie man sie bei den mittleren Fehlern der unverbesserten Ablesungen sieht.

Die Ursache der Differenzen zwischen den drei Werthen 2',40, 2',84 und 2',04 mufs man sicher gröfstentheils oder ganz, in der kleinen Zahl der Werthe suchen, woraus besonders der letztere mittlere Fehler abgeleitet ist; das Mittel 2',5 wird nicht viel von dem wirklichen Werth abweichen. Der mittlere Fehler einer Einstellung ist dann 3',5. Der Drehungswinkel 40°,287 der normalen Zuckerlösung von Wild aus 30 Bestimmungen, jede in vier Quadranten abgeleitet, hat dann einen mittleren Fehler von $\frac{2,5}{\sqrt{30}} = 0',46 = 0^{\circ},0077$, die Drehungsconstante 1505,64 einen mittleren Fehler von 0,29.

Die Vergleichung der Theorie mit den Beobachtungen bestätigt, wie aus dem vorigen hervorgeht, die erstere genügend; man darf dann mit Recht behaupten, das bei dem Polaristrobometer keine anderen constanten Fehler vorkommen als die, welche wir in die Theorie aufgenommen haben. Ihr Einfluſs wird, incl. der Gröſsen zweiter Ordnung, vollständig aufgehoben, wenn man das Mittel aus den Bestimmungen in vier Quadranten nimmt, und auch wenn nicht vollständig, doch bei der gewöhnlichen Construction der Instrumente mit genügender Genauigkeit, wenn man das Mittel nimmt aus den Bestimmungen in zwei diametralen Quadranten.

Natürlich kann man die mitgetheilten Berechnungen von dem Einfluſs der Fehler des Nicols auch anwenden bei allen denjenigen Instrumenten, wobei ein drehbares Nicol'sches Prisma vorkommt, Photometer usw. Wenn man also mit diesen Instrumenten zwei Beobachtungen anstellt in diametralen Quadranten, was immer möglich ist, wird man das Mittel, in so weit dies oben angegeben ist, als unabhängig von den genannten Fehlern, deren Einfluſs sonst ziemlich groſs seyn kann, betrachten dürfen.

Delft, December 1871.

Nachschrift.

Bei dem Polaristrobometer, dessen Wild sich bei seinen Messungen bedient hat, war, wie ich später sah, das Savart'sche Polariskop aus zwei Quarzplatten zusammengestellt. Dadurch werden die Werthe von u, r und w kleiner, so daſs es um so mehr gerechtfertigt ist, den Werth von $u \sin \beta i$ bei den Verbesserungen zu vernachlässigen. Zum Schluſs will ich noch bemerken, daſs alle ziemlich weitläufige Reductionen, wovon ich nur die Resultate mitgetheilt habe, doppelt gerechnet sind, so daſs man sie in dieser Hinsicht wohl als fehlerfrei betrachten kann.

VI. *Ueber die Bestimmung der Schmelz- und Erstarrungstemperatur der Fette;*

von Fr. Rüdorff.

Im 140. Bande dieser Annalen habe ich meine Ansicht über die Bestimmung der Schmelz- und Erstarrungstemperatur der Fette und ähnlicher Substanzen mitgetheilt. Ein Aufsatz des Hrn. Wimmel in Hamburg über dasselbe Thema im 142. Bande S. 171 dieser Annalen giebt mir Veranlassung auf diesen Gegenstand nochmals zurückzukommen, zumal Hr. Wimmel aus seinen Versuchen andere Schlüsse ziehen zu müssen glaubt, als zu denen ich gelangt bin.

Zu Versuchen über obiges Thema wurde ich veranlaſst durch die bei der Darstellung reinen Eisessigs gemachte Beobachtung[1]), daſs die Angaben vieler Lehrbücher der Chemie der Eisessig schmelze bei höherer Temperatur als bei der derselbe erstarre, auf einem Irrthum beruhe. Da sich bei fast allen Fetten ähnliche Angaben finden, so lag es mir nahe, auch die Schmelz- und Erstarrungstemperatur einiger Fette zu untersuchen. Es zeigte sich bald, daſs die Bestimmung der betreffenden Temperaturen bei den Fetten wegen ihrer physikalischen Beschaffenheit mit besondern Schwierigkeiten verbunden ist. Zugleich fiel mir die Analogie auf, welche die geschmolzenen Fette beim Erstarren mit den übersättigten und den gefrierenden Salzlösungen zeigten und eingedenk der groſsen Schwierigkeiten, welche sich einer genaueren Bestimmung des Gefrierpunkts einiger Salzlösungen entgegenstellten, gelangte ich bald zu der Ansicht, daſs es bei manchen Fetten unmöglich sey, ihren Schmelz- oder Erstarrungspunkt auch nur bis auf ganze Grade genau zu bestimmen, daſs aber bei vorsichtigem Experimentiren die Differenz in den Temperaturen des Schmelzens und Erstar-

1) Diese Annalen Bd. 140, S. 415.

rens mehr und mehr abnimmt, so dafs ich die noch bleibende, geringe Verschiedenheit in diesen Temperaturen auf die eigenthümliche physikalische Beschaffenheit (Zähigkeit und schlechtes Wärmeleitungsvermögen) des betreffenden Fettes schieben zu müssen glaubte. Ich habe deshalb den früher von mir beobachteten Zahlenwerthen kein allgemeines Interesse beigelegt, es schien mir vielmehr hinreichend, die Aufmerksamkeit auf die oben erwähnte Analogie zu lenken und auszusprechen, dafs die aus allen Zahlenangaben hervorgehende und von allen Beobachtern, auch von Hrn. Wimmel behauptete Verschiedenheit in der Schmelz- und Erstarrungstemperatur vieler Fette nur in der mangelhaften Bestimmungsmethode begründet sey.

Der oben citirte Aufsatz des Hrn. Wimmel veranlafst mich die von mir früher beobachteten Zahlenwerthe zugleich mit einigen neuerdings wiederholten Bestimmungen ausführlicher mitzutheilen. Es wird sich bei Vergleichung dieser Zahlen mit den Angaben des Hrn. Wimmel herausstellen, in wie weit letztere geeignet sind, Irrthümer in dieser Materie zu erregen. Ich habe es mir ganz besonders angelegen seyn lassen, den Grad der Zuverlässigkeit zu ermitteln, welchen die Bestimmung der Schmelz- und Erstarrungstemperatur der Fette beanspruchen kann und aus den weiter unten mitgetheilten Zahlen werden die Fehler sich ergeben, mit welchen derartige Angaben behaftet sind.

Die zur Bestimmung des Schmelzpunktes der Fette bisher vorgeschlagenen Methoden sehen sämmtlich einen gewissen Grad des Erweichens als Schmelzen an. Ich habe sie fast alle durchprobirt und mich überzeugt, dafs bei einigen Fetten mit keiner derselben auch nur einigermafsen übereinstimmende Resultate erhalten werden. Bei Anwendung der auch von Hrn. Wimmel stets befolgten Methode der Schmelzpunktsbestimmung, die festen Fette in Glasröhren, welche in Wasser eingestellt sind, durch Erwärmen des letzteren zum Emporsteigen zu bringen und die Temperatur als den Schmelzpunkt der Fette zu be-

trachten, bei welcher sie sich in Bewegung setzen, verfuhr ich in folgender Weise: Vier gleich weite, sehr dünnwandige Glasröhren von 3^{mm} Durchmesser wurden durch Aufsaugen bis zu 25^{mm} Höhe mit ein und demselben Japanwachs gefüllt und zugleich dicht neben einander in ein sehr geräumiges Becherglas mit Wasser gestellt. Um die Berührung der Röhren mit dem Boden des Glases zu vermeiden und um die Temperatur des Wassers, welches auf einem Sandbade erwärmt wurde, in den vom Boden etwas entfernten Schichten gleichmäſsig zu machen, befand sich etwa 40^{mm} vom Boden entfernt ein Drahtnetz, auf welchem die senkrecht stehenden Röhren ruhten. Zwischen den Röhren hing ein Thermometer, dessen Gefäſs in gleicher Höhe mit der Fettschicht sich befand. Das Wasser stand etwa 100^{mm} über dem Fett und ragten die bis auf das Fett leeren Röhren selbstverständlich aus dem Wasser hervor. Die gefüllten Röhren hatten mehre Tage, sich selbst überlassen, gelegen. Bei dem sehr langsamen Erwärmen stieg das Fett in den vier Röhren bei folgenden Temperaturen empor:

54,5 55,2 55,7 und 56°,1 C.

Bei Wiederholung des Versuchs mit denselben oder auch andern Röhren mit demselben, so wie auch andern Fetten erhielt ich Zahlen von noch geringerer Uebereinstimmung. Ob Hr. Wimmel bei Anwendung dieser Methode mehr übereinstimmende Resultate erhalten hat, oder ob die von ihm mitgetheilten Zahlen das Mittel aus mehreren Beobachtungen sind, geht aus seiner Arbeit nicht hervor.

Nachdem ich mich durch vielfältige, nach verschiedenen Seiten hin modificirte Versuche von der Unbrauchbarkeit dieser Methode überzeugt hatte, suchte ich den Schmelzpunkt dadurch zu bestimmen, daſs ich die Thermometerkugel mit einer Schicht des Fettes überzog, nach ein- bis zweitägigem Liegenlassen im Wasserbade erwärmte und die Temperatur notirte, bei welcher das Fett sich loslöste und aufstieg. Bei den meisten in dieser Weise untersuchten Fetten löste sich die Substanz nicht

mit einem Male, sondern dieses fand nur bruchstückweise statt. So löste sich bei einer Probe Paraffin das erste bei 53,1, das letzte und meiste bei 53°,7, bei einer anderen das erste bei 52,5, das letzte bei 53°,0 ab. Wenn man die Temperatur als den Schmelzpunkt der Fette definiren will, bei welcher dieselben soweit erweichen, daſs sie sich von einer damit überzogenen Thermometerkugel loslösen und im Wasser aufsteigen, so liegt der Schmelzpunkt des Paraffins zwischen 53,1 bis 53,7 respective bei 52,5 bis 53°,0, der des Japanwachses bei 50,4 bis 53°,5, des gelben Bienenwachses bei 63°,9, der Cacaobutter bei 33,5, der Stearinsäure, wie solche zu Kerzen angewandt wird, bei 56,0 bis 56°,4, des Wallraths bei 44,3, des Hammeltalgs bei 46,5 bis 47,4, des Rindertalgs bei 43,5 bis 45,0 und bei der Muskatbutter bei 78 bis 80 und in einem andern Versuch mit demselben Material bei 70°.

Der Versuch mit der Muskatbutter ist recht geeignet uns die Bedeutung des sogenannten Schmelzpunktes klar zu machen. Obschon dieses Fett bei 50° schon vollständig flüssig ist und sich leicht schütteln läſst und ein Stückchen desselben auf Wasser von 50° sofort auseinanderflieſst, so haftet es doch bei dem zähen Zustande, in welchem es sich selbst über 50° befindet, so fest am Thermometer, daſs es mitunter erst bei 20 bis 30° über dieser Temperatur sich ablöst und emporsteigt. Aehnlich verhält es sich mit dem Hammel- und Rindertalg, welche beide viele Grade über der Temperatur, bei welcher dieselben im Glaskölbchen erhitzt, leicht beweglich sind, so dünnflüssig werden, daſs dieselben sich von der Thermometerkugel loslösen oder in einer engen Glasröhre emporsteigen.

Wenn die nach dieser letzten Methode erhaltenen Schmelzpunkte auch bei manchen Fetten ein sehr wenig befriedigendes Resultat ergeben, so möchte sich dieselbe doch wegen ihrer leichten Handhabung, wenn man nun einmal durchaus den Schmelzpunkt bestimmen will, für technische Zwecke bei der Stearinsäure, dem Paraffin und

Wallrath mehr empfehlen als die durch Erwärmen der Fette in Glasröhren, und die im Folgenden unter dem Namen Schmelzpunkt mitgetheilten Zahlen sind nach dieser Methode erhalten. Ich möchte diese letztere Methode auch schon deshalb der ersteren vorziehen, weil bei derselben die Adhäsion des erweichten Fettes an dem festen Körper in weit beschränkterem Maſse stattfindet und man jedenfalls von dem durch die Weite der Röhre bedingten Fehler unabhängig ist. Ich will jedoch nicht unterlassen, darauf aufmerksam zu machen, daſs die Dicke der Fettschicht, mit welcher die Thermometerkugel überzogen ist, auf die Temperatur des Aufsteigens von sehr merklichem Einfluſs ist. Die oben mitgetheilten Zahlen wurden bei Anwendung einer Fettschicht von mehr als 3^{mm} Dicke erhalten.

Was nun die Bestimmung der Erstarrungstemperatur betrifft, so geschah dieselbe in der schon früher (diese Ann. Bd. 140 S. 419) angegebenen Weise durch Erkaltenlassen des geschmolzenen Fettes unter stetem Umschütteln. Notirt man den Gang des eingetauchten Thermometers von Minute zu Minute, so zeigt sich, daſs bei einigen Fetten die Temperatur bis zu einem gewissen Werthe sinkt, dann eine Zeitlang constant bleibt und von da an weiter sinkt. Diese constante Temperatur ist noch dadurch bemerkenswerth, daſs das Fett während der Dauer derselben erstarrt, so daſs diese Temperatur als der Erstarrungspunkt zu betrachten ist. Als Beispiel führe ich hier die mit Stearinsäure, wie solche zur Kerzenfabrikation verwandt wird, von Minute zu Minute beobachteten Temperaturen an:

60,0 56,7 56,1 55,6 55,3 55,2 55,2
55,2 55,2 55,2 55,1 55,0 54,9 54,8.

Bei 55,1 war die Masse fest. In derselben Weise erhielt ich für drei andere Sorten Stearinsäure die constanten Temperaturen . . . . 55,7 55,8 54°,5 C.

Für vier verschiedene Sorten
Paraffin . . . . 49,6 52,8 53,0 53°,3 C.

Für zwei Sorten Wallrath . .		43,7	44°,2.
Für drei Sorten gelbes Wachs	61,4	62,6	62°,8.
Für weifses Wachs			61°,6.

Bei diesen Fetten läfst sich der Erstarrungspunkt mit grofser Sicherheit und hinreichender Genauigkeit bestimmen. Dafs verschiedene Proben von Paraffin, Stearin und andere einen verschiedenen Erstarrungspunkt zeigen, ist bei der ungleichen Beschaffenheit derartiger Producte selbstverständlich.

Bei einer anderen Gruppe von Fetten und zwar vorzugsweise den eigentlichen Glyceriden, sinkt die Temperatur bis zu einem gewissen Grade, während die geschmolzene Masse mehr oder weniger erstarrt, dann steigt die Temperatur um mehrere Grade, wobei meistens ein völliges Festwerden eintritt. Die von Minute zu Minute notirten Temperaturen der geschmolzenen und unter Umschütteln erkaltenden Cacaobutter, mag das Verhalten der Fette dieser Gruppe zeigen:

30,0	28,7	27,9	26,5	25,4	24,5	23,6
22,8	22,4	22,2	22,2	22,2	22,4	22,6 °C.

Die Masse ist ganz fest geworden und die Temperatur steigt langsam auf 27°,8, welche Temperatur etwa ½ Stunde lang constant anhält, worauf ein langsames Sinken des Thermometers eintritt.

Dieses Sinken und wieder Steigen der Temperatur ist schon lange bekannt und namentlich auch von Hrn. Wimmel beobachtet. Derselbe zieht aus seinen Beobachtungen den Schlufs: „dieser Wendepunkt ist für jedes Fett ein ganz bestimmter und constanter, und es läfst sich gewifs rechtfertigen, ihn als den *natürlichen* Erstarrungspunkt zu bezeichnen.“ Das Maximum der Temperatur, auf welche das Thermometer beim Erstarren dieser Fette steigt, betrachtet Hr. Wimmel als einen zweiten Erstarrungspunkt, welchen er den *künstlichen* nennt. Von diesen beiden soll aber der natürliche der constantere und leichter zu bestimmende seyn. So würden denn einige Fette in ihrem

Verhalten gegen Wärme drei bemerkenswerthe Temperaturen zeigen: einen Schmelzpunkt und zwei Erstarrungspunkte. Wie es aber mit der Constanz des „natürlichen“ Erstarrungspunktes des Hrn. Wimmel beschaffen ist, wird aus Folgendem hervorgehen. Dieselbe Probe von Cacaobutter wurde wieder geschmolzen und der Gang des Thermometers während des Erkaltens beobachtet, die Temperatur sank auf 25°,5 und stieg dann auf 27°,7. Bei nochmaliger Wiederholung sank die Temperatur auf 23,2 und stieg auf 27,8 und bei der vierten Wiederholung auf 24,3 und stieg auf 27,8. Bei anderen Fetten wie Japanwachs, Muskatbutter, Rinder- und Hammeltalg zeigte sich eine ähnliche Constanz im natürlichen Erstarrungspunkt.

Es ist aber auch wohl von vorn herein klar, daſs die Temperatur, bis zu welcher sich die geschmolzenen Fette abkühlen lassen, und von welcher an wieder ein Steigen stattfindet, nicht constant seyn kann. Ich habe schon in der früheren Mittheilung darauf aufmerksam gemacht, daſs viele Fette beim Erstarren groſse Aehnlichkeit mit den übersättigten oder auch gefrierenden Salzlösungen zeigen. Wir können die geschmolzenen Fette betrachten als Auflösungen eines festen Fettes in einem bei gewöhnlicher Temperatur flüssigen. Die dickflüssige Beschaffenheit, sowie das schlechte Wärmeleitungsvermögen derselben läſst den Zustand des Ueberkaltens sehr leicht eintreten. Das Erstarren der Fette geschieht von der Gefäſswand aus, und je nachdem wir durch mehr oder weniger heftiges Bewegen schon feste Theilchen in die noch flüssige Masse bringen, werden diese als Kerne dienen, von denen aus sich das Erstarren fortpflanzt, und wir werden die flüssigen Fette auf eine um so niedrigere Temperatur abkühlen können, je weniger schon feste Theilchen mit noch flüssigen in Berührung kommen. Wenn auch bei ruhigem Stehenlassen sich im Allgemeinen die Temperatur mehr erniedrigt als beim Schütteln, so gelingt es selbst beim vorsichtigsten Abkühlen nicht, den Wendepunkt der Temperatur auch nur annähernd constant zu erhalten.

Bei meinen früheren Versuchen über das Gefrieren des Wassers aus Salzlösungen, habe ich den Gefrierpuukt in der Weise bestimmt, dafs ich die Lösung etwas unter den vorher annähernd ermittelten Gefrierpunkt abkühlte, durch Hineinwerfen eines Körnchens Schnee eine Eisbildung bewirkte und die Temperatur als den Gefrierpunkt notirte, auf welche das Thermometer während der Eisbildung stieg. Es leuchtet ein, dafs bei der Bestimmung des Erstarrungspunktes der Fette ein ganz ähnliches Verhältnifs obwaltet, beide zeigen das Phänomen des Ueberkaltens in demselben Maafse, nur steigt die Temperatur bei den Fetten in Folge ihrer zähen Beschaffenheit weit langsamer, als bei den Salzlösungen. Indessen stehen in dieser Beziehung die concentrirten Lösungen der leichtlöslichen Salze, wie z. B. des Mangansulfats, den Fetten nicht nach. Kühlt man eine solche Lösung viele Grade unter ihren Gefrierpunkt ab, und wirft mehrere Körnchen Eis hinein, so bilden sich in der Lösung zahlreiche Eisnadeln, und trotzdem läfst sich dieselbe noch weiter abkühlen bis die Temperatur derselben plötzlich, aber sehr langsam, steigt. Manche dieser Lösungen setzen einer genaueren Bestimmung des Gefrierpunktes ebenso unüberwindliche Schwierigkeiten entgegen, wie dieses das geschmolzene Hammel- und Rindertalg in Bezug auf den Erstarrungspunkt thut.

Manchen dieser Fette ähnlich verhält sich das unterschwefligsaure Natron. Schmilzt man in einem Glasgefäfs durch Eintauchen in heifses Wasser dieses Salz, läfst unter Umschütteln erkalten und wirft mehrere Stückchen des festen Salzes hinein, so bilden sich von etwa 47° an zahlreiche Krystallchen in der flüssigen Masse, die Temperatur sinkt aber noch immer und that dieses in einem Fall bis 46°,4, worauf dann ein Steigen eintritt auf 47°,9 bis 48°,0, welche Temperatur das Thermometer während längerer Zeit zeigt, bis ein fast völliges Erstarren eingetreten ist, so dafs diese Temperatur als der Erstarrungspunkt des unterschwefligsauren Natrons anzusehen ist.

Es ist also nicht der Wendepunkt der Temperatur

constant, sondern bei vielen Fetten ist es das Maximum, bis zu welchem die Temperatur beim Erstarren wieder steigt. Wie ich in der früheren Mittheilung gezeigt habe, ist eine solche constante Temperatur beim Japanwachs die von 50",8 und, wie aus obigen Zahlen hergeht, bei der Cacaobutter 27°,8, bei der Muskatbutter steigt die Temperatur auf 41°,8.

Um dieses Maximum der Temperatur, auf welches das Thermometer in den genannten Fetten steigt, zu erhalten, ist es aber nöthig, wie ich früher gezeigt habe, dafs man das Fett bei möglichst niedriger Temperatur schmilzt, so dafs noch Theilchen ungeschmolzenen Fettes in der bereits flüssigen Masse schwimmen und dann unter Umschütteln abkühlen läfst. Hierbei tritt nur eine sehr geringe Abkühlung unter den Erstarrungspunkt ein, und die Temperatur steigt dann um höchstens 1 bis 2 Grade. In der folgenden Tabelle sind die oben mitgetheilten Zahlenwerthe zusammengestellt, wozu ich noch bemerke, dafs die hinter einem Fett befindlichen verschiedenen Zahlen sich auf ebenso viele Sorten des Fettes beziehen, ferner, dafs den unter der Rubrik Schmelzpunkt befindlichen Zahlen nur die Bedeutung beizulegen ist, dafs die Fette bei diesen Temperaturen soweit erweichen, um von einer damit überzogenen Thermometerkugel sich loszulösen und im umgebenden Wasser aufzusteigen.

	Schmilzt bei:	Erstarrt bei:	Temperatur steigt beim Erstarren auf:
Gelbes Bienenwachs	63°,4 C.	61°,5 C. 62,6 62,3	
Weifses Wachs	61,8	61,6	
Paraffin	49,6 52,5 bis 54,0 53,0 52,7 bis 53,2	49,6 53,0 52,9 52,7	
Wallrath	43,5 44,1 bis 44,3	43,4 44,2	
Stearinsäure	55,3 56,2 bis 56,6 56,0 bis 56,4	55,2 55,8 55,7	
Japanwachs	50,4 bis 51,0		50,8
Cacaobutter	33,5		27,3
Muscatbutter	70 bis 80		41,7 bis 41,8
Hammeltalg	46,5 bis 47,4	32 bis 36°	um einige Grade
Rindertalg	43,5 bis 45,0	27 bis 35°	

Es geht aus diesen Zahlen hervor, dafs bei den meisten Fetten nur die Bestimmung des Erstarrungspunktes sich mit einiger Genauigkeit ausführen läfst, dafs aber beim Hammel- und Rindertalg auch dieses nicht gelingt, sondern dafs wir von diesen Fetten nur sagen können, dafs dieselben zwischen 32 und 36° respective 27 und 35° fest werden.

Ferner folgt aus dem Obigen, dafs die Ermittlung des sogenannten Schmelzpunktes für die Charakteristik der betreffenden Substanz von geringer Bedeutung ist, da alle dahin zielenden Methoden einen gewissen Grad des Erweichens für Schmelzen ansehen.

Es schien mir von Interesse, einige Versuche anzustellen über den Einflufs, welchen der Zusatz eines Fettes auf den Erstarrungspunkt eines andern ausübt. Unter den von mir untersuchten Gemengen fanden sich einige, welche

eine Erniedrigung des Erstarrungspunktes zeigen, wie solche beim Rose'schen und Wood'schen Metall im hohen Maafse auftritt. Diese Gemenge zeigen einen niedrigeren Erstarrungspunkt als derjenige Bestandtheil, welcher den niedrigsten Erstarrungspunkt besitzt. Zwei dieser Gemenge, welche ein technisches Interesse besitzen, führe ich hier namentlich an. Ein Gemenge von

100	Thl.	Paraffin	und	10	Thl.	Stearinsäure	erstarrt bei	52°,0
100	„	„	„	20	„	„	„ „	51°,2
100	„	„	„	30	„	„	„ „	50°,6
100	„	„	„	40	„	„	„ „	50°,0
100	„	„	„	50	„	„	„ „	49°,4.

Das reine Paraffin erstarrte bei 53°,0, die Stearinsäure bei 56°,0. Ein Gemenge von

100	Thl.	Wallrath	und	10	Thl.	Stearinsäure	erstarrt bei	42°,8
100	„	„	„	20	„	„	„ „	42°,2
100	„	„	„	30	„	„	„ „	41°,5
100	„	„	„	40	„	„	„ „	41°,0
100	„	„	„	60	„	„	„ „	43°,0
100	„	„	„	70	„	„	„ „	45°,7.

Der reine Wallrath erstarrte bei 43°,4.

Es ist bemerkenswerth, dafs diese Gemische sich ähnlich verhalten wie Japanwachs, Cacaobutter und andere Fette: sie zeigen die Erscheinung des Ueberkaltens in sehr deutlicher Weise, während die einzelnen Bestandtheile dieses nicht thun. Die Masse erstarrt auch nicht bei einer bestimmten Temperatur, sondern dieses geschieht ganz allmählich, während die Temperatur um viele Grade sinkt. Mit dem Erstarren eines Theiles der Mischung wird der flüssig bleibende Theil von anderer Zusammensetzung, und erlangt dadurch einen sich stets ändernden Erstarrungspunkt. Es möchte dieses Verhalten der Mischungen ganz geeignet seyn zu erklären, weshalb sich der Erstarrungspunkt des Hammel- und Rindertalges und anderer Fette so wenig genau bestimmen läfst, sie sind Gemenge ver-



schiedener Fette, die in ihrer Zusammensetzung durch das Erstarren eines Theiles fortwährend geändert werden.

Aus der obigen und früheren Mittheilung wird wohl zur Genüge erhellen, wie es mit der vermeintlichen Verschiedenheit zwischen Schmelz- und Erstarrungspunkt der Fette bestellt ist.

VII. *Zur dynamischen Theorie der Gase; von Victor von Lang.*

(Aus den Sitzungsber. d. Wien. Akad. d. Wissensch. Bd. 64, vom Hrn. Verf. mitgetheilt.)

Es liegt der Gedanke nahe zu versuchen, die Gleichungen, welche Clausius für die Wärmeleitung, Maxwell und Meyer für die innere Reibung der Gase erhielten, auf demselben einfachen Weg abzuleiten, auf welchem Krönig die Expansivkraft der Gase aus der fortschreitenden Bewegung ihrer Molecüle erklärte, so den Grund zur neueren Gastheorie legend. Krönig läſst nämlich die sich in Wirklichkeit nach allen möglichen Richtungen bewegenden Molecüle nur nach drei zu einander senkrechten Axen fortschreiten.

Das angegebene Problem läſst sich nun wirklich ausführen, wenn man noch folgende Betrachtung zu Hülfe nimmt. Statt nämlich in der ganzen Ausdehnung des Gases diejenigen Molecüle aufzusuchen, die einen bestimmten Querschnitt erreichen, kann man gleich von vorne herein allen Molecülen die gleiche mittlere Weglänge l ertheilen. Dann braucht man die Molecüle, deren Entfernung von jenem Querschnitt gröſser als l ist, nicht weiter zu betrachten, da sie den Querschnitt ohnedieſs nicht erreichen. Dagegen werden alle Molecüle, die innerhalb der Entfernung l liegen, den Querschnitt treffen.

[redacted]

Bevor ich nun die Formeln für die Wärmeleitung und die innere Reibung ableite, will ich noch den Druck auf die Gefäſswände in Hinsicht auf die zuletzt gemachte Bemerkung in Betracht ziehen.

Druck auf die Gefäſswand.

Wir nehmen den betrachteten Theil der Gefäſswand zur xy-Ebene und lassen die Molecüle sich nach den drei rechtwinkligen Coordinatenaxen bewegen. Bedeutet n die Anzahl der Molecüle in der Volumseinheit, θ die Zeit, die zwischen zwei Zusammenstöſsen eines Molecüls verflieſst, so wird eine zur xy-Ebene parallele Gasschicht in der Entfernung z und von der Dicke dz auf die Volumseinheit $n\,dz$ Molecüle enthalten. Von diesen wird nur der dritte Theil gegen die Flächeneinheit der xy-Ebene stoſsen, und da jedes Molecül in der Zeiteinheit $\frac{1}{\theta}$ mal zusammenstöſst, so haben wir im Ganzen den Effect von $\frac{n}{3\theta}\,dz$ Molecülen auf die xy-Ebene in Betracht zu ziehen. Da nun jedes Molecül der Wand die Bewegungsquantität mc mittheilt, wo m die Masse des Molecüls, c aber die Geschwindigkeit seiner fortschreitenden Bewegung bedeutet, so ist der Druck, welcher von der Schicht dz auf die Gefäſswand ausgeübt wird,

$$\frac{nmc}{3\theta}\,dz = \frac{nmc^2}{3l}\,dz,$$

da ja die mittlere Weglänge $l = c\theta$ seyn muſs. Um nun den ganzen Druck p auf die Gefäſswand zu finden, braucht man den letzten Ausdruck nur von 0 bis l zu integriren und erhält so die bekannte Formel

$$(1) \qquad p = \int_0^l \frac{nmc^2}{3l}\,dz = \frac{nmc^2}{3}.$$

Bedeutet N die in dem Volumen v enthaltene Anzahl von Molecülen und setzt man die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung

$$(2) \qquad \frac{mc^2}{2} = qT$$

d. i. proportional der absoluten Temperatur, so giebt die letzte Gleichung

$$(3) \qquad \frac{pv}{T} = \frac{2}{3} Nq$$

oder das vereinigte Mariotte-Gay-Lussac'sche Gesetz.

Innere Reibung

Wir berechnen die Reibung wieder mit Bezug auf die Flächeneinheit der xy-Ebene, indem wir annehmen, dafs das Gas sich parallel der x-Axe bewege, und zwar mit einer Geschwindigkeit, die in der xy-Ebene gleich u, in der kleinen Entfernung z von dieser Ebene aber gleich $u + \frac{du}{dz} z$ ist. Die Schicht dz in dieser Entfernung enthält per Flächen- und Zeiteinheit $\frac{n}{3\theta}\, dz$ Molecüle, welche in Folge der Bewegung nach der x-Axe die Bewegungsquantität

$$\frac{nm}{3\theta}\left[u + \frac{du}{dz} z\right] dz$$

besitzen. Ist nun $z < l$, so gehen diese Molecüle alle durch die xy-Ebene, bis sie in eine Entfernung $z - l$ gelangen, in welcher sie nach dem Vorhergehenden die Bewegungsquantität

$$\frac{nm}{3\theta}\left[u + \frac{du}{dz}(z - l)\right] dz$$

besitzen. Dieselben haben also die Differenz dieser Quantitäten oder

$$\frac{nm}{3\theta}\, l \frac{du}{dz}\, dz$$

beim Durchgange verloren. Integrirt man den letzten Ausdruck von 0 bis l, so erhält man den Gesammtverlust für die Flächeneinheit der xy-Ebene oder die Reibung R an dieser Stelle. Da bei der Integration $\frac{du}{dz}$ als constant betrachtet werden kann, so giebt dieselbe

$$(4) \qquad R = \int_0^l \frac{nm}{3\theta}\, l \frac{du}{dz}\, dz = \frac{1}{3}\frac{nm}{\theta}\, l^2 \frac{du}{dz}$$

[redacted]

und für den Reibungscoëfficienten die Maxwell'sche Formel

(5) $$\theta = \frac{nm}{3\theta} l^2.$$

Wärmeleitung.

Aendert sich die absolute Temperatur senkrecht zur xy-Ebene, so daſs sie in dieser Ebene gleich T, in der Entfernung z aber gleich T_z ist, so ändern sich die Gröſsen n, c, l, θ ebenfalls und man hat nach den Gleichungen (2) und (3)

$$n_z = \frac{T}{T_z} n, \quad c_z = \sqrt{\frac{T_z}{T}}\, c,$$

ferner hat man, da nach Clausius

(6) $$l = \frac{3}{4} \frac{1}{\pi s^2 n}$$

ist, unter s der Radius der Wirkungssphäre eines Molecüls verstanden,

$$l_z = \frac{n}{n_z} l = \frac{T_z}{T} l$$

$$\theta_z = \frac{l_z}{c_z} = \sqrt{\frac{T_z}{T}} \cdot \frac{l}{c}.$$

Ist die Entfernung z klein, so kann man

$$T_z = T + \frac{dT}{dz} z$$

setzen und hat somit für die lebendige Kraft derjenigen Molecüle der Schicht dz, welche sich senkrecht zur xy-Ebene bewegen, per Flächen- und Zeiteinheit

$$\frac{m n_z c_z}{6\theta_z} dz = \frac{m n c_z^2}{6l} \sqrt{\frac{T}{T_z}}\, dz = \frac{mnc^2}{6l} \left[1 + \frac{1}{T}\frac{dT}{dz} z\right]^{-\frac{1}{2}} dz$$

und bei Vernachlässigung zweiter und höherer Potenzen der kleinen Gröſse $\frac{1}{T}\frac{dT}{dz} z$

$$\frac{mnc^2}{6l}\left[1 - \frac{1}{2T}\frac{dT}{dz} z\right] dz.$$

Ist $z < l$, so gehen diese Theilchen alle durch die xy-Ebene bis zur Entfernung $(z - l)$ und haben an dieser Stelle die lebendige Kraft

$$\frac{mnc^3}{6l}\left[1 - \frac{1}{2T}\frac{dT}{dz}(z - l)\right] dz,$$

haben somit bei ihrem Durchgange die lebendige Kraft

$$-\frac{mnc^3}{12}\frac{1}{T}\frac{dT}{dz} dz$$

verloren. Integrirt man noch von 0 bis l, wobei $\frac{dT}{dz}$ als constant betrachtet werden kann, so erhält man für die ganze xy-Ebene mitgetheilte lebendige Kraft

$$-\frac{mnc^3}{12}\frac{l}{T}\frac{dT}{dz},$$

welche durch Multiplication mit einem constanten Factor k die Wärmemenge Q giebt, welche in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit fliefst. Es ist also

(7) $$Q = -k\frac{mnc^3}{12}\frac{l}{T}\frac{dT}{dz}.$$

Will man noch die von T abhängigen Gröfsen n, c, l auf die Normaltemperatur T_0 reduciren, so hat man

$$n = \frac{T_0}{T}n_0, \quad c = \sqrt{\frac{T}{T_0}}c_0, \quad l = \frac{T}{T_0}l_0$$

und daher

(8) $$Q = -k\frac{mn_0c_0^3}{12\,T_0}\sqrt{\frac{T}{T_0}}\frac{dT}{dz}l_0,$$

welche Formel mit der von Clausius bis auf den Factor $\frac{1}{12}$ stimmt, für welchen derselbe $\frac{5}{24}$ findet.

VIII. *Das Hamilton'sche Princip und der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie;* *von C. Szily,*

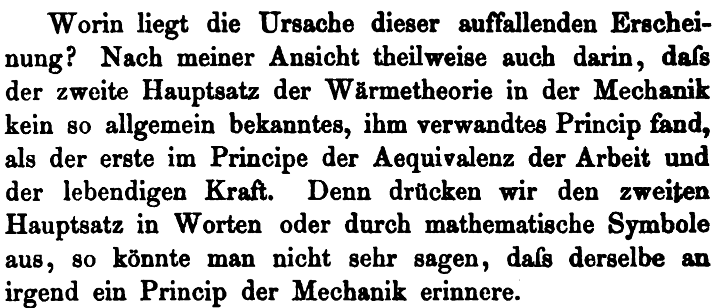
Prof. d. mathemat. Physik am K. Joseph's Polytechnicum in Ofen.

(Vorgetragen in der am 11. December 1871 abgehaltenen Sitzung der ungarischen Akademie d. Wiss.)

Die Entwicklungsgeschichte der modernen Physik spricht entschieden dafür, dafs nur Theorien, denen mechanische Principien zur Grundlage dienen, im Stande sind, beruhigende Erklärung der Erscheinungen zu gewähren.

Der erste Hauptsatz der Wärmetheorie hätte gewifs auch nicht so schnell sich verbreitet, und wäre nicht in kaum ein bis zwei Jahren so in alle Zweige der gesammten Naturwissenschaften eingedrungen, wenn nicht ein analoger Satz der Dynamik — der Satz von der Aequivalenz der Arbeit und der lebendigen Kraft — demselben vorausgegangen wäre. Die vollkommene Uebereinstimmung, welche zwischen dem ersten Hauptsatze der Wärmetheorie und einem Grundprincipe der Mechanik herrscht, sicherte beiden die Möglichkeit des schnellen Eindringens in alle Zweige der Physik, obzwar noch bis heutzutage die mechanischen Aequivalente des Lichtes, der chemischen Affinität und der Elektricität nicht bekannt sind.

Der zweite Hauptsatz der Wärmetheorie ist kaum um ein bis zwei Jahre jünger als der erste, seine Tragweite ist schon jetzt nicht geringer, ja wenn wir die mangelhafte Entwickelung der übrigen Zweige der Physik in Anbetracht nehmen, wird sie vielleicht noch gröfser als die des ersten; und dennoch, während der erste Hauptsatz, man möchte sagen, im Sturme das ganze Gebiet der Naturwissenschaften eroberte, konnte der zweite bis heute noch kaum über die Gränzen der Wärmelehre hinaus sich verbreiten.



Worin liegt die Ursache dieser auffallenden Erscheinung? Nach meiner Ansicht theilweise auch darin, dafs der zweite Hauptsatz der Wärmetheorie in der Mechanik kein so allgemein bekanntes, ihm verwandtes Princip fand, als der erste im Principe der Aequivalenz der Arbeit und der lebendigen Kraft. Denn drücken wir den zweiten Hauptsatz in Worten oder durch mathematische Symbole aus, so könnte man nicht sehr sagen, dafs derselbe an irgend ein Princip der Mechanik erinnere.

Obwohl der analoge Satz der Mechanik bisher nicht bekannt, oder wenigstens dem der Wärmetheorie nicht gegenüber gestellt war, zweifelte dennoch kaum Jemand daran, dafs eine diesem zweiten Hauptsatze ähnliche Relation auch in der Dynamik bestehen müsse; denn, wenn die Wärme nur eine besondere Art der Bewegung ist, so mufs in den auf die allgemeinste Bewegung bezüglichen Gleichungen auch jede Gleichung der Wärmelehre enthalten seyn. Es war nur die Frage, *welche Gleichung der Dynamik führt in einem gewissen speciellen Fall auf den zweiten Hauptsatz der Wärmetheorie*, oder umgekehrt, *auf welche Gleichung der Dynamik läfst sich der zweite Hauptsatz der Wärmetheorie zurückführen.*

Der Erste, der meines Wissens sich mit dieser Frage beschäftigte, war Ludwig Bolzmann. Seine dies bezügliche Abhandlung wurde am 8. Februar 1866 der Wiener Akademie eingereicht, wo dieselbe in dem 53. Bande der Sitzungsberichte unter dem Titel: „Ueber die mechanische Bedeutung des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie“ erschienen ist.

Unabhängig von Bolzmann und offenbar ohne das Bestehen dieser Arbeit zu kennen, hat Clausius in der am 7. November 1870 abgehaltenen Sitzung der Niederrhein. Gesellschaft für Natur- und Heilkunde eine Abhandlung vorgelegt unter dem Titel: „Ueber die Zurückführung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie auf allgemeine mechanische Principien“, welche im Märzhefte 1871 dieser Annalen erschienen ist.

Das Resultat ist bei Beiden ziemlich das nämliche: „Der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie läfst sich aus den Principien der analytischen Mechanik erklären. *Zu diesem Zwecke sind jedoch eigenthümliche und neue Entwickelungen nothwendig,* und die dies bezüglichen Rechnungen sind jenen, mit Hülfe derer man das sogenannte „Princip der kleinsten Wirkung“ zu beweisen pflegt, sehr ähnlich.“

Clausius untersucht vor allem andern, welcher Zusammenhang zwischen den in geschlossener Bahn vor sich gehenden periodischen Bewegungen eines materiellen Punktes besteht, conservative Kräfte, d. h. solche Kräfte voraussetzend, welche eine Kräftefunction besitzen; dann behandelt er die möglichen Ursachen der Bahnveränderung und zeigt in den verschiedenen Fällen die Geltung der aufgestellten Gleichung. Im zweiten Theile seiner Abhandlung übergeht Clausius von diesem einfachen Falle zu complicirteren, indem er annimmt, dafs ein ganzes System von aufeinander wirkenden materiellen Punkten sich in geschlossenen Bahnen vor sich gehender periodischer Bewegung befinde. Sodann verallgemeinert Clausius die aufgestellte Gleichung auch für solche stationäre Bewegungen, welche nicht in geschlossenen Bahnen vor sich gehen. Die mechanische Gleichung, die Clausius auf diese Weise ableitet und mit welcher sodann der zweite Hauptsatz der Wärmetheorie verglichen wird, ist die folgende:

$$\delta L = \delta \overline{T} + 2 \overline{T} \delta \log i,$$

wo δL jene Arbeit bedeutet, welche die conservativen Kräfte verrichten mufsten, damit das System aus einer gegebenen stationären Bewegung in eine andere stationäre Bewegung übergehe;

$$\delta \overline{T} = \delta \frac{1}{i} \int_0^i \Sigma \frac{mv^2}{2} . dt$$

bedeutet, die unterdessen erfolgte Veränderung der mitt-

leren lebendigen Kraft des Systemes, und i die Zeitdauer einer Bewegungsperiode.

Durch die Abhandlung von Clausius auf jene Beziehung, welche zwischen dessen Gleichung und dem Principe der kleinsten Wirkung einerseits, andererseits aber dem zweiten Hauptsatze der Wärmetheorie obwaltet, aufmerksam gemacht, habe ich es nicht für uninteressant gehalten, in gegenwärtiger Arbeit zu untersuchen, ***welcher Zusammenhang zwischen dem zweiten Hauptsatze der Wärmetheorie und dem Hamilton'schen dynamischen Principe*** [1] ***— welches sich auf variirende Wirkung bezieht — bestehe.***

Das Hamilton'sche dynamische Princip läfst sich folgendermafsen ausdrücken [2]:

Wenn ein beliebiges conservatives System materieller Punkte, zwischen beliebiger Anfangs- und Endconfiguration, in beliebiger freier Bewegung sich befindet, so wird für eine unendlich kleine Aenderung dieser Bewegung ganz allgemein gelten

$$\delta A = \Sigma m v_1 \delta s_1 - \Sigma m v_0 \delta s_0 + i \delta E \qquad (1),$$

wo m die Masse eines Punktes des Systems, δs_1 und δs_0 die Verschiebung eben dieses Punktes aus der früheren Endconfiguration in die neue, bezüglich aus der früheren Anfangsconfiguration in die neue bedeutet; v_1 und v_0 aber bedeutet die immer in der Richtung der Verschiebung gemessene Geschwindigkeit eben dieses Punktes in der früheren Endconfiguration und bezüglich in der früheren Anfangsconfiguration; i ist jene Zeitdauer, während welcher das System aus der ersten Anfangsconfiguration in die erste Endconfiguration übergeht. δA ist der Unterschied der *Wirkung* und δE der Unterschied der gesammten *Energie* zwischen der neuen und der früheren Bahn. Unter Wirkung ist das Zeitintegral der zweifachen leben-

1) Hamilton: *On a general Method in Dynamics.* (*Phil. Trans.* 1834). *Second Essay on a general Method in Dynamics.* (*Ibid.* 1835.)

2) Vergl. Sir W. Thomson and P. G. Tait: *Treatise on Natural Philosophy Vol. I. pag.* 235.

digen Kraft, für die Dauer, während welcher das System aus der Anfangsconfiguration in die Endconfiguration übergeht, verstanden; unter der gesammten Energie aber die Summe der in einem bestimmten Augenblick vorhandenen kinetischen und potentiellen Energie. So A wie auch E sind in einer und derselben Bahn constant, in welch immer für einer Configuration sich auch das System befindet, aber von Bahn zu Bahn im Allgemeinen veränderlich.

Wenn die gesammte lebendige Kraft des Systemes zu einer bestimmten Zeit T ist, so ist

$$A = \int_0^i 2\,T\,.\,dt \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2).$$

Wenn ferner U die potentielle Energie des Systems ist in demselben Augenblicke, als T dessen lebendige Kraft, so ist die gesammte Energie

$$E = T + U.$$

Sowohl T als auch U hat an verschiedenen Punkten der Bahn verschiedene Werthe, aber die Summe der Beiden ist für alle Punkte der Bahn dieselbe constante Gröſse. Es ist daher:

$$i\,.\,E = \int_0^i (T + U)\,dt \quad . \; . \; . \; . \quad (3).$$

Mit Rücksicht auf die mit (2) und (3) bezeichneten Gleichungen nimmt das in (1) ausgedrückte Hamilton'sche Princip die folgende bekanntere Form an:

$$\delta \int_0^i (T - U)\,dt = \Sigma m v_1 \delta s_1 - \Sigma m v_0 \delta s_0 - E \delta i \; . \; . \; .$$

Kehren wir wieder zur ersten Form zurück und untersuchen wir, wann die Variation der Wirkung von der Anfangs- und Endconfiguration unabhängig sey.

Dieſs wird dann der Fall seyn, wenn

$$\Sigma m v_1 \delta s_1 = \Sigma m v_0 \delta s_0 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

d. h. wenn die Wirkung in der Zeit, während das System aus der früheren Anfangsconfiguration in die neue An-

fangsconfiguration übergeht, ebenso grofs ist, als die Wirkung bei dem Uebergang des Systems aus der früheren Endconfiguration in die neue Endconfiguration.

Der Bedingung unter (4) ist z. B. Genüge geleistet,

wenn die Bahnen alle von einer gemeinsamen Anfangsstellung ausgehen und in eine gemeinsame Endstellung übergehen, denn dann ist für jeden Punkt des Systems $\delta s_1 = 0$ und $\delta s_0 = 0$;

oder wenn die Bahnen geschlossen sind und die Bewegungen periodisch, denn dann ist $\delta s_1 = \delta s_0$ und $v_1 = v_0$ für jeden Punkt des Systems;

oder auch dann, wenn die Bahnen nicht geschlossene sind, aber die Verschiebung jedes Punktes in der Anfangs- und Endconfiguration nach der Gleichung $v_1 \delta s_1 = v_0 \delta s_0$ vor sich geht.

Alle diese Fälle sind nur specielle Fälle, die allgemeine Bedingung ist in der Gleichung (4) gegeben.

Für den Fall, dafs bei der Bewegung des Systems die Aenderung derselben der Gleichung (4) genügt, läfst sich das Hamilton'sche Princip sehr einfach ausdrücken:

$$\delta A = i \delta E \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5).$$

d. h. die Variation der Wirkung beim Uebergange aus einer Bahn in eine andere, ist gleich dem Producte, aus der für die Zurücklegung der Bahn erforderlichen Zeit in die Variation der gesammten Energie.

Sey $\overline{T}$ der Mittelwerth der gesammten lebendigen Kraft, während der Zeitdauer einer Bewegungsperiode, so ist

$$i\overline{T} = \int_0^i T dt$$

und

$$A = 2 i \overline{T},$$

woraus folgt[1]), dafs:

$$\delta E = \overline{T} . \delta \log (i \overline{T})^2.$$

1) Führt man diesen Werth von A in die Gleichung (5) ein, und berücksichtigt man, dafs nach Gleichung (3)

$$E = \overline{T} + \overline{U},$$

Oder wenn wir das Zeichen der Variation mit dem Zeichen der Differentiation ersetzen, und den Mittelwerth der lebendigen Kraft anstatt mit $\overline{T}$ nur einfach mit T bezeichnen, so ist

$$\frac{dE}{T} = d \log (iT)^2 \quad . \; . \; . \; . \quad (6).$$

Denken wir uns diese Gleichung für einen Kreisprocefs integrirt und berücksichtigen wir, dafs iT am Ende des Kreisprocesses denselben Werth hat, als am Anfange desselben, so ist

$$\int \frac{dE}{T} = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (7).$$

Und dies ist die nämliche Gleichung, welche Clausius zuerst im Jahre 1854 als Ausdruck des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie für conservative Kreisprocesse veröffentlicht hat.

Wenn das System nicht conservativ ist, wenn also aufser den Kräften mit einer Kräftefunction auch die Reibung der festen Körper, oder die Viscosität der Flüssigkeiten oder andere dergleichen dissipative Kräfte wirken, so mufs in der das Hamilton'sche Princip ausdrückenden Gleichung (1) im letzten Gliede zur Variation der gesammten Energie noch die in der Ueberwindung der Widerstände verlorene Energie δR hinzugeschaltet werden; weshalb die Gleichung (5) in die folgende Form übergeht:

$$\delta A = i(\delta E + \delta R) \quad . \; . \; . \; . \quad (8).$$

Berücksichtigt man, dafs δR immer verlorene Energie bezeichnet, daher dort, wo es in dieser Gleichung steht, immer positiv ist, verwandelt sich die Gleichung (7) in die folgende Ungleichung:

$$\int \frac{dE}{T} < 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (9).$$

---

so folgt:

$$2i\delta\overline{T} + 2\overline{T}\delta i = i\delta\overline{T} + i\delta\overline{U}$$

und daraus

$$\delta\overline{U} = \delta\overline{T} + 2\overline{T}\delta \log i.$$

Und diefs ist die Gleichung von Clausius.

Dies ist die nämliche Gleichung, welche **Clausius** in der Wärmetheorie für die dissipativen Kreisprocesse aufgestellt hat.

Hiemit ist der zweite Hauptsatz der Wärmetheorie zurückgeführt auf ein allgemeines Princip der Dynamik. *Was wir in der Thermodynamik den zweiten Hauptsatz nennen, ist in der Dynamik nichts anderes, als das Hamilton'sche Princip, das nämliche Princip, das in mehreren Theilen der mathematischen Physik schon bisher vielfache Anwendung fand.*

IX. *Ueber die Constanten der Gase;*

von **Simon Šubic,**
Professor an der Universität zu Graz.

---

1. Die Expansivkraft der Gase.

Nach der Theorie der Gase bewegen sich die Gasmolecüle in gerader Linie mit constanter Geschwindigkeit fort bis sie gegen andere Gasmolecüle oder gegen die Wände des Gefäſses, in welchem das Gas eingeschlossen ist, stoſsen. Neben dieser fortschreitenden Bewegung hat zuerst **Clausius** auch eine rotirende Bewegung der Molecüle, sowie Vibrationen der Atome im Molecül angenommen und sie „Bewegungen der Bestandtheile" genannt. Die fortschreitende Bewegung der ganzen Molecüle und die Bewegungen der Bestandtheile stehen nach **Clausius** bei einem bestimmten Gase im Beharrungszustande seiner Molecularbewegung in einem constanten Verhältnisse zu einander. Wenn sich ein Beharrungszustand hergestellt hat, in welchem dieses constante Verhältniſs erreicht erscheint, so kann man nach **Clausius** die bei den einzelnen Stöſsen vorkommenden Unregelmäſsigkeiten vernachlässigen

und annehmen, daſs die Molecüle in Bezug auf die fortschreitende Bewegung den gewöhnlichen Elasticitätsgesetzen folgen.

Bei der Ableitung der Abhängigkeit der Expansivkraft der Gase von dem Volumen und der Temperatur der Gasmasse, werden nun verschiedene Vereinfachungen der Untersuchung zu Grunde gelegt. Seit Clausius die Bewegungen der Bestandtheile nachgewiesen hat, genügen die von Krönig eingeführten Vereinfachungen nicht mehr, sondern es muſs erst über den Einfluſs der Bewegungen der Bestandtheile entschieden werden, und Clausius hat aus seinen Betrachtungen gefolgert, daſs die Erklärung der Expansivkraft, wie sie Krönig gegeben hat, durch das Hinzukommen der anderen Bewegungen keine wesentliche Aenderung erleidet. Bei der Ableitung der Expansivkraft der Gase ist auch von der Bewegung der Bestandtheile nirgends die Rede.

Aus diesem Grunde dürfte eine einfache Methode der Ableitung der Expansivkraft der Gase am Platze seyn, bei welcher über den Einfluſs der Bewegungen der Bestandtheile keine Annahme nöthig erscheint. Diese Methode besteht darin, die Expansivkraft der Gase aus dem hydrodynamischen Drucke einer Flüssigkeit abzuleiten.

Nach Clausius haben im flüssigen Zustande die Molecüle keine bestimmte Gleichgewichtslage, sie können sich um ihren Schwerpunct ganz herumdrehen, und auch der Schwerpunct kann sich ganz aus seiner Lage fortbewegen, daher findet in einer Flüssigkeit eine schwingende, wälzende und fortschreitende Bewegung der Molecüle statt. In einer Flüssigkeit, deren Masse in fortschreitender Bewegung begriffen ist, haben also die Molecüle auſser der fortschreitenden Bewegung auch wohl alle möglichen Bewegungen ihrer Bestandtheile an sich.

Bezeichnet man mit B die Gröſse einer von der strömenden Flüssigkeit senkrecht getroffenen Wandfläche, mit s das specifische Gewicht, mit u die Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung der Flüssigkeit und mit g die

Acceleration der Schwere, so erleidet die fixe Wandfläche den hydrodynamischen Druck

$$D = Bs \, . \frac{u^2}{2g}.$$

Wenn nun in einer Gasmasse, die in einem Gefäfse eingeschlossen ist, der Beharrungszustand eintritt, wobei in der ganzen Masse die gleiche Temperatur und der gleiche Druck herrscht, müssen die Bewegungen der Gasmolecüle nach allen möglichen Richtungen gleich vertheilt seyn; daher kann man zur Vereinfachung der Untersuchung mit Krönig die Annahme machen, dafs sich ein Drittel der sämmtlichen Molecüle senkrecht zu der betrachteten ebenen Wand, und die beiden anderen Drittel nach zwei anderen zu dieser Wand parallelen Richtungen bewegen.

Wird der hydrodynamische Druck D auf die Flächeneinheit bezogen und mit d bezeichnet, so ist

$$d = s \, . \frac{u^2}{2g}.$$

Die Gröfse s ist das specifische Gewicht oder das Gewicht der Volumeinheit der senkrecht gegen die Wandfläche strömenden Flüssigkeit. Bezeichnet man mit N die Anzahl der Gasmolecüle in der Volumeinheit, mit m die Masse des Molecüls und bedenkt, dafs sich in der Gasmasse nur ein Drittel der Molecüle senkrecht gegen die betrachtete Wand bewegt, so hat man im Sinne des hydrodynamischen Druckes

$$s = \frac{N}{3} \, . \, mg$$

und

$$d = \frac{N}{3} \, . \frac{mu^2}{2}.$$

Diesen Druck erleidet die Flächeneinheit der Wand, wenn die anstofsenden Theilchen der Flüssigkeit dabei ihre Bewegung ganz verlieren, was aber bei den anstofsenden Gasmolecülen nicht der Fall ist, indem diese im Beharrungszustande bei dem Abprallen durchschnittlich ihre lebendige Kraft wieder erhalten. Dabei findet derselbe Vorgang statt,

wie bei dem Auseinanderprallen zweier elastischen Kugeln, da die geweckte Elasticität einen Rückstofs erzeugt, der an Kraft dem Anstofse gleich ist. Da die Kraft sowohl beim Anstofs als beim Rückstofs gleich d ist, so erleidet die Flächeneinheit der von der Gasmasse getroffenen Wand den Druck $2d = p$, also ist die Expansivkraft der Gase

$$p = \frac{N}{3} \cdot m u^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (1).$$

Hat die Gasmasse das Volumen v und setzt man die Anzahl ihrer Molecüle $Nv = n$, so erhält man den bekannten Ausdruck

$$\frac{3}{2} p v = \frac{n m u^2}{2}.$$

Es verdient hervorgehoben zu werden, dafs die mit m bezeichnete Molecülmasse sowohl einfach, als auch zusammengesetzt seyn kann. Ist die Volumeinheit einmal mit N Gas-Atomen, jedes von der Masse m_1 und der Geschwindigkeit u_1, das andere Mal mit ebensoviel Molecülen, jedes von der Masse Σm gefüllt, und soll die Expansivkraft in beiden Fällen dieselbe seyn, so mufs die Gleichung bestehen

$$\frac{\Sigma m u^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2}$$

d. h. es mufs unter den angegebenen Verhältnissen die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung des einzelnen Atoms gleich seyn der lebendigen Kraft der fortschreitenden Bewegung des Molecüls.

Es können ferner die Geschwindigkeiten der einzelnen Theilchen unter sich verschieden seyn, wie bei einem gewöhnlichen fliefsenden Strom, dann hat man unter u die mittlere Geschwindigkeit zu verstehen, d. i. jene Geschwindigkeit, bei welcher die Molecüle denselben Druck ausüben würden, den sie bei ihren wirklichen Geschwindigkeiten ausüben.

2. Die Anzahl der Gasmolecüle in der Volumeinheit.

Hat man zwei verschiedene Gase, deren Molecüle die Massen m und m_1, die Geschwindigkeiten u und u_1 sind,

enthält die Volumeinheit des ersteren N, die des anderen N_1 Molecüle, und sollen ihre Expansivkräfte p und p_1 einander gleich seyn, so muſs zufolge der Gleichung (1) die Bedingung erfüllt werden

$$N \cdot \frac{mu^2}{2} = N_1 \frac{m_1 u_1^2}{2}.$$

Dieser Bedingung kann auf zweifache Art Genüge geleistet werden, nämlich, es müssen entweder die lebendigen Kräfte der fortschreitenden Bewegung der Molecüle sich zu einander verhalten wie umgekehrt die Anzahl der Molecüle in der Volumeinheit, oder aber es sind die lebendigen Kräfte der fortschreitenden Bewegung der Molecüle in beiden Gasen einander gleich. Im letzteren Falle müssen beide Gase in der Volumeinheit die gleiche Anzahl Molecüle enthalten.

Bezeichnet man mit T die absolute Temperatur des Gases, so ist nach dem Gesetze von Mariotte und Gay-Lussac

$$pv = R \cdot T,$$

wo R für ein bestimmtes Gas einer Constante ist. Durch die Verbindung dieser Gleichung mit (1) ergiebt sich

$$T = \frac{2}{3} \cdot \frac{Nv}{R} \cdot \frac{mu^2}{2}.$$

Hierin sind die Gröſsen N und $\frac{v}{R}$ Funktionen des Volumens, denn es ändert sich N mit dem Volumen und die Gröſse

$$\frac{v}{R} = \frac{T}{p},$$

letztere erhält jedoch unter der Voraussetzung, daſs die Gase bei gleicher Temperatur dem gleichen Drucke ausgesetzt sind, einen für alle Gase constanten Werth, den wir mit C bezeichnen, so daſs wir für diesen Fall haben

$$\frac{v}{R} = \frac{v_1}{R_1} = C.$$

Setzt man $\frac{Nv}{R} = \varphi(v)$ und differentiirt die Gleichung für T, so erhält man

$$dT = \frac{2}{3} \cdot \frac{mu^2}{2} \cdot d\varphi(v) + \frac{2}{3}\varphi(v) \cdot d\left(\frac{mu^2}{2}\right).$$

Nun sind von Joule[1]) solche Versuche ausgeführt worden, bei welchen die mittlere lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung der Molecüle constant bleibt. Joule brachte ein mit Gas gefültes Gefäfs mit einem luftleeren in Verbindung und liefs das Gas in den luftleeren Raum überströmen. Bei dieser Zustandsänderung wurde keine äufsere und keine innere Arbeit bei der Ausdehnung verrichtet, und es verblieb die ganze lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung in der Gasmasse selbst, so dafs nach Herstelllung des Gleichgewichtes die Molecüle die ursprüngliche mittlere lebendige Kraft besitzen mufsten. Joule hat aber durch diese Versuche nachgewiesen, dafs das Gas, nachdem es sich im ganzen Raume verbreitet und der Ruhezustand in der Masse wieder hergestellt war, wieder seine ursprüngliche Temperatur hatte. Für die angenommene Zustandsänderung ist also $dT = 0$ und $d\left(\frac{mu^2}{2}\right) = 0$, folglich vermöge der letzten Gleichung auch

$$d\varphi(v) = 0$$

daher ist allgemein

$$\varphi(v) = \frac{Nv}{R} = \text{Const.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und zwar für alle Gase.

Da aber in dem Falle, wenn die Gase bei gleicher Temperatur dem gleichen Drucke ausgesetzt sind, die Gröfsen $\frac{v}{R} = C$ für sich eine Constante ist, so mufs in diesem Falle

$$N = \text{Const.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

seyn für alle Gase, d. h. *bei gleicher Temperatur und unter gleichem Drucke haben alle Gase in der Volumeinheit die gleiche Anzahl Molecüle.*

Bezeichnet man die Constante $\frac{3}{2} \cdot \frac{R}{Nv}$ mit h, so erhält man

$$hT = \frac{mu^2}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

1) Joule. *Phil. Mag. Vol. XXVI.* 1848.

Bei gleicher Temperatur haben also die Molecüle aller Gase die gleiche lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung.

Die Constante h bezeichnet die der Einheit der absoluten Temperatur entsprechende lebendige Kraft der fortschreitenden Molecularbewegung, und man kann sie daher die *Temperatur-Constante* nennen.

Sowie in der Gleichung (1) kann auch hier die Masse m sowohl als Atom, als auch zusammengesetzt als Molecül gedacht werden. Besteht daher ein Gas aus einzelnen Atomen, ein anderes aber aus Molecülen, und haben beide Gase die gleiche Temperatur, so ist in Bezug auf die fortschreitende Bewegung die lebendige Kraft des Atoms in dem ersteren gleich der lebendigen Kraft des Molecüls in dem anderen Gase. Denkt man sich die beiden Gase bei derselben Temperatur in einem Raume unter einander gemengt, so haben noch immer die einzelnen Atome bezüglich ihrer fortschreitenden Bewegung dieselbe lebendige Kraft wie die Molecüle. Wären also alle die heterogenen Atome, aus welchen die vorhandenen Molecüle bestehen, in diesem Raume einzeln durch einander gemengt, so hätten sie einzeln die gleiche lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung wie die einzelnen Molecüle. Es wäre nun zu erwarten, daſs ein Beharrungszustand erst dann eintritt, wenn die in den Molecülen enthaltenen Atome die gleiche lebendige Kraft erreicht haben, wie die auſser der Verbindung.

Bezüglich der in den Molecülen enthaltenen Atome hat in der That L. Boltzmann[1]), aus seiner analytischen Untersuchung: „*Ueber das Wärmegleichgewicht zwischen mehratomigen Gasmolecülen*" gefolgert, *daſs die mittlere lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung des Molecüls gleich ist der mittleren lebendigen Kraft jedes Atoms.*

Indem Boltzmann das Product der mittleren lebendigen Kraft der fortschreitenden Bewegung in die Anzahl

1) Boltzmann. Sitzungber. d. kais. Akademie d. Wissens. in Wien Bd. LXIII., März 1871.

der Molecüle in der Volumeinheit als Druck, die mittlere lebendige Kraft des Atoms aber als Temperatur nimmt, zieht er aus diesem seinem Gesetze die Consequenz, daſs bei gleichem Drucke und gleicher Temperatur für alle Gase in der Volumeinheit gleichviel Molecüle seyn müssen.

Nach der Gleichung (4) ist die mittlere lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung des Molecüls als das Maaſs der absoluten Temperatur anzusehen. Nach dem Boltzmann'schen Gesetze bedeutet aber die Gröſse $\frac{mu^2}{2}$ in der Gl. (4) zugleich die mittlere lebendige Kraft jedes Atoms im Molecül, daher kann man die Gl. (4) im Sinne des Boltzmann'schen Gesetzes auch so aussprechen: die mittlere lebendige Kraft des Atoms ist als das Maaſs der absoluten Temperatur anzusehen.

Clausius hat seine Ansicht über diese Frage unter andern in seiner Abhandlung „über den Unterschied zwischen activem und gewöhnlichem Sauerstoff"[1]) deutlich ausgesprochen, indem er sagt: „in der Abhandlung über die Art der Bewegung, welche wir Wärme nennen, habe ich alle Volumverhältnisse gasförmiger Körper auf den einen Satz zurückgeführt, „„daſs bei gleicher Temperatur die einzelnen Molecüle aller Gase in Bezug auf ihre fortschreitende Bewegung die gleiche lebendige Kraft haben."" Wenn dieser Satz richtig ist, so müssen von allen Gasen bei gleicher Temperatur und unter gleichem Drucke in gleichen Räumen gleichviel Molecüle seyn."

3. Die specifische Wärme der Gase.

Denken wir uns ein Gas, welches in der ganzen Masse die gleiche Temperatur angenommen hat und in welchem sich sonach die Molecularbewegung in einem Beharrungszustande befindet. Die mittlere lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung der Molecüle sey $\frac{mu^2}{2}$. Nach Clausius bestehen aber neben der fortschreitenden Bewegung

1) Clausius: „Abhandlungen" XVIII und Pogg. Ann. 1864. Bd. CXXI, S. 250.

auch noch Bewegungen der Bestandtheile unter einander, und tritt der Beharrungszustand erst ein, wenn alle Bewegungen, welche überhaupt entstehen können, ein gewisses von der Beschaffenheit der Molecüle abhängiges Verhältnifs zu einander erlangt haben. Bezeichnet man mit ϱ den bezüglichen Verhältnifsfactor, so ist $\varrho \frac{mu^2}{2}$ die mittlere lebendige Kraft der Bewegung der Bestandtheile. Daher wird die ganze mittlere lebendige Kraft l des Molecüls ausgedrückt durch

$$l = (1+\varrho)\frac{mu^2}{2}.$$

Wird hierin für $\frac{mu^2}{2}$ der Werth aus der Gleichung (4) substituirt, so hat man

$$l = (1+\varrho)\,hT.$$

Da nach obigem ϱ für ein und dasselbe Molecularsystem constant ist, so wird die der Temperaturänderung dT entsprechende Aenderung der gesammten lebendigen Kraft des Molecüls ausgedrückt durch das Differential

$$dl = (1+\varrho)\,h\,dT.$$

Bezeichnet man wieder mit N die Anzahl der Molecüle in der Volumeinheit, so giebt der Ausdruck

$$N\,dl = N(1+\varrho)\,h\,dT$$

den Zuwachs der gesammten lebendigen Molecularkräfte in der Volumeinheit bei einer Temperaturerhöhung um dT.

Bedeutet γ die *wahre* specifische Wärme der Volumeinheit des Gases (im ideellen Zustande bei const. Volumen), und $A\gamma$ die ihr entsprechende lebendige Kraft oder Arbeit, unter A das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit verstanden, so hat man für die Temperaturerhöhung dT

$$A\gamma\,dT = N.\,dl$$

folglich auch

$$A\gamma = N(1+\varrho)\,h \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5).$$

Die wahre specifische Wärme der Volumeinheit ist also eine Constante des Gases.

Ist v das Volumen der Gewichtseinheit des Gases, so ist $\gamma v = c$ die wahre specifische Wärme der Gewichtseinheit (bei const. Volumen), folglich

$$A c = N v (1 + \varrho) h = n (1 + \varrho) h \quad . \quad . \quad (6).$$

Da die Anzahl n der Molecüle in der Gewichtseinheit für dasselbe Gas constant ist, so ist auch *die wahre specifische Wärme der Gewichtseinheit eine Constante des Gases.*

Denkt man sich die Gase im ideelen Zustande, für welchen das Gesetz von Mariotte und Gay-Lussac streng richtig ist, so ist die innere Arbeit im Gase als Null anzusehen. Bezeichnet man mit $A . dQ$ das von der Gewichtseinheit des Gases bei einer Temperaturerhöhung um dT aufgenommene als Arbeit ausgedrückte Wärmeelement, mit dW das zu der alleinigen Temperaturerhöhung, und mit dL das zu der gleichzeitigen äufseren Arbeit erforderliche Wärmeelement, ausgedrückt in Arbeitseinheiten, so hat man

$$A dQ = dW + dL.$$

Wird nun so viel Wärme zugeführt, dafs dadurch die Temperatur der Gewichtseinheit um 1° C. erhöht wird, und bezeichnet man mit C die specifische Wärme der Gewichtseinheit bei constantem Druck, mit c die wahre specifische Wärme und mit $\int p dv$ die entsprechende äufsere Arbeit, so folgt aus der letzten Gleichung

$$A C = A c + \int p dv.$$

Nun folgt aus dem Mariotte- und Gay-Lussac'schen Gesetze für die Temperaturerhöhung um 1° C. bei constantem Drucke

$$\int p dv = R \int dT = R,$$

wo die Constante R des betreffenden Gases die äufsere Arbeit ausdrückt, welche die Gewichtseinheit des Gases verrichtet, wenn sich das Gas während der Temperatur-

erhöhung um 1° C. unter Ueberwindung eines constanten äufseren Druckes ausdehnt. Substituirt man diesen Werth in die vorletzte Gleichung, so ergiebt sich

$$C = c + \frac{R}{A} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7).$$

Da nach obigem die Gröfsen R und c Constante eines bestimmten Gases sind, so ist auch *die specifische Wärme C der Gewichtseinheit bei constantem Druck eine Constante des Gases.*

Aus der Gleichung (7) folgt, dafs auch

$$C - c = \frac{R}{A} \text{ und } \frac{C}{c} = \frac{R}{Ac} + 1$$

die Differenz und der Quotient der specifischen Wärmen bei constantem Druck und bei constantem Volumen für ein und dasselbe Gas Constanten sind.

In der vorstehenden Form wurde der Satz über diese Constanten zuerst von Clausius [1]) ausgesprochen in seiner Abhandlung: „Ueber die bewegende Kraft der Wärme und die Gesetze, welche sich daraus für die Wärmelehre selbst ableiten lassen."

Seither wurde dieser anfänglich angefochtene Satz des Clausius durch die 1853 veröffentlichten Versuche von Regnault bestätigt. Diese Uebereinstimmung der Resultate mit den Versuchen liefert wieder die Bestätigung, dafs der Verhältnifsfactor ϱ in der That eine Constante des betreffenden Molecularsystems ist.

4. Die ganze lebendige Kraft des Gases und die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung seiner Molecüle.

Verbindet man die Gleichung

$$C - c = \frac{R}{A} \text{ mit } pv = RT,$$

so erhält man

$$A(C - c)\, T = pv,$$

worin v das Volumen der Gewichtseinheit des Gases bedeutet.

1) Clausius „Abhandlungen" I. S. 43 und 44. Pogg. Annal. LXXIX, 1850.

Bezeichnet man mit G die ganze in der Gewichtseinheit des Gases bei der absoluten Temperatur T enthaltene lebendige Kraft der Molecularbewegung, so ist zufolge der Gleichung (6)

$$AcT = G.$$

Substituirt man hierin aus der voranstehenden Gleichung den Werth für T, so erhält man

$$G = \frac{c}{C-c} \cdot pv.$$

Bezeichnet man ferner mit F die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung der Molecüle in der Gewichtseinheit, so ist zufolge der Gleichung (1)

$$F = \frac{3}{2} \cdot pv.$$

Daher ergiebt sich für das Verhältnifs dieser Gröfsen der Ausdruck

$$\frac{G}{F} = \frac{2}{3} \cdot \frac{c}{C-c} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k-1} \quad . \quad . \quad . \quad (8).$$

Die Werthe von G und F ergeben sich aber auch aus der Gleichung (6) nämlich

$$G = Nv\,(1+\varrho)\,hT,$$

und wenn man anstatt ϱ Null setzt

$$F = Nv \,.\, hT.$$

Daher hat man für dasselbe Verhältnifs auch den Ausdruck

$$\frac{G}{F} = (1+\varrho) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9).$$

Werden nun die beiden Werthe des Verhältnisses $\frac{G}{F}$ einander gleich gesetzt, so hat man

$$(1+\varrho) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{k-1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10).$$

Das Verhältnifs $\frac{G}{F}$ in der Form, wie es die Gleichung (8) darstellt, hat zuerst Clausius[1]) in seiner Abhandlung „über die Art der Bewegung, welche wir Wärme

1) Clausius. „Abhandlungen“ XIV. p. 258; Pogg. Annal. 1857. Bd. C, p. 353.

nennen" abgeleitet und hat für jene Gase, bei welchen $\frac{C}{c} = k = 1{,}41$ ist, dafür den Werth 0,615 erhalten, für dieselben Gase folgen nun aus der Gleichung (3) für $k = 1{,}41$ die Werthe

$$1 + \varrho = 1{,}626 \quad \text{und} \quad \varrho = 0{,}626.$$

Nach dem Gesetze von Boltzmann ist das Verhältnifs $\frac{G}{F}$ bestimmt durch die Anzahl z der in einem Molecül des Gases enthaltenen Atome, und zwar ist darnach

$$\frac{G}{F} = z.$$

Nach Boltzmann hat also die Constante $(1 + \varrho)$ zufolge der Gleichung (9) den Werth und die Bedeutung

$$(1 + \varrho) = z.$$

5. Das Product der wahren specifischen Wärme der Gase in das Molecülgewicht.

Bezeichnet man mit c und c_1 die wahren specifischen Wärmen der Gewichtseinheit zweier Gase, so ergiebt sich aus der Gleichung (6)

$$Nv(1 + \varrho) \,.\, c_1 = N_1 v_1 (1 + \varrho_1) \,.\, c.$$

Hierin bedeutet Nv und $N_1 v_1$ die Anzahl der Molecüle in der Gewichtseinheit, sind daher mg und $m_1 g$ die Molecülgewichte, so ist

$$Nv \,.\, mg = 1 \quad \text{und} \quad N_1 v_1 m_1 g = 1.$$

Daraus folgt

$$Nv = N_1 v_1 \,.\, \frac{m_1 g}{mg}.$$

Durch Substitution dieses Werthes in die ursprüngliche Gleichung erhält man

$$\frac{c \,.\, mg}{1 + \varrho} = \frac{c_1 m_1 g}{1 + \varrho_1} \quad \ldots\ldots \quad (11).$$

Die Producte der wahren specifischen Wärme in das Molecülgewicht sind also nur für jene Gase gleich, für welche die Gröfse $(1 + \varrho)$ *den gleichen Werth hat.*

Für jene Gase, für die der Werth von k kleiner ist, ergiebt sich aus der Gleichung (10) für $(1 + \varrho)$ ein gröfserer Werth als für andere, daher mufs für Gase mit kleinerem Werthe k zufolge der Gl. (11) das Product cmg gröfser seyn. Und in der That erhält man übereinstimmend mit dieser Folgerung für die nachfolgenden Gase die beigesetzten Werthe

für die Gase			
Sauerstoff	$k = 1{,}4026$,	$mg = 16$,	$cmg = 2{,}4816$
Stickstoff	„ 1,4110,	„ 14,	„ 2,4178
Wasserstoff	„ 1,4134,	„ 1,	„ 2,4110
Stickstoffoxydul	„ 1,2497,	„ 22,	„ 3,9820.

6. Das Boltzmann'sche Gesetz und die Erfahrung.

Im Sinne des Boltzmann'schen Gesetzes hat die Gl. (11) folgende Form

$$\frac{cmg}{z} = \frac{c_1 m_1 g}{z_1}.$$

Nach dem Gesetze von Boltzmann müfste also für diejenigen Gase, deren Molecüle die gleiche Anzahl Atome enthalten, das Product cmg eine Constante seyn. Die obigen Werthe dieses Productes für die zweiatomigen Gase, Sauerstoff, Stickstoff und Wasserstoff, weichen in der That erst in der zweiten Decimale von einander ab und scheinen daher eine Bestätigung dieses Gesetzes zu enthalten.

Da aber Boltzmann selbst eine Consequenz hervorhebt, die mit der Erfahrung im Widerspruch steht, so erscheint eine weitere Prüfung durch die Erfahrung nothwendig.

Aus der Gleichung (10), die nach Boltzmann nachfolgende Form annimmt

$$z = \tfrac{2}{3} \cdot \frac{1}{k - 1},$$

ergiebt sich nämlich für Gase, deren Molecüle, wie in Sauerstoff, Wasserstoff und Stickstoff zweiatomig sind,

der Werth $k = \frac{4}{3} = 1{,}333\ldots$, während die Erfahrung den Mittelwerth 1,41 liefert. Zur weiteren Prüfung dieses Gesetzes kann der Ausdruck (5) benutzt werden; derselbe erhält nach Boltzmann die Form

$$A\gamma = z\,.\,Nh$$

und für ein beliebiges anderes Gas bei gleicher Temperatur und gleichem Drucke

$$A\gamma_1 = z_1\,.\,Nh,$$

daher

$$\gamma : \gamma_1 = z : z_1.$$

Die specifischen Wärmen der Volumeinheit bei constantem Volumen müssen sich also zufolge des Boltzmann'schen Gesetzes zu einander verhalten, wie die Atomzahlen der Gase. Diese Consequenz des Boltzmann'schen Gesetzes läſst sich nun an Daten der Versuchsresultate prüfen. Wir wählen dazu die von Clausius[1]) aus Regnault's Daten berechneten Werthe von γ und die dort angezeigten Atomzahlen, wie es die folgende Tabelle ersichtlich macht.

Namen der Gase	Chemische Zusammensetzung	γ	z	$\gamma : \gamma_1$	$z : z_1$
Sauerstoff	O_2	1,018	2	1	1
Stickstoff	N_2	0,996	2	1	1
Wasserstoff	H_2	0,990	2	1	1
Chlor	Cl_2	1,350	2	1,35	1
Brom	Br_2	1,395	2	1,4	1
Stickstoffoxyd	NO	1,018	2	1	1
Kohlenoxyd	CO	0,997	2	1	1
Chlorwasserstoff	HCl	0,975	2	1	1
Kohlensäure	CO_2	1,55	3	1,55	1,5
Stickstoffoxydul	N_2O	1,64	3	1,6	1,5
Wasserdampf	H_2O	1,36	3	1,4	1,5
Schweflige Säure	SO_2	1,62	3	1,6	1,5
Schwefelwasserstoff	H_2S	1,29	3	1,3	1,5
Schwefelkohlenstoff	CS_2	2,04	3	2	1,5
Grubengas	CH_4	1,54	5	1,55	2,5

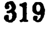
1) Clausius. „Abhandlungen". VI. Tabelle der specifischen Wärmen S. 296.

Namen der Gase	Chemische Zusammen-setzung	γ	z	$\gamma : \gamma_1$	$z : z_1$
Chloroform	$CHCl_3$	3,43	5	3,4	2,5
Oelbildendes Gas	C_2H_4	2,06	6	2	3
Ammoniak	NH_3	1,37	4	1,4	2
Benzin	C_6H_6	5,60	12	5,6	6
Terpentinöl	$C_{10}H_{16}$	13,71	26	13,7	13
Holzgeist	CH_4O	2,60	6	2,6	3
Alkohol	C_2H_6O	3,87	9	3,9	4,5
Aether	$C_4H_{10}O$	6,87	15	6,9	7,5
Schwefeläthyl	$C_4H_{10}S$	6,99	15	7	7,5
Chloräthyl	C_2H_5Cl	3,21	8	3,2	4
Bromäthyl	C_2H_5Br	3,76	8	3,8	4
Holländische Flüssigkeit	$C_2H_4Cl_2$	4,24	8	4,2	4
Aceton	C_3H_6O	4,50	10	4,5	5
Essigäther	$C_4H_8O_2$	6,82	14	6,8	7
Kieselchlorür	$SiCl_3$	4,21	4	4,2	2
Phosphorchlorür	PCl_3	3,39	4	3,4	2
Arsenchlorür	$AsCl_3$	3,77	4	3,8	2
Titanchlorid	$TiCl_4$	4,67	5	4,7	2,5
Zinnchlorid	$SnCl_4$	4,59	5	4,6	2,5

Da die Mehrzahl dieser Erfahrungsdaten mit der obigen Consequenz des Boltzmann'schen Gesetzes übereinstimmt, so dürften die vorkommenden Abweichungen einen aufser diesem liegenden Grund haben, der mit den Vorbedingungen dieser Consequenz nicht übereinstimmt. Clausius hebt selbst hervor, dafs die in seiner Tabelle enthaltenen Werthe der specifischen Wärme bei constantem Volumen nur als ein angenähertes Maafs der wahren specifischen Wärme dienen können. Unter dieser Voraussetzung sprechen also diese Erfahrungsdaten für die Richtigkeit des Boltzmann'schen Gesetzes.

X. *Untersuchungen über das gesetzmäſsige Verhalten der Gase und Dämpfe;*
von Prof. Ph. Gladbach in Aarau.

Bei allen bisherigen theoretischen Untersuchungen über das Verhalten der gesättigten Wasserdämpfe, finden wir das Mariotte-Gay-Lussac'sche Gesetz zu Grunde gelegt. Obgleich nun durch Versuche nachgewiesen ist, daſs bei Dämpfen die Beziehungen zwischen der Spannung, dem Volumen und der Temperatur wesentlich abweichende von denen der permanenten Gase seyen, muſste es immerhin dem aufmerksamen Beobachter auffallend erscheinen, daſs selbst mit obigem Gesetze schon vielfach befriedigende Resultate erzielt wurden. Ich erinnere nur an die von Clausius und Clapeyron gegebene Berechnungsweise der Volumina gesättigter Wasserdämpfe und allen sich daran schlieſsenden Folgerungen. Dies beweist, daſs das wirkliche Verhalten der gesättigten Wasserdämpfe keine sehr bedeutende Veränderuugen in dem für constant betrachteten Werthe $R = \frac{pv}{T}$ aufweisen wird. Um nun einen Begriff von der Art dieser Veränderungen zu erlangen, hielt ich es für geeignet, eine Reihe dieser Werthe R zu ermitteln, einmal mit Zugrundelegung von Zeuner's Tabellenwerthen, ein andermal mit nach älteren Voraussetzungen berechneten Dichtigkeiten, daſs nämlich das specifische Gewicht des Wasserdampfes 0,6225 von dem der Luft sey. Dabei fand sich nun, abgesehen von der Verschiedenheit der Zahlenwerthe selbst, daſs beide so erzielten Tabellen in einem mit *wachsender* Temperatur *abnehmendem* R zwischen den Gränzen von 0 bis 100°C. übereinstimmen und daſs in beiden die Variabilität von R von diesem Augenblicke an in eine andere übergeht. Der Unterschied der letzten Variabilität jedoch besteht darin, daſs in den aus Zeuner's Tabellen berechneten Werthen R eine weitere, doch langsamere Ab-



nahme statt hat, während bei der zweiten Reihe eine Zunahme von R zu beobachten ist. Dieser hier vorgefundene *Wendepunct bei* 100° C. in dem Verhalten der gesättigten Wasserdämpfe läſst sich ebenfalls in den von Navier gegebenen beiden empirischen Formeln für die specifischen Gewichte der gesättigten Wasserdämpfe erkennen und wird sich auch in der Folge bestätigt finden.

Nach diesen Vorbereitungen machte ich den Versuch, eine Zustandsgleichung für die Dämpfe aufzustellen und kam dabei zu den folgenden Ergebnissen.

Wird einer in einem Gefäſse befindlichen Flüssigkeit eine Wärmemenge dQ von auſsen zugeführt, so wächst die innere Wärme derselben um dU. Die gleichzeitig in Folge der Wärmezuführung eintretende Volumenveränderung von v um dv erfordert zur Ueberwindung des auf der Flüssigkeit lastenden Drucks p eine Arbeit pdv; dies hat den Verbrauch einer bestimmten Wärmemenge zur Folge, die sich analytisch ausdrücken läſst durch $Apdv$, wenn A das Wärmeaequivalent der Arbeitseinheit bezeichnet. Die von auſsen zugeführte Wärmemenge dQ zerfällt demnach in

$$dQ = dU + Apdv \quad . \; . \; . \; . \quad (1).$$

Wird die Erwärmung unter constantem Druck vor sich gehend gedacht, so ist auch:

$$cdt = dU + Apdv \quad . \; . \; . \; . \quad (2),$$

wenn c die specifische Wärme der Flüssigkeit bei constantem Druck bezeichnet.

Fände hingegen die Erwärmung bei constantem Volumen statt und ist c_1 die diesbezügliche specifische Wärme, so wird, da $dv = o$

$$c_1 dt = dU \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

seyn müssen.

Denken wir uns nun folgenden Versuch ausgeführt: Von zweien mit der gleichen Flüssigkeit gefüllten Gefäſsen von gleicher Gröſse werde die eine Flüssigkeit unter constantem Druck, die andere unter constantem Volumen erwärmt und zwar so, daſs die beiden Flüssigkeiten in

gleichen Zeittheilchen dt die Zunahme der inneren Wärme dU gleich grofs ausfalle, so findet offenbar die Beziehung statt:

$$c\,dt = c_1\,dt + Ap\,dv$$

oder

$$Ap\,dv = (c - c_1)\,dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

Nach Regnault's Versuchen betrachte ich nun die specifische Wärme bei constantem Druck als eine Function der Temperatur und setze dasselbe in Bezug auf c_1 voraus, so dafs allgemein

$$c = q + m\,t + n\,t^2$$
$$c_1 = q_1 + m_1 t + n_1 t^2$$

zu setzen sind.

Diese Function in (4) eingeführt, ergiebt

$$Ap\,dv = (q - q_1)\,dt + (m - m_1)\,t\,dt + (n - n_1)\,t^2 dt \quad (5).$$

Werden beide Flüssigkeiten unter gleichen Umständen von 0 auf dt^0 erwärmt, so ist

$$Ap\,dv = (q - q_1)\,dt$$

was ich auch schreibe:

$$\frac{p\,dv}{dt} = \frac{q - q_1}{A} = R \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6).$$

Dieser Werth R ist offenbar gleichbedeutend mit dem des Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetzes; denn unter der Voraussetzung, dafs eine Flüssigkeit unter constantem Druck erwärmt werde, ist auch nach diesem Gesetze:

$$p\,dv = R\,dt.$$

Führen wir den Zahlenwerth $(q - q_1) = AR$ in Gl. (5) ein, so folgt:

$$Ap\,dv = AR\,.\,dt + (m - m_1)\,t\,dt + (n - n_1)\,t^2 dt \quad (7).$$

Welche Spannung und Volumenveränderung unter sonst gleichen Umständen in dem einen und andern Gefäfse auch stattfinden möge, so tritt immer in vorliegender Gleichung eine Constante $(AR)_{t=0}$ auf, während doch dieser Werth R bei Dämpfen eine variable Gröfse ist. Diese Beobachtung führte mich zu dem Schlusse, den ich 1868 in dem „Kunst- und Gewerbeblatt des polytech. Vereins für das König-

reich Bayern", 5. Heft, zuerst veröffentlichte; dahin lautend, dafs eine constante Gröfse AR sich nur dadurch erklären lasse, dafs auch A das Wärmeaequivalent der Arbeitseinheit, eine Function der Temperatur seyn müsse.

Das Verhalten der Gase und Dämpfe definirte ich deshalb in der Gleichung:

$$\frac{Apv}{T} = AR = \text{Constante} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{I.}$$

Die folgenden Berechnungen mögen einen Beleg bieten für die grofse Wahrscheinlichkeit der hier gegebenen Zustandsgleichung:

Die nächste Frage ist die Ermittlung des constanten Werthes AR. Wir wissen, dafs diese Gröfse die Bedingung $t = 0$ in sich schliefst, und da in diesem Falle nach Joule $A = \frac{1}{424}$, so liefse sich R_0 aus $\frac{pv}{T} = R$ ermitteln, wenn das Volumen der Gewichtseinheit Dampf bei 0° Temperatur bekannt wäre. Um diesen letztern Werth zu finden, benutze ich unter Zugrundelegung obiger Zustandsgleichung (I) die von Clausius[1]) und Clapeyron gegebene Ableitung. Die bisherigen Gleichungen über das Verhalten der Gase bei *constanter Temperatur* werden dadurch nicht alterirt; indem für diesen Fall auch A und R constant sind, und so dieselben Gleichungen zum Vorschein kommen, wie mittelst des Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetzes. Wir beginnen mit der Betrachtung eines *Kreisprocesses*.

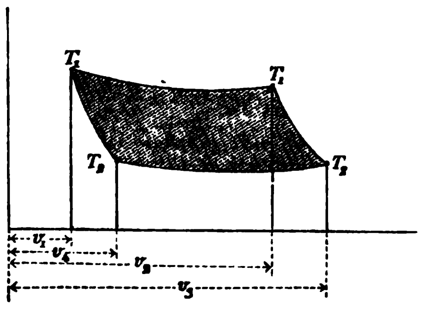
Ein Gas werde von einem Anfangszustand v_1 auf v_2 unter constantbleibender Temperatur T_1 ausgedehnt. Dazu bedarf es einer zuzuführenden Wärmemenge von

$$Q = AR \, . \, T_1 \log n \, . \, \frac{v_2}{v_1},$$

wobei angenommen wird, dafs diese Wärmemenge von einem unendlich grofsen, trotz dieser Wärmeentziehung von gleicher Temperatur bleibenden Körper ausgehe.

1) Pogg. Ann.

Der anfänglichen und constantbleibenden Temperatur T_1 entspricht ein constanter Werth R_1, welchen ich in die,



während der Ausdehnung von dem Gase verrichteten Arbeit einführe; es ist:

$$L_1 = R_1 T_1 \log n \,.\, \frac{v_2}{v_1}.$$

Denken wir uns die Temperatur des Gases sinke nun von T_1 auf T_2 ohne daſs Wärme zu- noch abgeführt werde, so findet eine weitere Ausdehnung von v_2 auf v_3 statt und die von dem Gase verrichtete Arbeit bestimmt sich unter der Voraussetzung $Q = 0$, zu:

$$L_2 = - \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_1}{A} \, dT.$$

Da ich sowohl c_1 und A als Functionen der Temperatur betrachte, so lasse ich das Intregal, welches in der Folge aus der Entwicklung herausfällt, in gegebener Form.

Von da an werde das Gas unter constantbleibender Temperatur T_2 von v_3 auf v_4 comprimirt. Damit das möglich sey, muſs unter gleichen Voraussetzungen wie oben, demselben Wärme entzogen werden, die sich berechnet nach:

$$Q_1 = AR \,.\, T_2 \log n \,.\, \frac{v_3}{v_4}.$$

Die zur Compression, bei constantbleibender Temperatur T_2, nöthige Arbeit wäre:

$$L_3 = R_2 T_2 \log n \,.\, \frac{v_3}{v_4}.$$

Schließlich werde das Gas von dem Zustande $v_4\,T_2$ auf den Anfangszustand $v_1\,T_1$ ohne Wärmeauf- noch -abnahme zurückgeführt, wozu es einer Arbeit bedarf von

$$L_4 = \int\limits_{T_2}^{T_1} \frac{c_1}{A}\, d\,T.$$

Die Gesammtarbeit des Gases während des ganzen Kreisprocesses beträgt daher:

$$L = L_1 + L_2 - L_3 - L_4,$$

und da $L_2 - L_4 = 0$, so wird:

$$L = R_1\,T_1 \log n\,.\,\frac{v_2}{v_1} - R_2\,T_2 \log n\,.\,\frac{v_3}{v_4} \quad . \ (8).$$

Ferner berechnet sich die während des Kreisprocesses in Arbeit verwandelte Wärmemenge zu

$$Q - Q_1 = A\,R\left(T_1 \log n\,.\,\frac{v_2}{v_1} - T_2 \log n\,.\,\frac{v_3}{v_4}\right) \ (9).$$

In der ursprünglichen Entwicklung von Clausius wird nun nachgewiesen, dafs

$$\log n\,\frac{v_2}{v_1} = \log n\,\frac{v_3}{v_4}$$

sey und mithin (8) und (9) übergehen in:

$$L = (R_1\,T_1 - R_2\,T_2) \log n\,.\,\frac{v_2}{v_1} \quad . \ . \ (10)$$

$$Q - Q_1 = A\,R\,.\log n\,.\,\frac{v_2}{v_1}\,(T_1 - T_2)\,. \ . \ (11).$$

Aus der bekannten Beziehung für Q und Gl. (11) folgt weiter:

$$Q - Q_1 = \left(\frac{T_1 - T_2}{T_1}\right) Q \ . \ . \ . \ . \ (12).$$

Clausius verbindet nun 10. und 11. unter der Annahme, dafs A und R constant sind und findet:

$$Q - Q_1 = A\,L$$

während ich nun erhalte:

$$\frac{Q - Q_1}{L} = \frac{A\,R\,(T_1 - T_2)}{R_1\,T_1 - R_2\,T_2},$$

woraus mit Berücksichtigung von (12)

$$L = \left(\frac{R_1 T_1 - R_2 T_2}{A R . T_1}\right) Q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13),$$

welche Gleichung auch jetzt noch die volle Bedeutung hat, die man ihr bisher beilegte. Von den endlichen Aenderungen gehen wir über zu den unendlich kleinen und setzen für T_1, T, für T_2, $T - dt$; für R_1, R und für R_2, $R - dR$; dann geht (13) über in:

$$dL = \left(\frac{R d T + T d R}{A R . T}\right) Q,$$

wobei das unendlich kleine Differential höherer Ordnung $dR . dT$ vernachlässigt ist. Auf graphischem Wege läfst sich nun auch die Arbeit durch den Inhalt eines Rechteckes darstellen, dessen Höhe dp und dessen Länge $(v_2 - v_1)$, so dafs wir auch schreiben können:

$$dL = (v_2 - v_1)\, dp = \left(\frac{R d T + T d R}{A R . T}\right) Q \quad . \quad (14).$$

Zur weitern Umformung dieser Gleichung denken wir uns einen Cylinder mit Wasser und Dampf gefüllt. Das Gesammtgewicht betrage 1 Kil.; das Gewicht des Dampfes sey m Kil., so wird das des Wassers $(1 - m)$ Kil. seyn müssen. Bezeichnet ferner w das Volumen der Gewichtseinheit Wasser (hier 0,001 Cubm. per 1 Kil.), v das Volumen der Gewichtseinheit Dampf, so ist das Gesammtvolumen obiger Mischung

$$V = m v + (1 - m) w = m (v - w) + w,$$

oder wenn wir $v - w = u$ setzen:

$$V = m u + w.$$

Für einen Anfangs- und Endzustand bei constantbleibender Temperatur also:

$$V_1 = m_1 u + w$$
$$V_2 = m_2 u + w.$$

Das Gewicht des neuentstandenen Dampfes ist demzufolge $m_2 - m_1$ und die zugeführte Wärmemenge

$$Q = (m_2 - m_1)\, r,$$

wenn r die Verdampfungswärme bezeichnet.

Durch Substitution der Werthe V_1, V_2, und Q in Gleichung (14) erhalten wir nun:

$$u\,dp = \frac{R\,dT + T\,dR}{AR\,.\,T}\,.\,r,$$

und wenn wir noch gemäfs unserer Voraussetzungen, dafs $R = \frac{(AR)}{A}$ ist, $dR = -\frac{R\,dA}{A}$ einführen, so wird nach einfacher Reduction:

$$u = \frac{r\left(1 - T\frac{dA}{A\,dT}\right)}{AT\,.\,\frac{dp}{dT}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15).$$

Vorliegende Gleichung unterscheidet sich von der von Clausius gegebenen nur durch das Glied $T\frac{dA}{A\,dT}$ und geht sofort in dieselbe über, wenn A constant betrachtet wird. Dieselbe spricht aus, dafs die bisher berechneten Volumina gesättigter Wasserdämpfe etwas zu grofs sind, was durch einen Vergleich mit den Versuchen von Tate und Fairbairn durchaus bestätigt wird.

Gleichung (15) benutze ich nun zur Ermittlung des Werthes $v = u + w$ bei 0° Temperatur. Dazu bedarf es jedoch der Annahme einer Variabilität von A. Ich setze, da der reciproke Werth von A das Arbeitsaequivalent der Wärmeeinheit bezeichnet und nach Regnault die spec. Wärme des Wassers als Function der Temperatur bekannt ist, zwischen den Temperaturintervallen von 0° bis 100° C.

$$A = \frac{c_m}{424} = \frac{1 + 0{,}00004\,t + 0{,}0000001\,t^2}{424} \quad . \quad (16)$$

und für Temperaturen über 100° C.

$$A = \frac{c'}{424} = \frac{1 + 0{,}00004\,t + 0{,}0000027\,t^2}{424} \quad . \quad (17)\ ^{1)},$$

In beiden Fällen ist der Differentialquotient $\frac{dT}{dA}$ für $t = 0$

1) Siehe diese Ann. Bd. CXL, S. 574. Ueber die Wärmecapacität des Wassers usw. von Pfaundler und Platter.

derselbe und damit auch der noch zu berechnende Werth R_0.

Da ferner für $t=0$, $T=273$, $r=606{,}5$

$$\frac{dp}{dT}=0{,}338, \quad p=4{,}6$$

in ^{mm} Quecksilbersäule nach Regnault, so berechnet sich aus Gleichung (15)

$$u=202{,}719 \text{ mithin } v=202{,}720$$

und folglich

$$R_0=\frac{pv}{T}=46{,}4458.$$

Die Zustandsgleichung I läſst sich mit Rücksicht auf (16) und (17) noch einfacher schreiben. Multiplicirt man auf beiden Seiten der Gleichung mit 424, so folgt:

$$\frac{pv}{T}=\frac{R_0}{c_m} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{II},$$

in welcher für Temperaturen über 100°, c' statt c_m einzuführen ist.

Es möge nun eine Zusammenstellung der mit meinem Gesetze erzielten Werthe für die Volumina gesättigter Wasserdämpfe, der Versuchswerthe von Tate und Fairbairn[1]) und der darauf bezüglichen Werthe von Clausius[2]) folgen; wobei jedoch zu bemerken ist, daſs Clausius in seine Formel $A=\frac{1}{421}$ einführte.

1) *Proceedings of the Roy. society* 1860.

2) *Bulletin de la société d'encouragement* 1861 *p.* 496.

Tabelle I. (Temperaturen unter 100° C.)

t^0 Celsius	T Absolute Temperatur	p Spannung in mm	c_m *) Mittlere specifische Wärme	Volumina. Gl. II.	Tate und Fairbairn	Clausius
58,205	331,20	136,00	1,002	8,300	8,266	8,23
68,516	341,516	218,94	1,002	5,317	5,326	5,29
70,755	343,75	240,03	1,002	4,882	4,914	4,83
77,490	350,49	320,29	1,003	3,726	3,717	3,69
79,400	352,40	346,00	1,003	3,468	3,433	3,43
83,500	356,5	406,65	1,003	2,986	3,046	2,94
86,833	359,83	466,34	1,004	2,625	2,620	2,60
92,655	365,65	581,15	1,004	2,140	2,146	2,11
100	373	760	1,005	1,668	1,670	—

*) Diese $f(t)$ die ich fand, nachdem Tabelle II berechnet war, ist ganz dieselbe, welche Regnault für die mittlere specifische Wärme des Wassers angiebt, dort aber in der Form:

$$1 + 0{,}00002\,t + 0{,}0000003\,t^2$$

geschrieben ist, wie aus Tabelle I ersichtlich.

Tabelle II. (Temperaturen über 100° C.)

Temperatur t^0 Cels.	Absolute Temp. $T=273+t$	Spannung in mm Quecksilbersäule	Spec. Wärme c'	Volumina aus Gl. II.	Tate und Fairbairn	Clausius
117,17	390,17	1361,694	1,0416	0,940	0,941	0,947
118,233	391,233	1410,208	1,0423	0,909	0,906	0,917
118,455	391,455	1419,606	1,0426	0,903	0,891	0,911
124,166	397,166	1697,736	1,0465	0,763	0,758	0,769
128,41	401,41	1935,48	1,0496	0,675	0,648	0,681
130,67	403,67	2070,86	1,0513	0,633	0,634	0,639
131,78	404,78	2138,68	1,0521	0,614	0,604	0,619
134,866	407,866	2342,64	1,0545	0,564	0,583	0,569
137,455	410,455	2529,84	1,0564	0,524	0,514	0,530
139,21	412,21	2655,316	1,0578	0,501	0,496	0,505
141,805	414,805	2864,612	1,0599	0,466	0,457	0,472
142,36	415,36	2902,00	1,0604	0,460	0,448	0,465
144,74	417,74	3105,15	1,0623	0,432	0,432	0,437

Unverkennbar zeigt sich in diesen Zahlen ein bis dahin noch unbekannt gewesener Zusammenhang zwischen der specifischen Wärme der Flüssigkeit und der Temperatur, Spannung und dem Volumen der aus ihr erzeugten Dämpfe. Ferner ist ersichtlich, daſs bei gegebenen Volumina, sich mit Hülfe meines Gesetzes die specifische Wärme des Wassers berechnen läſst, wobei die Versuchswerthe Regnault's eine glänzende Bestätigung finden.

Aarau, den 8. December 1871.

XI. *Stoſsversuche mit Kugeln aus verschiedenem Metall; von Heinrich Schneebeli.*

In meiner Mittheilung über den Stoſs elastischer Körper (diese Annalen Bd. 143, S. 239) sind die Stoſsverhältnisse untersucht, die eintreten, wenn wir ein und dasselbe Material benutzen und den Stoſs unter verschiedenen Bedingungen vor sich gehen lassen. Das dort benutzte Material war glasharter Stahl, ein äuſserst elastischer Körper. Es wurde die Abhängigkeit der Stoſszeit sowohl von der *Masse*, *Länge* als auch *Fallhöhe* des stoſsenden Körpers etc. wenigstens qualitativ bestimmt.

In der vorliegenden Mittheilung sind nun die Resultate enthalten, die ich beim Stoſs mit Kugeln aus verschiedenen Metallen erhielt.

Die Beobachtungsmethode war genau dieselbe, wie ich sie in der obigen Abhandlung beschrieben habe. Die Kugeln hatten alle dasselbe Gewicht und wurden von derselben Höhe gegen die glasharte und feinpolirte Stirnfläche eines festen Stahlcylinders fallen gelassen. Allerdings hatten die Kugeln nun nicht alle denselben Radius und müſste also hiefür, um die Verhältnisse gleich zu machen, eine Correction angebracht werden, da die Stoſszeit ab-

hängt vom Radius der Krümmungsfläche. Indessen geht aus den a. a. O. mitgetheilten Zahlen hervor, daſs diese Correction sehr klein ausfallen würde (Blei u. Zink 2¼ Proc.) und jedenfalls gegen die bei diesen Metallen vorkommenden Unvollkommenheiten (Ueberschreitung der Elasticitätsgränze) wohl vernachlässigt werden darf.

Nämlich selbst bei den hier benutzten sehr kleinen Fallhöhen von etwa 10^{mm} erhielten die weichern Metalle eine kleine permanente Deformation, die jedenfalls das Resultate compliciren muſs. Man lieſs auch deshalb, um die Versuche durchaus homogen zu haben, die Kugeln stets mit einer frischen Stelle aufschlagen.

Zuerst untersuchte ich den Einfluſs, den der Thermostrom, hervorgehend aus der Berührung heterogener Metalle bei etwaiger Temperaturdifferenz, auf den Ausschlag der Nadel haben könnte. Wurde diese Quelle eines Stromes direct mit dem Galvanometer verbunden und die Kugel mit der Stoſsfläche in Berührung gebracht, so schlug die Nadel selbst bei nicht merkbarer Temperaturdifferenz (etwa herrührend von der Berührung mit der Hand) bis auf 100 Scalentheile aus, sobald der Contact längere Zeit hergestellt wurde. Blieb aber die Kugel nur während der Stoſszeit an der Stoſsfläche, so war absolut kein Strom wahrzunehmen, selbst wenn die Kugel bis 10 mal nacheinander gegen die feste Ebene pendelte.

Um indessen zur Evidenz zu zeigen, daſs der hier entstehende Thermostrom die Resultate nicht beeinfluſste, wurde die Kugel bis auf etwa 200^{0} erhitzt und nun der Stoſs vorgenommen. Selbst in diesem Falle konnte keine Bewegung der Nadel wahrgenommen werden, auch wenn der Stoſs rasch nacheinander wiederholt wurde. Die Versuche mit der erwärmten Silberkugel wurden auch bei eingeschalteten Hydroelementen wiederholt; freilich zeigte sich hier eine Zunahme der Berührungszeit beim Stoſs, als die Kugel erwärmt wurde; indessen ist diese Zunahme des Ausschlages nicht einem Thermostrom zuzuschreiben, sondern, wie aus dem Folgenden hervorgeht, einer Abnahme der

Elasticität mit wachsender Temperatur. — Man benutzte zu den Versuchen folgende Metallkugeln von ungefähr 250 Grm., die gegossen und nachher abgedreht waren:

Kugel	Elasticitätscoëfficient *E*.
Stahl	19600
Kupfer	10500
Zink	8700
Messing	8540
Silber	7140
Zinn	4000
Blei	1700

Ich will von den zahlreichen Versuchsreihen zwei mittheilen und hier nochmals erwähnen, daſs die Kugeln alle von derselben Höhe gegen den Stahlstab fallen gelassen wurden.

	Ausschlag des Galvanometers *a*	
Kugel	I. Reihe	II. Reihe
Stahl	72,5	84,2
Kupfer	94,2	115,0
Zink	111,0	130,0
Messing	110,5	127
Silber	112,0	130
Zinn	164	194
Blei	270	320

Die erste Reihe wurde ausgeführt den 11. Januar, die zweite den 22. Januar.

Als allgemeines Resultat ergiebt sich aus diesen beiden Reihen, *daſs die Stoſszeit zunimmt, wenn der Elasticitätscoëfficient abnimmt.* Ein näherer Zusammenhang zwischen Stoſszeit und Elasticitätscoëfficient ergiebt sich, wenn man das Product aus Stoſszeit und der Wurzel aus dem Elasticitätsmodulus der betreffenden Kugel bildet. Man erhält alsdann folgende Tabelle:

Kugel	$\sqrt{E}$	I. Reihe. a	$a\sqrt{E}$	Corr.	Reihe II. a	$a\sqrt{E}$	Corr.
Stahl	140	72,5	101,5	+ 0,5	84,2	117,9	+ 2,1
Kupfer	102	94,2	96,1	+ 5,9	115,0	117,3	+ 2,7
Zink	93,3	111,0	103,6	— 1,6	130	121,3	— 1,3
Messing	92,4	110,5	102,1	— 0,1	127	117,4	+ 2,6
Silber	84,5	112	94,6	+ 7,4	130	110,0	+10
Zinn	63	164	103	— 1,0	194	122	— 2
Blei	42	270	113	—11	320	134	—14
		Mittel	102,0		Mittel	120,0	

Wir dürfen aus dieser Tabelle mit voller Berechtigung den Schluſs ziehen:

Stöſst eine Reihe von elastischen Körpern gegen dieselbe elastische Fläche, so sind die Stoſszeiten umgekehrt proportional der Wurzel aus ihren Elasticitätscoëfficienten.

Alle die hier benutzten Metalle stimmen mit ziemlicher Annäherung mit dem obigen Gesetz, mit Ausnahme der Silber- und Bleikugel. Was die Bleikugel anbetrifft, so darf uns diese Nichtübereinstimmung nicht überraschen, denn die Elasticität des Blei's ist so gering, daſs selbst bei diesen kleinen Fallhöhen die Elasticitätsgränze sehr überschritten wird. Bei der Silberkugel muſs ich annehmen, daſs ihr Elasticitätscoëfficient ein wesentlich gröſserer ist, als bei dem Material, das zur Bestimmung des Coëfficienten benutzt wurde. Diese Vermuthung ist wohl in Betracht der ziemlich bedeutend abweichenden Resultate verschiedener Beobachter nicht ungerechtfertigt.

Zürich, den 10. Febr. 1872.

XII. *Ein Collector für Frictionselektrisirmaschinen; von Dr. H. Emsmann in Stettin.*

Der Condensator in dem Rühmkorff'schen Funkeninductor, der so wirksam ist und dabei an der Maschine doch nur einen geringen Raum beansprucht, hat in mir den Gedanken angeregt, dafs auf ähnliche Weise an der gewöhnlichen Frictionselektrisirmaschine sich ein compendiöser, aber dennoch bedeutend wirkender *Collector* müfste herstellen lassen.

Dies ist vollständig gelungen. Auf billige Weise ist das erreicht worden, was an den Winter'schen Elektrisirmaschinen der immerhin auffallende und verhältnifsmäfsig — jetzt unverhältnifsmäfsig — theure Ring leistet.

Mein ursprünglicher Gedanke war, den Collector durch *einen* langen Streifen von Stanniol herzustellen, der — zwischen zwei übergreifende Streifen von Isolirpapier gefaltet und in ein etwa octavgrofses Futteral von Isolirpapier eingeschlossen werden sollte. Diesen Collector beabsichtigte ich auf dem Conductor der Maschine selbst — wie den Ring Winter's — oder auf der Leitung von den Saugern zu dem Conductor anzubringen.

Der hiesige, sehr strebsame und geschickte Mechanicus Hr. Kuhlo, welchen ich zur Ausführung meiner Idee ermunterte, hat nun den *Collector* in der Weise ausgeführt, dafs er mehrere, an einem Ende zugeblasene Glasröhren, von denen die weiteste etwa 5 Centim. Durchmesser hält, in einander steckte. Mit Ausnahme der weitesten Röhre, die nur als isolirende Hülle dient, sind sämmtliche (3 bis 5) Röhren aufsen mit Stanniol beklebt; die Ränder der offenen Enden liegen in einer Ebene, und an diesen Enden sind sämmtliche Stanniolbelege unter sich vereinigt und mit dem Conductor der Maschine in leitende Verbindung gebracht, so dafs der Collector nach Belieben aufgesetzt oder abgenommen werden kann.

Die Wirkung ist eine überraschende. Der *Collector* leistete noch mehr als der Winter'sche Ring, als er an dessen Stelle auf die Maschine, welche mit einem solchen versehen war, gesetzt wurde.

Es läfst sich dieser einfache nnd billige *Collector* an jeder Frictionsmaschine leicht anbringen, so dafs man an einer jeden auf einfache und billige Weise dieselben Wirkungen erzielt, durch welche sich die Winter'schen Ringe bisher auszeichneten.

Stettin, Febr. 1872.

XIII. *Die Elektrophormaschinen betreffend.*

Es war mir erfreulich, im 144. Bd. d. Annal. einer Ansicht über die Holtz'sche Maschine zu begegnen, die ich 1867 aufgestellt und seitdem bei allen Versuchen, fremden wie eigenen, durchaus bestätigt gefunden habe. Hr. Schwedoff adoptirt, wie aus seiner Beschreibung des Spiels der Maschine (S. 601) hervorgeht, meine Ansicht, dafs die Maschine im Wesentlichen ein drehbarer Doppel-Elektrophor ist, dessen mit Cartonspitzen versehene Kuchen, nach einem bekannten Versuche, durch Influenz fortwährend Elektricität erhalten. Hr. Schwedoff weicht nur in dem für diese Ansicht völlig gleichgültigen Puncte von mir ab, dafs er die Influenz auf die Cartonspitzen nicht von der Vorderfläche [1]), sondern von der Hinterfläche der gedrehten Scheibe ausgehen läfst. Es ist dies die natürlichste, sich im ersten Augenblicke darbietende Annahme; ich

1) Hr. Schwedoff nimmt Anstofs an dieser in der Wissenschaft gebräuchlichen Bezeichnung. An dem Objective eines Fernrohrs wird die dem Lichte zugewandte Fläche Vorderfläche genannt, auch wenn sie für den Beobachter die Hinterfläche ist.

habe sie erst nach Anstellung vieler Versuche fallen lassen, die in den Berichten der Akademie 1867 in zwei Aufsätzen beschrieben sind und darthun, dafs eine nichtleitende Platte, die auf Einer Fläche in irgend einer Weise Elektricität erhalten hat, auf der entgegenliegenden Fläche durch Influenz elektrisch wird. Hr. Schwedoff glaubt diese Elektrisirung durch einen Versuch widerlegen zu können (S. 599 flgd.), der gerade nur hinreicht, die von ihm S. 600 gemachte, ersichtlich falsche Voraussetzung zu widerlegen, dafs, um eine einseitig elektrisirte Glasscheibe zu entladen, ihre beiden Flächen entladen werden müssen, im Falle, dafs sie auf beiden Flächen elektrisch wäre. Bekanntlich verschwindet mit der influenzirenden auch die influenzirte Elekricität, so dafs es zur Entladung der Platte hinreicht, die erste Elektricität abzuleiten. Auf diesen rohen Versuch gestützt behauptet Hr. Schwedoff, dafs meine Erklärung der Wirkung der Holtz'schen Maschine nicht mit den Thatsachen übereinstimme und wiederholt im Wesentlichen meine Erklärung mit der Aenderung, dafs er die Cartonspitzen der Kuchen durch die Elektricität der Hinterfläche der rotirenden Scheibe erregen läfst, statt durch die gleichnamige Elektricität der Vorderfläche.

Für die so oft nöthige praktische Anwendung meiner Erklärung zum Verständnisse der Elektrophormaschinen ist dieser Differenzpunkt ohne alle und jede Bedeutung. Für die theoretische Anwendung ist er nicht gleichgültig und ich bemerke darüber Folgendes. Die Elektricität der Vorderfläche der gedrehten Glasscheibe einer Elektrophormaschine ist eine Thatsache; Hr. Schwedoff läugnet sie nicht, er hält nur ihre Menge für sehr klein (S. 602), weil sie von der elektrischen Ausströmung der Cartonspitzen herrühre. Hätte die Elektricität der Vorderfläche diesen Ursprung, so würde sich aus äufsern Merkmalen an den Cartonspitzen schliefsen lassen, dafs ihre Menge nicht klein seyn kann. Es ist aber leicht zu zeigen, dafs sie diesen Ursprung nicht hat. Rührte jene Elektricität von den Cartonspitzen her, so müfste eine alte Holtz'sche Ma-

schine (mit 2 Kuchen und 2 Kämmen) erregbar bleiben, nachdem an der Hinterfläche der rotirenden Scheibe ein abgeleiteter Metallkamm (überzähliger Conductor) angebracht worden ist. Es ist aber bekannt, dafs mit diesem Conductor die Maschine sich nicht erregen läfst, man möge den Versuch fortsetzen, so lange man will. Ich halte aus Gründen die Elektricität der Vorderfläche der Scheibe für eine durch Influenz ihrer Hinterfläche erregte und für gerade stark genug, um die Cartonspitzen mit Elektricität zu versehen. Dafs unter günstigen Umständen die durch Influenz der elektrisirten Fläche einer nichtleitenden Scheibe auf der entgegenliegenden Fläche erregte Elektricität ausnehmend stark ist, habe ich früher durch einen leicht zu wiederholenden Versuch gezeigt. Eine Pechplatte war mit einer Glimmerscheibe bedeckt, auf die ein kleiner Metallcylinder gestellt war, der einen schwachen elektrischen Funken erhielt. Dadurch war auf der Pechplatte eine grofse sehr scharf ausgebildete Staubfigur entstanden, ganz so, als ob Elektricität durch einen Funken direct auf die Platte gebracht worden wäre. Die durch die elektrisirte obere Glimmerfläche durch Influenz auf der untern Fläche erregte Elektricität hatte eine so grofse Dichtigkeit, dafs der mit der erregenden Elektricität gleichnamige Theil derselben auf die Pechfläche übersprang.

An dem drehbaren Metallstabe der neuesten Holtz'schen Maschine, an dessen Enden die beiden schrägen Kämme befestigt sind, habe ich die Bestimmung erkannt, die beiden Kämme unelektrisch zu erhalten. Hr. Schwedoff hat nicht wohl daran gethan, Dies so auszudrücken, dafs wenn Ein Kamm, durch Influenz erregt, die eine Elektricität, der gegenüberstehende nicht influenzirte Kamm, die andere Elektricitätsart ausströmen läfst (S. 601). Dadurch erscheint es nämlich, als ob Hr. Schwedoff die Isolirung jenes Stabes für unbedingt nothwendig gehalten und meine Bemerkung hinter der von ihm S. 598 citirten Stelle übersehen habe, dafs der Stab mit Vortheil zur Erde abgeleitet wird. Wer eine Unbequemlichkeit nicht scheut,

kann den Metallstab ohne Nachtheil entbehren, die beiden Kämme durch ein anderes Mittel einzeln festlegen und durch lange Drähte zur Erde ableiten. *R.*

XIV. *Historisches.*

Vor etwa 18 Jahren (Ann. Bd. XCII, 1854, S. 179) beschrieb ich eine Fallmaschine, mittelst welcher in anschaulicher Weise gezeigt werden kann, daſs Körper beim Heben (so zu sagen) schwerer, und beim Senken leichter sind als im Zustand der Ruhe, — eine Thatsache, die in physikalischen Kreisen auch jetzt noch nicht so allgemein bekannt seyn dürfte als sie es zu seyn verdient. Um so mehr hat es mich kürzlich überrascht, zu finden, daſs dieselbe schon vor sehr langer Zeit ausgesprochen worden ist.

In einem Werke über die hydrostatische Waage, betitelt: *Buch der Waage der Weisheit*, verfaſst von dem Araber Al-Khazini im zwölften Jahrhundert, und übersetzt von Hrn. N. Khanikoff, weiland Russischem General-Consul zu Tabriz in Persien, zunächst ins Französische, und dann, ins Englische übertragen, zusammen mit dem arabischen Original veröffentlicht im *Journ. of the American Oriental Society*, *Vol. VI* (1859), findet sich nämlich *p.* 36 folgende bemerkenswerthe Stelle:

„*The weight of any heavy body, of known weight at a particular distance from the centre of the world, varies according to the variation of its distance therefrom; so that, so often as it is removed from the centre, it becomes heavier, and when brought nearer to it, is lighter.*“

Ein Beweis dieses Satzes wird nicht gegeben; auch wird nicht gesagt, von wem er herstammt; möglicherweise könnte er schon bei den Alten vorkommen. *P.*

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.

[redacted]

1872. ANNALEN № 3.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CXLV.

I. *Die Abendlichter an der östlichen Küste Südamerika's;*
von Heinrich Burkhart-Jezler in Bahia.

(Schluſs von S. 218.)

II.

Vergleichung der Abendröthe unter den Tropen mit der unter mittleren Breiten. Unhaltbarkeit der bisher aufgestellten Erklärungsweisen und Begründung einer neuen auf die Dispersion der Lichtstrahlen und Temperaturveränderungen der Dämpfe.

Es liegt die Frage nahe, in welchem Verhältnisse die mitgetheilten Erscheinungen unter den Tropen zu der Abendröthe in den mittleren Breiten stehen. Hier müssen wir zuvörderst bemerken, daſs die Erscheinungen, welche wir mittheilten, zu den seltneren gehörten, da sie sich in dem Zeitraume von 15 Jahren nur in fünfen derselben periodenweis der Beobachtung darboten. Die Abendlichter, wie sie sich dort bei heiterem Himmel und beständiger Witterung zeigten, unterschieden sich von der Abendröthe in mittleren Breiten keineswegs, und die Uebergänge, in welchen auffälligere Erscheinungen sich vorbereiteten oder verliefen, begannen oder endeten mit Phänomenen, die nur wenig von jener abwichen. Um den Vergleich der specifisch tropischen Abendlichter mit denen der mittleren Breite zu ermöglichen, möge hier die Beschreibung zweier charakteristischer Abendbeleuchtungen Platz finden, die ich gelegentlich bei meinem Aufenthalt in Europa zwischen dem 46. und 47. Grade nördl. Br. im Jahre 1870 aufge-

zeichnet habe. Sie stimmen mit den mir später zur Kenntnifs gekommenen trefflichen Beobachtungen des Hrn. Prof. W. von Bezold (Pogg. Ann. Bd. 123 S. 240) im Wesentlichen überein, heben aber einige bisher als nebensächlich angesehene Umstände hervor, von deren Vorkommen bei dem hier anzustellenden Vergleiche nicht abgesehen werden kann.

1) Grofse Trockenheit war in den nördlichen Cantonen der Schweiz und den nordwestlich angränzenden Landstrichen während der Monate April bis Juni 1870 fühlbar geworden: mit Anfang Juli waren Regen eingefallen und hatten die Atmosphäre von Dünsten gereinigt; das Thermometer zeigte eine nächtliche Abkühlung von 6 bis 8°; die Abendlichter gewannen nach und nach an Glanz, und mit dem 8. Juli trat auch eine deutliche Sonderung ihrer Farbenlichter ein, wie sie zu derartigen Beobachtungen nöthig ist. An diesem Abend war die Sonne schon 7 Minuten untergegangen, als die ersten schwachen Andeutungen von Orangefärbung auf den oberen Rändern weifs beleuchteter Haufenwolken in 45 bis 55° Elevation sichtbar wurden. Erst 19 Min. nach Sonnenuntergang konnte ein kräftiges Gelb, mit Orange gemischt, auf den westlichen, und ein Orange mit Roth gemischt auf den östlichen, dem Horizonte nahe gelegenen Dämpfen constatirt werden, die fortwährend an Intensität zunahmen; 25 Min. nach Sonnenuntergang verlor sich die Färbung, indem das Blau des Himmels erblafste, die übrigen Farben ebenfalls in Weifs übergingen. Die weifse Färbung nahm überhand, der Westhimmel bildete eine gleichmäfsig glänzende Hohlfläche. Vom Zenit nach Westen konnte man entschieden eine violette, darunter eine bläulich graue Färbung erkennen, welche jedoch auch bald in Silberglanz überging. Von diesem Augenblicke an war während ziemlich dreier Minuten kein farbiges Licht wahrzunehmen [1]). Dann aber

1) Die Verwandlung der farbigen in eine weifse Beleuchtung wurde, so oft sich in den folgenden Tagen das Abendroth glänzend entwickelte, regelmäfsig wahrgenommen; ist dieselbe auch anderen Beobachtern

begannen von unten nach oben am westlichen Horizonte Orange, Gelb und Blasgrün in Gürteln von 60° horizontaler Ausdehnung sich auszubreiten. Hier und da verstreute Wolken erglänzten in Purpur, bis unterhalb der übrigen höher gestiegenen Gürtel sich Purpurroth als ein Kreissegment von 25 bis 30° horizontaler Ausbreitung einstellte, und bis auf 4° über dem Horizonte erhob. Mit Beginn des weiſsen Lichtes hatte die Helligkeit der Gesammtbeleuchtung zugenommen und sich bis zu dem Auftreten des Purpurrothes am westlichen Horizonte gesteigert. Von da ab verminderte sie sich schnell, bis alle Färbung in einem weiſsen Scheine am Westhimmel erlosch.

2) Als Repräsentant der herbstlichen Abendröthen folgt die vom 2. October 1870. Nach starken Herbstnebeln, welche dem Aequinoctium vorausgegangen waren, folgten heitere warme Tage mit empfindlich kalten Nächten, welche schnell den Laubfall vorbereiteten: die Temperaturdifferenz variirte zwischen 14 bis 16°. Nach Culmination der Sonne stellte sich in den Thälern ein feiner Dunstnebel ein, der durchsichtig, aber in Vergleich mit dem von Bahia grobkörnig erschien. Schon 5^h 14′ war die Landschaft mit einem gelben ins Grüne schillernden Lichte bei sonst ganz weiſser Beleuchtung des Himmels durch die directen Sonnenstrahlen wie übergossen, ähnlich, doch bei weitem schwächer, als ich es unter dem $26\frac{1}{2}^{\circ}$ südl. Breite von orangefarbenem Licht gesehen hatte. Auf den Höhen, bis wohin sich der Nebel nicht erhob, hatte man nicht das Gefühl in einer gelben Atmosphäre sich zu befinden, dagegen sah man die Sonnenscheibe vollkommen weiſs, während die Beleuchtung in dieser Farbe auf der Ebene fortdauerte, und erkannte die Wirkung des gelben Lichtes

entgangen, so findet sie sich doch unter den von Prof. v. Bezold mitgetheilten Beobachtungen, Pogg. Ann. Bd. 123, wo er sie als helles Segment deutet. Sie scheint übrigens, wenn auch alle übrigen Verhältnisse zur Entwicklung einer brillanten Abendröthe vorhanden sind, nur bei sehr durchsichtigem Horizonte zur Erscheinung zu kommen.

auf den östlichen Himmel, dessen Azurblau da, wo die gelben Strahlen es trafen, eine bläulich grüne Farbe annahm, und zwar um 5 Uhr 15 Minuten bis zu einer Erhebung von ungefähr 20°. Erst 5 Uhr 20 Min. liefs sich auf den am westlichen Himmel stehenden Haufenwölkchen die erste Andeutung von Färbung in einem leichten Anflug von Gelb erkennen. Mittlerweile war der gräuliche Streifen (die Wirkung des gelben Lichtes) auf dem Osthimmel gestiegen und hatte zwischen seinem untern Rande und dem Horizonte einen Raum gelassen, welcher sich in dem Maafse, als ersterer sich erhob, mit einem weifslichen Orange färbte. Je mehr die gelbliche Färbung am Westhimmel an Intensität und Höhe zunahm, desto mehr verschwand die grünliche Färbung am Osthimmel und nahm die Orangefärbung an Höhe und Intensität zu; 5 Uhr 27 Minuten hatte sich am Westhimmel ein Orange-Gürtel, unter dem höher gestiegenen Gürtel von Gelb ausgebildet, und am östlichen hatte ebenfalls aufsteigend Orange mit Roth sich gemischt. 5 Uhr 48 Minuten bildete dies Orangeroth einen Gürtel, dessen unterer Rand vom Horizonte abgehoben, einem dunkeln Kreissegment Raum gab, dessen Erhebung ohngefähr 5°, dessen Horizontalausdehnung 50° betrug, und fortan stets im Wachsen blieben (Erdschatten). Am Westhimmel nahm die gelbe und orangefarbene Beleuchtung schnell an Helligkeit zu, die bis dahin schon vorgeschrittene Dämmerung trat zurück, das wiedererstehende Licht warf Schatten deutlich bis auf 3 Zoll. Vom Osthimmel verschwand das Roth 5 Uhr 55 Minuten; bevor es (6 Uhr 3 Minuten) am westlichen Horizonte erschien, beleuchtete es hier und dort verstreute Haufenwölkchen, die einen Augenblick vorher in Orangelicht geglänzt hatten, und verschwand plötzlich ganz, indem ein weifser Glanz den ganzen Westhimmel einnahm. Dieser, einen weifsen Hintergrund bildend, liefs auch Gelb und Orange verschwinden, bis 6 Uhr 3 Minuten der obere Rand eines rothen Gürtels am westlichen Himmel erschien, und Roth und Orange darüber wieder sich herstellten. Die Beleuch-

tung nahm hiemit ab, und 6 Uhr 5 Minuten war der Schatten nur bis auf 1½ Zoll deutlich zu erkennen; die Dunkelheit begann zuzunehmen, als plötzlich wieder an Stelle des Orange und Roth ein weifses Licht aufflackernd mit mehreren pyramidalen Spitzen sich erhob. Die Farben stellten sich nach 2 Minuten wieder her und blieben bis 6 Uhr 53 Minuten trotz der unaufhaltsam ringsum fortschreitenden Dunkelheit deutlich sichtbar, wozu die Anwesenheit des Mondes wesentlich beizutragen schien.

Zu diesen und den von Prof. v. Bezold mitgetheilten Beobachtungen können die von Forbes (Pogg. Ann. Ergbd. I, S. 69), von Saussure (*Voyage dans les Alpes* 1769 *Tom. VII, p.* 495), von Schlagintweit (Optik und Meteorologie S. 475) und die von Wolff 1851 (in den Mittheilungen der naturhistorischen Gesellschaft zu Bern S. 49) hinzugefügt werden. Aus den Beobachtungen von Schlaginweit heben wir die über das Alpenglühen hervor und erinnern hier an die Hauptstadien der Beleuchtung der Bergesgipfel, welche in der Nähe des *Mont Blanc* von dem Volksmund die charakteristischen Bezeichnungen erhalten haben: 1) *Coloration,* 2) *Teinte cadavreuse,* 3) *Résurrection,* 4) *Extinction,* 5) *Lueur nocturne.* Obwohl sie bei den bisher versuchten Erklärungen der Abendröthe keine Beachtung gefunden haben, so dürften sie doch als Entwicklungsphasen für die Beurtheilung der zu Grunde liegenden Naturvorgänge von besonderer Wichtigkeit seyn, weil ihre regelmäfsige Wiederkehr über allen Zweifel erhoben ist durch die den Umwohnern und ständigen Beobachtern geläufigen Bezeichnungen.

Indem wir nun den Eindruck, welchen die Abendröthe in mittleren Breiten im Vergleich zu derselben Erscheinung unter den Tropen zu machen pflegt, kurz dahin aussprechen, dafs sie hier zu ihrer vollständigen Entwicklung eher gelangt als dort, so stimmt hiermit die Ansicht der Bergbewohner überein, welche die Abendröthe in der Ebene als verkümmert bezeichnen, und die sich Allen aufdrängende Wahrnehmung, dafs ihre Erscheinung von der täglich

wechselnden Durchsichtigkeit des Dunstkreises in der Nähe des Horizontes wesentlich abhängt, welche gerade in den mittleren Breiten ungünstiger ist als an den Polen und unter den Tropen. Es liegt daher die Erwartung sehr nahe, daſs auch an den Polen die Abendröthe zu ihrer vollständigen Erscheinung leicht gelangen könne, und würden die Beobachtung derselben wegen der verschiedenen Stellung der Sonne um so interessanter seyn, als demnach die Raumvertheilung der farbigen Gürtel eine von der in den Tropen beobachteten wesentliche Abweichung zeigen müſste, während die Färbung dieselbe bleiben würde.

Suchen wir zuvörderst bei aller Verschiedenheit im Einzelnen *die übereinstimmenden Merkmale der Erscheinung* auf, so lassen sich dieselben in drei Hauptgesichtspunkte zusammenfassen: 1) *Vermischung*, 2) *Anordnung*, 3) *Unterbrechung der Farben.*

1) *Alle Farben, welche sowohl in mittlern Breiten, als in den Tropen auftreten, sind mit Ausnahme der schwächstgebrochenen (Purpurroth) mit ihren Nachbarfarben gemischt*: Orange mit Roth, Gelb mit Orange, Grün mit Gelb. Die auſserdem nur in den Tropen gesättigt auftretende Farbe Violett (die stärkst gebrochene), ist ebenso rein, als das auch in den mittleren Breiten beobachtete Purpurroth, und wenn wir die Abendröthe in mittleren Breiten als ein Bruchstück der vollständigen Erscheinung ansehen dürfen, so werden alle Erscheinungen derselben dadurch charakterisirt, daſs ihre äuſsersten Gränzen von den unvermischten Farbenstufen gebildet werden, welche auch im Spectrum die äuſsersten Gränzen bilden. 2) Die Farbenreihe, welche am westlichen Himmel von Anfang des Phänomens erblickt wird, ist stets, wenn auch Roth darin noch fehlt, nach aufsteigenden Werthen der Brechungsexponenten geordnet. Dieselbe Ordnung befolgen die am Osthimmel sichtbar werdenden Farben. Roth aber, welches zuletzt auch im Westen zu unterst aller übrigen sich einstellt, beweist hiemit, daſs die Anordnung, wie sie eben bezeichnet wurde, überall eingehalten wird. 3) Die *Farbenbildung wird von*

weifsem Lichte, sowohl in den Tropen, als auch in mittleren Breiten unterbrochen; hieran knüpfen sich die beim Alpenglühen regelmäfsig beobachteten Stadien. Sie sind leicht in den angeführten Beispielen nachzuweisen. Der *teinte cadavreuse,* welche der *coloration* folgt, entspricht in den Tropen der hellglänzende weifse Hintergrund, und das Erlöschen der Farben in den oben gegebenen Beobachtungen zwischen dem 46 und 47° nördl. Br.; der *résurrection* derjenige Moment, in welchem das Licht zunimmt und Weifs sich wieder in Roth, Orange, Gelb und Grün auflöst; der *extinction* das nun erfolgende Ueberhandnehmen der Dunkelheit, und der *lueur nocturne* das weifse Nachspiel, in welchem alle Farbenpracht zuletzt verlischt.

In allen Breiten treffen bei Erscheinungen der Abendröthe dieselben meteorologischen und astronomischen Verhältnisse zusammen: Durchsichtigkeit der Atmosphäre, Anwesenheit condensirter Dämpfe in den Gränzen der Sichtbarkeit, Verminderung der Tagestemperatur und niederer Stand der Sonne. Die beiden ersten sind als nothwendige Bedingungen leicht erkannt. Ob die Temperaturerniedrigung, welche mit dem niederen Stande der Sonne eintritt, Einflufs auf die Farbenentwicklung ausübe, oder eine rein zufällige Coincidenz sey, wie sie bisher von den Meisten angesehen wurde, darüber kann nur die Erfahrung vorläufig entscheiden. Die von Forbes angegebenen Experimente können hierüber nichts entscheiden, da sie den Nachweis eines Zwischenzustandes des Wassers, wo es weder Gas noch tropfbare Flüssigkeit seyn soll, nicht zu geben im Stande sind. Fortgesetzte Beobachtung des Dunstkreises bot mir bei dieser Frage einen trefflichen Anhaltepunkt.

Auf einer Höhe bei Schaffhausen, von welcher aus man die Berner Berge, sowie die Vierwaldstädter deutlich unterscheiden kann, bemerkte ich am 17. Sept. 1870 5 Uhr 15 Minuten, da alle Berge und Thäler noch mit weifsem Lichte beschienen waren, und weder am Himmel noch auf der Erde eine Spur von Färbung sich blicken liefs, wie

eine weiſse Nebelschicht diesseits des Pilatus eine schwache, dann immer intensivere Orangefärbung annahm und sich hiedurch von ihrer Umgebung immer deutlicher abgränzte. So lieſs sich mit Bestimmtheit erkennen, daſs sie sich gerade soweit ausdehnte, als die Ufer des Vierwaldstädter Sees, welche durch die ihn umgebenden Bergspitzen in ihrem Umfang sich markiren. Die bekannten Gesetze der Nebelbildung und der Temperaturabnahme über Gewässern lieſsen mit Leichtigkeit erkennen, daſs hier eine lokale Temperaturerniedrigung eingetreten war, und ebenso war ihre Wirkung, die Farbenerzeugung, lokal. Die Färbung nahm an Intensität hier schnell zu und ging schon eine röthliche Mischung ein, während in den anstoſsenden Thälern weiſser Nebel sich bildete und nach und nach Orangefärbung annahm, bis 5 Uhr 30 Minuten auch die Bergspitzen (die nordwestlich gelegenen zuerst), die Anfänge derselben Färbung zeigten. Mit dieser Beobachtung stimmt auch überein, daſs an heiſsen Julitagen mit lauen Nächten die erste Spur von farbiger Beleuchtung erst 8 und mehr Minuten nach Sonnenuntergang auch in mittleren Breiten wahrgenommen wird, während sie an heiſsen Herbsttagen mit kalten Nächten eine Stunde und mehr vor Sonnenuntergang beobachtet wird.

Es bleibt die Frage zu beantworten, ob der niedere Stand der Sonne nothwendige Bedingung der Farbenbildung an Wolken und Dämpfen sey. Wenn dem so wäre, dürfte bei hohem Stande der Sonne und heiterm Himmel keine Färbung an Wolken sichtbar werden. Die Beobachtung zeigt aber gerade das Gegentheil; tagelang kann man oft in einer gewissen Himmelsgegend (z. B. in München am südwestlichen Himmel), fleischfarbene Wolken über und neben blendend weiſsen Wolken unverändert stehen sehen, während die Sonne ihren Weg durchläuft: weit eher wird man die Ursache der Färbung in einer Temperaturerniedrigung suchen dürfen, welche die von wärmeren Gegenden herübergeführten Wolken zu leiden haben, als in der Stellung der Sonne zu den gefärbten Wolken oder der gröſseren und kleineren Menge der Dämpfe,

welche die Sonnenstrahlen zu durchdringen haben um zu ihnen zu gelangen.

Die Antwort, welche gestützt auf eine lang fortgesetzte Beobachtung des Dunstkreises wir hier den beiden zuletzt aufgeworfenen Fragen geben müssen, nöthigt uns auf die bisher als gültig in den Lehrbüchern der Meteorologie aufgeführten Erklärungsweisen näher einzugehen, statt sogleich die Begründung einer den Phänomenen entsprechenden Theorie weiter zu verfolgen. Nach der einen Erklärungsweise der Abendröthe soll der Wasserdampf die Eigenthümlichkeit besitzen, in seinem Uebergang aus Gasform in Flüssigkeit, die rothen und orangefarbenen Strahlen durchzulassen und die übrigen Strahlen zu reflectiren[1]), wodurch die Abend- und Morgenröthe erzeugt werde, indem sich bei beiden Phänomenen Wasserdampf in diesem Zustande befindet. Ohne weiter auf den problematischen Zustand des Dampfes näher einzugehen, müfste daraus folgen, dafs die Atmosphäre nie weifs erscheinen könnte, wenn, wie in Wahrheit es der Fall ist, sich über unsern Häuptern den ganzen Tag hindurch Condensation des Wasserdampfes vollzieht, und ebenso wenig könnten Nebel weifs erscheinen, die von der Sonne beschienen sich bilden: wogegen die tägliche Erfahrung protestirt. Die zur Unterstützung jener Hypothese beigegebrachten Experimente lieferten wohl den Beweis, dafs Roth und eine Mischung von Roth und Orange sichtbar wurde, aber nicht dafür, dafs der Dampf wirklich nicht condensirt war. Andere Farben wie etwa Gelb, Blau, Violett *konnten* bei der Art, wie die Versuche angestellt wurden, gar nicht gesehen werden.

Die andere jetzt wohl allgemein angenommene Ansicht, nach welcher durch die farbigen Lichterscheinungen an dünnen Platten die farbigen Lichter der Abend- und Morgenröthe erklärt werden sollen, hat um so gröfseres Gewicht, als nach ihr auch die blaue Farbe des Himmels sich ebenso leicht nachweisen läfst. So wenig wir letztere

1) Forbes, Pogg. Ann. Bd. 47, S. 597.

in den Kreis unserer Erörterung zu ziehen schon jetzt Veranlassung haben, so liegt uns doch ob, die Voraussetzungen zu prüfen, welche die Anwendung der Theorie von der Reflexion an dünnen Platten auf die Abend- und Morgenröthe ermöglichen. Sie bestehen in zweien [1]:

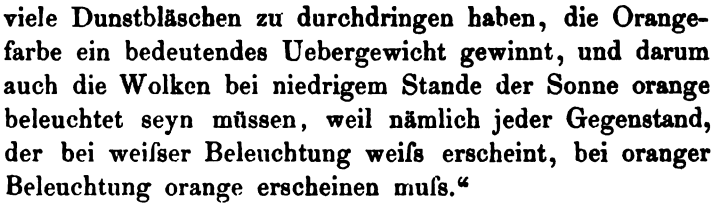
1) „dafs die Dicke der Dunstbläschen höchstens ein Viertel der Wellenlänge des violetten Lichtes betrage",

2) dafs das durch sie hindurchgehende Licht stets ungebrochen und unzerstört austrete.

Zur Begründung der ersten Annahme bietet sich kein anderer Grund dar als der, dafs „diejenigen Dunstbläschen, welche bei klarem Wetter in der Luft schweben, sehr klein sind, und dafs bei feuchter Luft neben den gröfseren auch kleinere von der verlangten Kleinheit sich befinden können". Offenbar ist hier wohl die Möglichkeit, aber kein zwingender Grund für die betreffende Gröfse der Dunstbläschen constatirt, selbst wenn es unnatürlich ist, zu glauben, „dafs die Wolken lauter Dunstbläschen von gleicher Dicke enthalten." Zur Begründung der zweiten Voraussetzung bedarf es einer dritten und vierten: dafs der Durchmesser des Luftkerns dem des ganzen Bläschens so sehr gleich sey, dafs ihr Gröfsenverhältnifs der Eins unendlich nahe, und dafs dies Verhältnifs constant sey: denn nur unter diesen Bedingungen kann das durch die Dunstbläschen gehende Licht weifs und ohne Einflufs auf die Sichtbarkeit der reflectirten Farben bleiben. Der Nachweis, dafs die Natur diese Bedingungen erfülle, möchte schwerlich zu liefern seyn.

Mit Hülfe dieser Voraussetzungen würden wir das Resultat erlangen: „dafs die Sonne, wenn sie hoch am Himmel steht, und ihre Strahlen also auf kürzestem Wege die Atmosphäre durchlaufen, weifs erscheint, zumal da wir kein absolut weifses Licht zur Vergleichung daneben haben (sic). Wenn sie dagegen zum Horizonte herabgesunken ist, und nun die Strahlen auf ihrem Wege sehr

1) Clausius, Pogg. Ann. Bd. 67, S. 188 und 195. Crell's Journ. Bd. 36, S. 195.



viele Dunstbläschen zu durchdringen haben, die Orangefarbe ein bedeutendes Uebergewicht gewinnt, und darum auch die Wolken bei niedrigem Stande der Sonne orange beleuchtet seyn müssen, weil nämlich jeder Gegenstand, der bei weifser Beleuchtung weifs erscheint, bei oranger Beleuchtung orange erscheinen mufs."

Erinnern wir uns aber der oben gestellten, in den gemeinschaftlichen Merkmalen der Abendröthe specificirten Aufgabe, so kann diefs Resultat nicht genügen, weil es nicht an den zu erklärenden Gegenstand hinan reicht, auch nicht die schon längst bekannten Eigenschaften der Abendröhte, wie das Alpenglühen u. s. w., ja nicht einmal das Purpurroth in Abend- und Morgenröthe berühren kann. Wir sehen uns darum genöthigt, die Voraussetzungen als willkürlich zu beseitigen und die schon von Halley und Leibnitz aufgestellte, von Clausius aufs neue zur Geltung gebrachte Annahme *allein* vorauszuschicken. *Die condensirten Dämpfe der Atmosphäre befinden sich in Form von Dunstbläschen.*

Die Bildung von Nebel- oder Dunstbläschen *entspricht den obwaltenden Beziehungen zwischen Luft und Wasser*: Das Wassergas steigt in der Luft auf unter gegenseitiger Durchdringung; die Adhäsion, welche zwischen tropfbar flüssigem Wasser und Luft besteht, läfst ein Anhaften und Einschliefsen der letzteren in das erstere so natürlich finden als die Thatsache, dafs Luft in jedem ihr längere Zeit ausgesetzten Wasser mechanisch vertheilt, sich nachweisen läfst. Wollte man trotzdem die Ansicht festhalten, dafs die in der Luft schwebenden condensirten Dämpfe wirklich volle Tropfen sind und keine Luft als Kern enthalten, so würde man sich in die Verlegenheit gesetzt sehen, erklären zu müssen, wefshalb dann um die Sonne nicht stets farbige Ringe sich erblicken lassen, was bei der steten Anwesenheit condensirter Dämpfe in der Luft nothwendig der Fall seyn müfste [1]). Durch die Aufnahme eines Lufttheiles wird es möglich, dafs tropfbar flüssiges

1) Clausius, Pogg. Ann. Bd. 88, S. 550.

Wasser in dem specifisch so viel leichteren Mittel, der Luft, schwebend erhalten bleibt, indem dadurch sein Volumen und dadurch der im Falle zu überwindende Widerstand vergröſsert und die Fallgeschwindigkeit hiedurch vermindert wird: gleichwohl wird *jedes Dunstbläschen, sich selbst überlassen*, weil es immer specifisch schwerer bleibt als die dasselbe umgebende Luft, *herabsinken*, und nur dann im Luftmeere schwimmend erhalten bleiben, wenn Luftströmungen darauf wirken, welche eine vertical aufwärts gerichtete Componente haben. Das Volum aber, der eingeschlossenen Luft, muſs sich nach den bekannten Gesetzen der Ausdehnung durch Wärme und Druck der Umgebung ändern, und somit das Verhältniſs $\frac{R'}{R}$ des inneren Halbmessers R' und des äuſseren R des Wasserhäutchens bei Temperatur-Zu- und Abnahme sich vergröſsern und verkleinern. Mit Aufsteigen des Tagesgestirns am östlichen Himmel beginnt bekanntlich auch die Steigerung der Temperatur des Erdbodens. Vermöge des verringerten specifischen Gewichtes der von dem erwärmten Erdboden durchwärmten Luft steigt ein warmer Luftstrom in die Höhe, ein kalter füllt die Stelle derselben aus. Die Wasserdämpfe, welche durch den kalten Luftstrom in die Nähe des Erdbodens geführt werden, verwandeln sich, wenn sie in Form von Dunstbläschen ankamen, bei hinreichender Erwärmung in Wassergas, hingegen das in Gasform, im warmen Luftstrom, aufsteigende Wasser condensirt sich, sobald es in Höhen gelangt, deren Temperatur und Barometerdruck die Liquefaction bewirkt. Die Wärmezunahme wird mit steigender Tagestemperatur in immer gröſsere Erdferne vorrücken und mit ihr zugleich der Ort der Liquefaction, bis mit dem Maximum der Temperatur auch das Maximum der Höhe dieses Orts erreicht ist. Nach diesem Zeitpunkt wird eine Wärmeabnahme in allen Schichten sich geltend machen. Der Thaupunkt wird von oben nach unten fortschreiten, die Dunstbläschen, welche sich beim Eintritte desselben gebildet haben, wer-

durch die fortwährende Wärmeabnahme verkleinert; in noch gröſserem Maaſse wird es ihr Halbmesserverhältniſs $\frac{R'}{R}$. Wir werden unten nachweisen, daſs *je näher dieſs Verhältniſs* $\frac{R'}{R}$ *der Eins ist, um so weniger eine Farbenentwicklung sichtbar werden kann, daſs aber, je mehr sich der Werth desselben von Eins entfernt, um so mehr farbige Strahlen sichtbar werden müssen.* Dies hier angewendet, giebt den Schlüssel für die Farbenerscheinung, welche einen längeren oder kürzeren Zeitraum nach Eintritt des Temperaturmaximums sichtbar wird, das Stadium der *Coloration.* Die durch Wärmeabnahme bewirkte Verkleinerung des Luftkerns vermehrt die Fallgeschwindigkeit der Bläschen; dieselbe wird nicht mehr durch eine aufwärts gerichtete Luftströmung paralysirt, im Gegentheil wird von den obersten vorher erwärmten Luftschichten aus eine Strömung nach unten sich geltend machen, soweit die Wärmeabnahme und Volumverminderung der darunter liegenden Luftschichten dem Nachrücken der oberen Luft Raum gestattet. Diese nach unten gerichtete Luftströmung wird die Fallgeschwindigkeit der sinkenden Nebelbläschen vermehren, welche demnach dem Fortschreiten der Abkühlung vorauseilen und bald in solche Schichten gerathen müssen, in welchen sie wieder erwärmt und zu demjenigen Werthe des Halbmesserverhältnisses $\frac{R'}{R}$ zurückgeführt werden, welches sie bei ihrer Entstehung hatten, oder wenigstens in ein solches, was bei ihrer derzeitigen Entfernung vom Beobachter farbige Strahlen nicht zur Erscheinung kommen läſst. Es werden demnach die bisher sichtbaren Färbungen verschwinden und hindurch ist das Stadium charakterisirt, welches bei dem Alpenglühen mit *teinte cadavreuse* bezeichnet wird. Die abermalige Verminderung des Werthes von $\frac{R'}{R}$ wird nun, und dies dürfte namentlich in mittlern Breiten fast immer der Fall seyn, dadurch erfolgen, daſs die Nebelbläschen durch ihre Ausdehnung

des Luftkerns in den erreichten wärmeren Schichten an Fallgeschwindigkeit verlieren und, da sie kälter sind als ihre Umgebung, dem in diesen Schichten enthaltenen der Liquefaction genäherten Dampfe einen Ort und den Grund seines Niederschlages in ihre Oberfläche längere Zeit darbieten. Hierdurch wird ihr Wasserquantum und dadurch R vergröſsert, folglich $\frac{R'}{R}$ vermindert, mithin die Farbenentwickelung aufs Neue erzeugt. Es leuchtet ein, daſs dann eine abermalige Vergröſserung des Verhältnisses $\frac{R'}{R}$ nicht leicht wieder eintreten kann, weil hierzu eine um so gröſsere Wärmesteigerung der Umgebung erforderlich seyn würde, mit dieser aber zugleich auch eine um so reichlichere Condensation des in ihr vorhandenen Dampfgehaltes einträte. Es ist demnach erklärlich, daſs nach dem Stadium der Wiedererweckung der farbigen Beleuchtung (*Résurrection*) in der Regel keine Wiederholung desselben Vorganges eintritt. Ausnahmsfälle, wo mit fast gleicher Lichtintensität als das erste ein weiſses Licht und hierauf ein neues Farbenspectrum den Westhimmel wiederholt überzieht, weisen auf einen andern Naturvorgang hin, der dem eben besprochenen vorausgehen kann. Es ist eine bekannte Thatsache, daſs nicht immer die Temperatur der Atmosphäre mit der Entfernung vom Erdboden gleichmäſsig abnimmt, ja daſs wärmere oft über kälteren Luftschichten liegen. Ist dies zur Zeit der Abendröthe der Fall, so wird mit jedem Uebergang der Nebelbläschen aus einer kälteren in eine wärmere Schicht die Färbung verlöschen, und mit dem aus einer wärmeren in ein kältere wieder erstehen: natürlich nach einem zur Aufnahme der Temperatur der Umgebung nöthigen Zeitaufwande. Da der durchsichtige Raum des Dunstkreises in mittleren Breiten beschränkter ist als unter den Tropen, so werden solche Wiederholungen der *teinte cadavreuse* und *résurrection* in den Tropen häufiger sichtbar werden können als dort, wo nur ein kleiner Theil des Fallraums der Bläschen sichtbar ist.

Zur Prüfung, ob wir uns in der vorliegenden Darlegung von den wirklichen Vorgängen nicht entfernt haben, werfen wir einen Blick auf die in Aller Erfahrung bewufsten Thatsache, dafs um die Zeit der nach Sonnenuntergang eintretenden Verdunklung der Thaufall beginnt und der Himmel durch diesen sich meist aufklärt. Zu diesem Resultate führen auch die bisherigen Schlüsse; die mit der eintretenden Abkühlung gebildeten Dunstbläschen senken sich nach Aufnahme eines gröfseren Wassergehaltes mit vermehrter Geschwindigkeit und erreichen nach und nach die Erdoberfläche. Sie treten hierbei um so mehr aus dem Bereiche der sie bis dahin beleuchtenden Sonnenstrahlen, als auch diese sich gegen den Horizont immer mehr aufrichten. Immer wenigere werden von den dem Beobachter näher gelegenen noch beschienen, und diese absorbiren wegen ihres sich vermehrenden Wassergehaltes immer mehr von dem erhaltenen Lichte: die Folge ist eine allgemeine Verdunkelung und ein Schwinden (*extinction*) der farbigen Beleuchtung. Da, wie wir unten zeigen werden, die stärker brechbaren Strahlen nach dem Werthe ihres Brechungsexponenten von der Richtung der ungebrochenen divergiren, so müssen die stärkst brechbaren auch die letzten seyn, welche vermöge ihrer Richtung das Auge noch erreichen können. Bei dem violetten Lichte nähert sich der Ablenkungswinkel nach Mafsgabe des Verhältnisses $\frac{R'}{R}$ einem Rechten. Da aber Violett, Blau und Grün eine sehr geringe Leuchtkraft im Vergleich zu Gelb besitzen, so werden diese selten erscheinen und je nach der Durchsichtigkeit des Horizontes Gelb, Orange oder Roth die zuletzt verschwindende Farbe seyn [1]). Wenn die Inten-

1) Unter dem Einflusse des Mondes wurde in Bahia reines Violett auch nach Verlöschen aller übrigen Farben wahrgenommen; am 8. Mai 1869 Nachts 11 Uhr glänzte die Venus von herrlichem violettem Lichte umflossen mit ihren blauen Strahlen so prächtig, dafs sogleich auf die Anwesenheit des Mondes geschlossen wurde, der wie der Kalender anzeigte, 10 Uhr 36 Minuten aufgegangen war. Durch die gütigen Mittheilungen des Herrn Prof. Zoellner über die Mondatmosphäre

sität der gebrochenen Strahlen sehr abgenommen hat, macht sich bei durchsichtigem Dunstkreis die Lichtstärke des an der Aufsenwand der Bläschen reflectirten Lichtes geltend. Hierdurch erklärt sich die weifse Helligkeit, welche vom Horizonte aus bis auf einige Grade am Westhimmel sich ausdehnt und in den Alpen das letzte Stadium (*lueur nocturne*) der Beleuchtung bildet.

Es bleibt uns nun noch übrig den Nachweis zu geben dafür, dafs *Temperaturverminderung und die hierdurch verursachte Verringerung des Verhältnisses* $\frac{R'}{R}$ *die Farbenentwickelung erzeugt.*

Die Sonnenstrahlen, welche auf die Kugeloberfläche eines Dunstbläschens fallen, bilden einen Cylinder, dessen Basis der gröfste Kreis ist, welcher die der Sonne zugekehrte Halbkugel des Bläschens von der ihr abgewandten abgränzt. Legt man eine beliebige Ebene durch den Axenstrahl, so werden alle in ihr gelegenen Sonnenstrahlen nur in dieser Ebene abgelenkt; sind aber die Ablenkungen eines Strahles in seiner Ebene bestimmt, so gilt diese Bestimmung auch für alle Strahlen, welche in gleicher Entfernung vom Axenstrahle liegen und man kann das, was für eine Ebene abgeleitet ist, alsbald auf den Strahlencylinder und das Bläschen überführen, indem man der Ebene eine ganze Umdrehung um den Axenstrahl beilegt. Sey (Fig. 3 Taf. II) $SRCQ$ der Axenstrahl, sA ein ihm paralleler beliebiger Sonnenstrahl, RAQ der Durchschnitt der beide Strahlen enthaltenden Ebene mit der äufsern Kugeloberfläche des Luftkerns. Zieht man von dem Einfallspunkte A des Strahles sA eine Berührende AM an die Kugelober-

bin ich der Zuversicht, dafs der auffällige Einflufs nicht unerklärt bleiben werde, welchen der Mond thatsächlich auf die Durchsichtigkeit des Dunstkreises und die Sichtbarkeit der Farbenentwickelung in den Dämpfen übt. Das Blau des Himmels, die farbigen Schatten geben am Tage, die Farben der Abendröthe des Nachts dem Beobachter sogleich Zeugnifs, ob der Mond dabei betheiligt sey oder nicht, und behalte ich mir vor, fernere Beobachtungen mit besondrer Rücksicht auf diesen mitzutheilen.

fläche des Luftkerns, und zieht die Halbmesser Ml und Al, und bezeichnet den Winkel CAM durch u, so ist

$$\frac{R'}{R} = \sin u.$$

Ist nun der Einfallswinkel sAF oder der ihm gleiche SCA beliebig bestimmt, so hängt es offenbar von der Gröfse des Verhältnisses $\frac{R'}{R}$ ab, ob der einfallende Strahl den Luftkern nach seiner ersten Ablenkung in A trifft oder nicht.

Sei Fig. 4 Taf. II $sABDEK$ der Weg, welchen der in A einfallende Strahl sA vermöge der Ablenkungen in A, B, D, E einschlägt. Bezeichnen wir die Einfallswinkel mit e_1, e_2, e_3, e_4, die Brechungswinkel mit r_1, r_2, r_3, r_4 und den Brechungsexponenten mit l, so ergeben sich die Gleichungen

$$\sin e_1 = l \sin r_1; \quad \sin r_2 = l \sin e_2$$
$$\sin e_3 = l \sin r_3; \quad \sin r_4 = l \sin e_4$$

Da in dem Dreiecke BCD $r_2 = e_3$ und in den Dreiecken ABC und DCE $\frac{R'}{R} = \frac{\sin r_1}{\sin e_2} = \frac{\sin e_4}{\sin r_3}$, somit $e_2 = r_3$, $e_4 = r_1$ und $r_4 = e_1$ ist, so reduciren sich die für die Bestimmung der Ablenkung nöthigen Gleichungen auf folgende

$$\sin e_1 = l \sin r_1 \qquad (1)$$
$$\sin r_2 = l \sin e_2 \qquad (2)$$
$$\sin r_2 = \frac{\sin e_1}{\sin u} \qquad (3)$$
$$\sin e_2 = \frac{\sin e_1}{l \sin u} \qquad (4)$$

Es läfst sich durch Congruenz der betreffenden Dreiecke leicht nachweisen, dafs der einfallende Strahl sA und der ausfahrende EK sich in einem Punkte P des Perpendikels schneiden, welches vom Centrum des Bläschens auf den Weg BD des Strahles im Luftkern gefällt wird, und dafs der Winkel, welchen der ausfahrende mit dem einfallenden Strahle einschliefst

$$sPK = \pi + 2(e_1 + e_2) - 2(r_1 + r_2)$$

ist. Bezeichnen wir die Ablenkung, welche ein Lichtstrahl

in dem Dunstbläschen erfährt, d. h. den Winkel, welchen der ausfahrende Strahl mit der Verlängerung seiner Einfallsrichtung oder was dasselbe mit dem Axenstrahle einschliefst, durch $2\delta_1$, so ist

$$\delta_1 = (e_1 + e_2) - (r_1 + r_2) \qquad (5)$$

So lange die Gleichungen, welche aus den gemachten Voraussetzungen folgen, durch die Werthe des Verhältnisses $\frac{R'}{R}$ erfüllt werden, wird der Strahl viermal gebrochen austreten: nach Gleichung (3) mufs sin u oder das Verhältnifs $\frac{R'}{R} > \sin e_1$ seyn; sobald $\frac{R'}{R} \geqq \sin e_1$ ist, tritt totale Reflexion ein, indem dann $\sin e_2 \geqq \frac{1}{l}$, d. h. der Sinus des Einfallswinkels auf dem Luftkern gleich oder gröfser als der umgekehrte Werth des Brechungsexponenten wird. Es findet somit, weil der Brechungswinkel r_2 unmöglich wird, wohl ein Auffallen auf den Luftkern, aber dabei keine Brechung statt, so lange $\frac{R'}{R}$ der Gleichung (4) $\sin e_2 = \frac{\sin e_1}{l \sin u}$ genügt, d. h. $\frac{R'}{R} > \frac{\sin e_1}{l}$ ist. Nimmt $\frac{R'}{R}$ den Werth $\frac{\sin e_1}{l}$ an, so folgt $\sin e_2 = 1$ und $\sin r_1 = \sin u = \frac{R'}{R}$, womit derjenige Strahl bestimmt ist, welcher den Luftkern berührt, der auf dem Luftkern weder eine Reflexion noch Brechung erfährt. Durch die Grenzwerthe $\frac{R'}{R} = \sin e_1$ und $\frac{R'}{R} = \frac{\sin e_1}{l}$ sind alle Fälle der totalen Reflexion einbegriffen. Da der höchste Werth, den $\sin e_1$ annehmen kann, die Eins ist, so ist der höchste Grenzwerth von $\frac{R'}{R} = \frac{1}{l}$ bestimmt, den es, wenn totale Reflexion überhaupt stattfinden soll, nicht annehmen darf.

Sobald $\frac{R'}{R} < \frac{\sin e_1}{l}$, oder, was dasselbe, $\sin e_1 > l \sin u$, wird der Einfallswinkel e_2 unmöglich und der Strahl geht durch das Bläschen ohne den Luftkern zu berühren.

Mit Benutzung des Vorhergehenden folgt aus Gleichung (5) δ_2, die halbe Ablenkung bei totaler Reflexion,



$$\delta_2 = (e_1 + e_2) - \left(r_1 + \frac{\pi}{2}\right) \qquad (6)$$

und δ_3, die halbe Ablenkung der Strahlen, welche nur durch den Wasserkörper gehen,

$$\delta_3 = e_1 - r_1 \qquad (7)$$

Unterwirft man die Gleichungen (5) (6) und (7) einer analytischen Untersuchung in Bezug auf die Gröſsen e, u, l, indem man die Winkel mit Hülfe der Gleichungen (1 bis 4) durch die Bögen ausdrückt, so ergiebt sich zunächst, daſs der Axenstrahl allein ungebrochen hindurchgeht (wie ohnedem schon bekannt), daſs *die den Luftkern treffenden Strahlen divergent, und die ihn nicht treffenden convergent unter sich und dem Axenstrahle austreten, daſs aber die viermal gebrochenen Strahlen sich von den total reflectirten wesentlich dadurch unterscheiden, daſs ihre Ablenkung um so gröſser ist, je gröſser der Einfallswinkel,* $\left(\text{d. h. je näher } \sin e_1 = \frac{R'}{R}\right)$ *während die total reflectirten um so weniger abgelenkt werden, je gröſser der Einfallswinkel* e_1, $\left(\text{d. h. je näher } \sin e_1 = l\frac{R'}{R}\right)$.

Aus derselben Untersuchung geht hervor, *daſs alle Strahlen, welche den Luftkern treffen, ohne Ausnahme um so mehr abgelenkt werden, je gröſser der Brechungsexponent und je kleiner der absolute Werth des Verhältnisses* $\frac{R'}{R}$ *ist. Ebenso ergiebt sich für die den Luftkern nicht berührenden Strahlen, daſs ihre Ablenkung um so gröſser ist, je gröſser der Einfallswinkel* e_1 *und der Brechungsexponent* l *ist.*

Untersuchen wir die *Intensität der eindringenden und reflectirten Strahlen.* Bezeichnet L die Lichtmenge, welche das Flächenelement einer Ebene, senkrecht gegen die Richtung paralleler Strahlen gestellt, auffängt, so ist nach bekannten photometrischen Gesetzen

$$L \sin \beta$$

die Lichtmenge, welche es auffängt, wenn die Ebene mit der Richtung der Strahlen den Winkel β bildet. Fallen parallele Lichtstrahlen auf eine Kugeloberfläche, so ist für

ein Flächenelement, welches einen Lichtstrahl auffängt, der Winkel β derjenige, welchen der Strahl mit der Tangente des Flächenelementes bildet, und sein Ergänzungswinkel ist der Einfallswinkel e, welchen der Strahl mit dem Einfallsloth, dem betreffenden Kugelradius einschliefst. Es ist demnach

$$L \sin \beta = L \cos e$$

die Lichtmenge eines beliebigen Flächenelementes, und es leuchtet ein, dafs die Lichtmenge aller einzelnen Flächenelemente, welche gleichen Abstand von dem Axenstrahle haben, eine und dieselbe ist, da der Einfallswinkel eines Strahles gleich demjenigen Winkel ist, den der Axenstrahl mit dem Einfallslothe bildet, und dieser durch den Bogenabstand des Einfallspunktes vom Pole gemessen wird.

Die im Pole selbst aufgefangene Lichtmenge ist L, weil für diesen Punkt $e = 0$ und $\cos e = 1$ ist; indem man sie sich vom Pole nach dem Aequator hin entfernt denkt, nimmt die in jedem Punkte aufgenommene Lichtmenge mit dem Werthe des $\cos e$ ab, bis sie im Aequator selbst gleich Null wird. Bei Medien, welche den Lichtstrahlen das Eindringen ohne Verlust gestatten, ist der Lichtantheil, welcher beim Auftreffen auf deren Oberfläche zurückgeworfen wird, nach der von Fresnel aufgestellten Formel:

$$i = \tfrac{1}{2} \left\{ \frac{\sin^2(e-r)}{\sin^2(e+r)} + \frac{\tan^2(e-r)}{\tan^2(e+r)} \right\},$$

wo e den Einfallswinkel und r den Brechungswinkel bezeichnet. Somit läfst sich die in jedem Punkte der von der Sonne beschienenen Kugeloberfläche reflectirte Lichtmenge durch

$$i L \cos e$$

ausdrücken, wenn $L \cos e$ die in demselben Punkte überhaupt aufgefangene Lichtmenge ist. Derjenige Theil aber des aufgefangenen Lichtes, welcher nicht reflectirt wird, dringt in das Innere der Kugel ein, und ist

$$L \cos e - i L \cos e.$$

Nehmen wir die im Pole aufgefangene Lichtmenge zur Einheit an, so ist die des reflectirten

$$i \cos e$$

und die des eindringenden Lichtes

$$(1 - i) \cos e.$$

Der Uebersicht wegen geben wir hier die in Rede stehenden Lichtmengen für die verschiedenen Werthe des Einfallswinkels von 10 zu 10 Graden:

e	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
$i \cos e$	0,01985	0,01911	0,01838	0,01859	0,02146	0,02965	0,04547	0,06030
$(1-i) \cos e$	0,96496	0,92058	0,84765	0,74745	0,62133	0,47004	0,29655	0,11335

Für $e_1 = 0$ ist selbstverständlich $(1 - i) \cos e = 1$ und für $e = 90^0$ $(1 - i) \cos e = 0$.

Derjenige Luftheil, welcher in das Innere der Durchsichtigen Kugel eindringt, wird uns weiter beschäftigen. Die Lichtmenge, welche mit einem Strahle in das Dunstbläschen gelangt, erleidet nach denselben Gesetzen, wie bei seinem ersten Eintritt *A* (Fig. 4 Taf. II) in den Wasserkörper, so auch bei jedem der übrigen Punkte *B, D, E*, wo sie von einem Medium in das andere übergeht, einen Verlust durch denjenigen Lichtantheil, welcher an jedem dieser Punkte reflectirt wird. Nennen wir w_1, w_2, w_3, w_4 die Lichtmengen, welche in den Punkten *A, B, D, E* reflectirt werden; v_1, v_2, v_3, v_4 die Lichtmengen, welche in denselben Punkten ihren Weg fortsetzen und i_1, i_2, i_3, i_4 die aliquoten Theile der ankommenden, welche die reflectirten bilden, so ist analog den Obigen:

$$i_1 = \frac{1}{2}\left\{\frac{\sin^2(e_1 - r_1)}{\sin^2(e_1 + r_1)} + \frac{\tan^2(e_1 - r_1)}{\tan^2(e_1 + r_1)}\right\},$$

$$i_2 = \frac{1}{2}\left\{\frac{\sin^2(e_2 - r_2)}{\sin^2(e_2 + r_2)} + \frac{\tan^2(e_2 - r_2)}{\tan^2(e_2 + r_2)}\right\}$$

und weil $r_3 = e_2$, $e_3 = r_2$, $e_4 = r_1$ und $r_4 = e_1$ ist, so folgt

$$i_3 = i_2 \text{ und } i_4 = i_1.$$

Demnach werden Lichtmengen

in *A*	reflec.	$w_1 = i_1 \cos e_2$,	durchgel.	$v_1 = (1 - i_1) \cos e_1$
in *B*	„	$w_2 = i_2 v_1 \cos e_2$,	„	$v_2 = (1 - i_2) \cos e_2$
in *C*	„	$w_3 = i_2 v_2 \cos r_2$,	„	$v_3 = (1 - i_2) \cos r_2$
in *D*	„	$w_4 = i_1 v_3 \cos r_1$,	„	$v_4 = (1 - i_1) \cos r_1$

oder durch Substitution

$$\left.\begin{aligned} w_1 &= i_1 \cos e_1 \\ w_2 &= i_2 (1 - i_1) \cos e_1 \cos e_2 \\ w_3 &= i_2 (1 - i_2)(1 - i_1) \cos e_1 \cos e_2 \cos r_2 \\ w_4 &= i_1 (1 - i_2)(1 - i_1) \cos e_1 \cos e_2 \cos r_2 \cos r_1 \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= (1 - i_1) \cos e_1 \\ v_2 &= (1 - i_1)(1 - i_2) \cos e_1 \cos e_2 \\ v_3 &= (1 - i_1)(1 - i_2)^2 \cos e_1 \cos e_2 \cos r_2 \\ v_4 &= (1 - i_1)^2 (1 - i_2)^2 \cos e_1 \cos e_2 \cos r_2 \cos r_1 \end{aligned}\right\} \quad (9).$$

Da die Gröfsen i_1, i_2, $(1 - i_1)$, $(1 - i_2)$ stets ächte positive Brüche sind, so können die mit ihnen behafteten Gröfsen w_1, w_2 etc. und v_1, v_2 etc. nur dadurch gleich Null werden, wenn einer der übrigen Factoren gleich Null wird. Setzen wir $\cos e_1 = 0$, so giebt dies an, dafs am Aequator des Bläschens reflectirte und durchgelassene Strahlen nicht vorhanden sind, was wir schon oben gesehen haben. Da $\cos r_1$ nie gleich Null werden kann, so bleiben die beiden Fälle zu untersuchen $\cos r_2 = 0$ und $\cos e_2 = 0$. Die erste Gleichsetzung bezeichnet den Anfang der totalen Reflexion, indem aus Gleichung (3) $\sin e_1 = \sin u = \frac{R'}{R}$, und aus Gleichung (4) $\sin e_1 = \frac{1}{l}$ hervorgeht. Der zweite Fall, dafs $\cos e_2 = 0$, bezeichnet das Ende der totalen Reflexion, da zugleich nach Gleich. (4) $\sin e_1 = l \frac{R'}{R}$ seyn mufs. Die Intensität, oder Lichtmenge der durch das Bläschen dringenden Strahlen erleidet also dreimal eine Abschwächung, welche bis zum völligen Mangel an Licht führt. Dieser Mangel an Licht wird in den zwei zuletzt betrachteten Fällen um so auffälliger seyn, je heller das Licht in der Umgebung, und je gröfser die Divergenz der leuchtenden Strahlen ist.

Die Intensität der total reflectirten Strahlen ergiebt sich

$$v^0{}_4 = (1 - i)^2 \cos e_1 \cos r_1 \quad (7)$$

und im Vergleich mit derjenigen der ihnen benachbarten viermal gebrochenen Strahlen

$$v_4 = (1 - i_1)^2 (1 - i_2)^2 \cos e_1 \cos e_2 \cos r_1 \cos r_2,$$

welche ihr vorausgeht, ist die durch v^0_4 erzeugte Helligkeit trotz des gröſseren Werthes von e_1 sehr bedeutend. Weniger auffällig ist die Zunahme der Lichtmenge am Ende der totalen Reflexion, wo die den Wasserkörper allein durchdringenden Strahlen durch dieselben Symbole ausgedrückt, nur durch die Werthe des Einfallswinkels von den ihnen benachbarten unterschieden wird. Es geht somit aus der allgemeinen Bestimmung (6) der Intensität v_4 der *austretenden Lichtstrahlen* hervor, *daſs sie mit wachsendem Werthe des Einfallswinkels für jede der drei Strahlengattungen bis zu ihrem Minimum, der Null, abnimmt, um alsbald mit erneuter Stärke die nächstfolgende Strahlengattung zu beginnen;* und der Vergleich des Werthes v^0_4 der Intensität beim Beginn der totalen Reflexion mit der der viermal gebrochenen Strahlen weist nach, daſs die durch das Minimum erzeugte Dunkelheit für diesen Werth des Einfallswinkels e_1 am auffälligsten seyn muſs wegen der überwiegenden Lichtmenge, mit der die ersten total reflectirten Strahlen auftreten. Die Frage, welches die wirksamsten Strahlen seyn werden, läſst sich hiernach leicht beantworten; offenbar *sind in jeder Strahlengattung diejenigen die wirksamsten, welche zu dem kleinsten Einfallswinkel gehören, und unter diesen sind der Axenstrahl und nach ihm die am nächst gelegenen und am wenigst gebrochenen in erste Linie zu stellen.*

Wenden wir nun die erlangten Resultate auf meteorologische Erscheinungen an, so ist die Gröſse eines Dunstbläschens im Vergleich zu den Entfernungen, in welchen die Dämpfe erscheinen, unendlich klein: wir werden es folglich als einen Punkt betrachten, welchen wir die physikalischen Eigenschaften des Bläschens beilegen. Der Axenstrahl durch diesen Punkt geführt, wird zugleich den Strahlencylinder darstellen, welcher das Bläschen bescheint. Denken wir uns um den Punkt als Centrum eine groſse Hohlkugel gelegt, welche auf ihrem Umfang das Licht aufzufangen im Stande ist, so werden die im Dunstbläschen abgelenkten Strahlen durch Radien dargestellt, welche mit

dem Axenstrahl die betreffenden Ablenkungswinkel bilden. Da diese für denselben Einfallswinkel und Brechungsexponenten gleich sind, so beleuchten die bei einem bestimmten Werthe des Exponenten und Einfallswinkels abgelenkten Strahlen auf der grofsen Hohlkugel eine bestimmte Kreislinie oder Zone von unendlich kleinem Breitendurchmesser. Die Entfernung dieser Kreislinie vom Pole der Hohlkugel, dem Punkte, wo der Axenstrahl austritt, ist für die Ablenkung δ gleich $\varrho\delta$, wenn ϱ den Halbmesser der Kugel bezeichnet. Bezeichnen wir mit δ_v und δ_r die Ablenkungen, welche ein unter dem Winkel e einfallender Lichtstrahl für den Brechungsexponenten der violetten und rothen Lichtstrahlen erleidet, so wird von dem also abgelenkten Strahle eine Zone von endlicher Breite γ beleuchtet und

$$\gamma = r(\delta_v - \delta_r).$$

Ist der Unterschied $\delta_v - \delta_r$ so grofs, dafs er von dem Auge wahrgenommen werden kann, so mufs diese Zone für sich ein Spectrum darstellen. Denken wir uns aber einen Nachbarstrahl des ersten, welcher unter einem Winkel $e + \Delta$ einfällt, wo Δ ein beliebig kleiner Winkel ist, so wird die von dem neuen Strahle beleuchtete Zone die erste zum Theil decken; die eine Gränze des neuen Spectrums wird in das erste Spectrum fallen, die andere aufserhalb desselben. Da die Werthe, welche die Ablenkungen und Intensitäten für continuirlich wachsende Werthe des Einfallswinkels annehmen, innerhalb derselben Strahlengattungen continuirlich sich verändern, so ist ersichtlich, dafs die von Strahlen ein und derselben Gattung gebildeten Spectra sich vermischen, ihre Gränzfarben aber rein soih darstellen müssen. Von den viermal und den zweimal gebrochenen ist Roth die intensivste und dem Axenstrahl am nächsten: von den totalreflectirten ist Violett die intensivste und dem Axenstrahl am fernsten, zwischen beiden Farben wird Deckung der Spectra stattfinden, sie selbst aber bleiben als die äufsersten Gränzen unvermischt.

Ist $\frac{R'}{R}$ sehr nahe der Eins, so wird sich um den Pol

der Halbkugel eine weifse kreisförmige Helligkeit erzeugen, welche in dem Axenstrahle am intensivsten, nach dem Umkreise hin schwächer leuchtet. Je gröfser $\frac{R'}{R}$, desto gröfser auch der Bogenradius dieser weifsen Kreiszone. Ist $\frac{R'}{R} > \frac{1}{l}$ d. i. für $l = 1{,}331$, $\frac{R'}{R} > \sin 48^0\,42'$, so kann totale Reflexion überhaupt nicht eintreten, und von dem Pole nach dem Aequator der Hohlkugel wird die Intensität allmälig abnehmen bis dahin, wo die dem Wasserkörper allein zugehörigen Strahlen beginnen. Die Dispersion der Farben ist, weil $\frac{R'}{R}$ unmöglich absolut gleich Eins werden kann, nie ausgeschlossen: Auf diese Weise entstehen Farbenlichter, welche bei jedem Stande der Sonne von dem geübten Auge der Landschaftsmaler in den starken Reflexen beleuchteter Körper wahrgenommen werden. In den vier- und zweimal gebrochenen Strahlen ist Roth die intensivste, dem Axenstrahl am nächsten gelegene, in den totalreflectirten Violett die intensivste, dem Axenwinkel am entferntesten. Die aus dem Wasserkörper austretenden Strahlen werden nach ihren gegenseitigen Durchschnittspunkten mit dem Axenstrahle divergent sich ausbreiten.

Nehmen wir an, dafs das Halbmesserverhältnifs $\frac{R'}{R}$ sich mehr und mehr von der Gränze Eins entferne und der Null nähere, so tritt die Dispersion schon bei viel kleineren Werthen der Einfallswinkel ein. Während z. B. für $\frac{R'}{R} = \sin 80^0$ bei $e_1 = 80^0$ eine Ablenkung der rothen Strahlen von $18^0\,4'\,0''$ und dieselbe auch für violette sich ergiebt, erhält man für $\frac{R'}{R} = \sin 30^0$ bei $e_1 = 5^0$ die Ablenkung der rothen Strahlen $\delta_r = 2^0\,32'\,0''$, der violetten $\delta_v = 2^0\,35'\,30''$, somit eine Dispersion von $3'\,30''$. Wir lassen zum nähern Verständnifs die numerischen Werthe der Ablenkungen für einen speciellen Werth von $\frac{R'}{R}$ folgen, welche in Fig. 5 Taf. II anschaulich gemacht sind.

Der Berechnung sind die Werthe $\frac{R'}{R} = \sin 30^0$, $l_v = 1{,}331$, $l_r = 1{,}341$ zu Grunde gelegt. In Fig. 5 sind *CM*, *CN* die Halbmesser des Dunstkernes, *CO*, *CP* die Halbmesser des Dunstbläschens; die Einfallsstrahlen sind von 5 zu 5 Graden aufgetragen; bei 30° beginnt die totale Reflexion, bei 45° berühren die einmal gebrochenen Strahlen den Luftkern schon nicht mehr.

1) Strahlen, welche den Luftkern passiren:

$e_1 =$	5°	10°	15°	20°	25°
$\delta_v =$	2° 32′ 0″	5° 23′ 30″	9° 0′ 20″	14° 15′ 0″	23° 34′ 20″
$\delta_r =$	2 35 30	5 30 20	9 11 34	14 32 10	23 59 30

2) Total reflectirte Strahlen:

$e_1 =$	30°	35°	40°
$\delta_r =$	66° 43′ 0″	42° 1′ 0″	7° 46′ 40″
$\delta_r =$	67 30 40	42 58 22	10 20 40

3) Strahlen, welche nur durch den Wasserkörper gehen:

e_1	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°
δ_v	25° 49′ 0″	29° 43′ 20″	34° 2′ 0″	38° 49′ 0″	44° 10′ 0″	50° 11′ 0″	56° 56′ 40″	64° 33′ 20″	73° 5′ 30″
δ_r	26 21 30	30 19 40	34 42 0	39 33 0	44 57 40	51 1 40	57 50 20	65 29 30	74 2 50

Die Figur 6 veranschaulicht die Beleuchtung der Halbkugel *SMQN* durch einen Lichtbüschel *SC*, welcher auf das Bläschen in *C* trifft, und als Axenstrahl ungebrochen in der Richtung *CQ* hindurchgeht. *CR* bezeichnet die Richtung der wirksamsten viermal gebrochenen Strahlen, *CQ* den Bogenradius der weifs beleuchteten Zone um den Axenstrahl, *Cr* die Richtung der wirksamsten zweimalgebrochenen Strahlen und *CV* die der wirksamsten total reflectirten. In *CR* und *Cr* ist Roth, in *CV* ist Violett die intensivste Farbe. Die dunkle Zone liegt zwischen *Cr* und *CV*.

Trifft ein weifser oder farbiger Strahl, nachdem er von einem Dunstbläschen abgelenkt worden ist, auf ein zweites, so wird er von diesem abermals abgelenkt werden: wirksam aber sind die aus dem zweiten Bläschen austretenden Strahlen um so weniger, je gröfsere Ablenkung sie erfahren haben, wie dies die Formeln (8) und (9) darthun, weil sie bei den Uebergängen aus einem in das andere Mittel in demselben Maafse durch Reflexion geschwächt werden. Der in einer bestimmten Richtung im ersten Dunstbläschen abgelenkte Strahl wird daher auch nur in dieser Richtung wirksam sein, wenn er durch eine beliebige Schicht von Dunstbläschen hindurchgedrungen ist, vorausgesetzt, dafs sie in derselben einigermafsen gleichmäfsig vertheilt sind. Die Verluste, welche farbige Strahlen durch Reflexion erleiden, werden dazu dienen, die Dunstbläschen mit derselben Farbe zu färben. Es leuchtet ein, dafs die Anordnung der Farben und der Vertheilung der Beleuchtung auf der äufsern Kugeloberfläche in Nichts geändert wird, wenn wir statt eine Hohlkugel vorauszusetzen, die nur in ihrer Gränze das Vermögen besitzt beleuchtet zu werden, annehmen, dafs sie bis zu einem Niveau mit Dunstbläschen gefüllt sei, auf welches der im Mittelpunkt einfallende Strahl senkrecht steht. Die Breiten der zwischen zwei abgelenkten Strahlenkegeln liegenden Zonen werden nach wie vor durch die den Ablenkungswinkeln δ' und δ'' entsprechenden Bögen gemessen

$$\gamma = \delta'' - \delta',$$

wenn γ die Breite derselben bezeichnet.

Läfst man die Vorstellung der Kugel ganz hinweg, und nimmt eine nach unten durch eine Ebene begränzte Dampfschicht an, die senkrecht auf der Richtung des einfallenden Strahles steht, so ist ersichtlich

$$\gamma = k\,(\tan\delta'' - \tan\delta'),$$

wo mit k die Dicke der Dampfschicht bezeichnet wird. Bildet der einfallende Strahl, schiefe Winkel mit der begränzenden Ebene, so ist die Form der Ringe, welchen die Strahlenkegel begränzen durch einen Kegelschnitt be-

stimmt, welcher von den bekannten hierbei in Betracht kommenden Gröſsen abhängt. Wenn wir nun statt eines einfachen Lichtstrahles den Strahlencylinder eines Gestirnes als Beleuchter voraussetzen, so ist ersichtlich, daſs durch die Deckung der hierbei erzeugten Spectra die mannigfachen Mischungen der Nachbarfarben sowohl als auch die Farbengemische in den tropischen Abendröthen erzeugt werden, und es ist nach dem oben Erwiesenen leicht nachzuweisen, wie in der Abendröthe nur diejenigen Farbenstufen (Purpurroth und Violett) unvermischt zur Erscheinung kommen können, welche die äuſseren Gränzen des Spectrums bilden.

Mit dem Vorstehenden sind die Eigenthümlichkeiten der Abendröthe in Anordnung, Vermischung und Unterbrechungen ihrer Farben erklärt: die weiteren Fragen nach ihrer räumlichen Ausdehnung in ihrer Abhängigkeit vom Standpunkte der Sonne und dem Fortschreiten der Abkühlung und Liquefaction in dem Dunstkreise soll der Gegenstand einer spätern Untersuchung und weiterer Beobachtungen seyn.

München, 4. Mai 1871.

II. *Ueber den Durchgang der Elektricität durch Gase;*

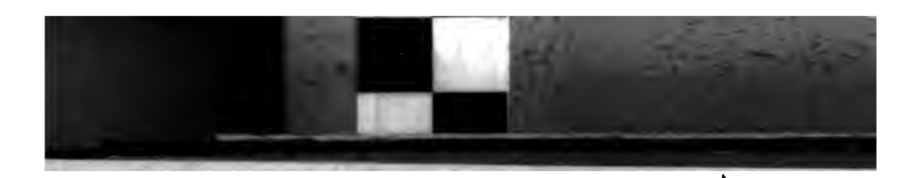
von G. Wiedemann und R. Rühlmann.

(Schluſs von S. 259.)

---

b) Einfluſs der Natur der Gase.

Bei den folgenden Versuchen wurden verschiedene, chemisch rein dargestellte Gase in den Entladungsapparat gebracht. Als Elektroden dienten zwei nahezu gleiche kleine Platinkugeln von resp. 3,45 und 3,40^{mm} Durchmesser, deren vordere Punkte 9,2^{mm} von einander entfernt waren.



Es wurden entweder beide Elektroden isolirt mit der Elektrisirmaschine verbunden, oder die eine von ihnen wurde zur Erde abgeleitet. Die mit I und II bezeichneten Beobachtungsreihen wurden erhalten, indem die beiden Platinelektroden entgegengesetzt mit den Zuleitern der Elektrisirmaschine verbunden wurden. Bei den mit einem Strich bezeichneten Beobachtungen wurden undeutliche oder unregelmäſsige Entladungen erhalten. Ein Scalentheil des Heliometers entspricht einem Zeitintervall von 0,000127 Secunden.

I. Atmosphärische Luft,
getrocknet und von Kohlensäure befreit.

Reihe IX.

Druck p	J	Beide Kugeln isol. y			$J=40$	Nach der Formel (1) berechnet	Posit. Kugel abgeleitet y		Neg. Kugel abgeleitet y		Nach der Formel (2) berechnet
		I.	II.	Mittel			I.	$J=40$	I.	$J=40$	
15,2	39	4,3	4,8	4,5	4,1	3,6	5,9	5,8	7,6	7,6	7,2
23,8	40,5	6,0	6,1	6,1	5,9	5,9	7,2	7,3	10,2	10,2	10,1
37,6	41	7,5	7,5	7,5	7,7	7,6	8,2	8,4	13,4	13,7	13,3
54,7	40,5	9,1	9,1	9,1	9,2	9,2	10,1	10,2	16,2	16,4	16,7
67,7	40	10,0	10,3	10,1	10,0	10,3	11,6	11,6	19,4	19,4	19,1
81,1	39,5	11,7	12,0	11,1	11,8	11,5	12,4	12,3	21,3	21,5	21,7

Die Reihen entsprechen den Interpolationsformeln:

1) wenn beide Kugeln isolirt sind:

$$y = 5{,}17 + 0{,}0794 \,.\, p - 615{,}6 \,.\, p^{-2}$$

2) wenn die negative Kugel abgeleitet ist:

$$y = 6{,}81 + 0{,}1829 \,.\, p - 586{,}9 \,.\, p^{-2}.$$

Bei Ableitung der positiven Elektrode sind die Beobachtungen häufig unsicher oder die Entladungen verschwinden.

II. Sauerstoff,
chemisch rein.

Die einzelnen Entladungen waren äuſserst lichtschwach, so daſs ihre Beobachtung sehr schwierig war. Der in atmosphärischer Luft auftretende Farbenunterschied der

Lichterscheinung an der positiven und negativen Elektrode war fast ganz verschwunden. Bei den mit einem Asterisk bezeichneten Versuchen sind Anfangs die Elektroden von einer schwach leuchtenden ellipsoidischen Hülle umgeben und leuchten beide an ihrer Oberfläche; regelrechte Entladungen zwischen denselben treten aber nicht von vornherein auf; meist kann man sie indeſs erhalten, wenn man die Elektroden der Elektrisirmaschine leitend durch die Hand oder einen Drath verbindet und diese Verbindung plötzlich entfernt. Bei Ableitung der positiven Elektrode sind die einzelnen Entladungen breiter und diffuser, bei Ableitung der negativen schärfer und schmaler begränzt, als ohne Ableitung.

Reihe X.

I.

Druck p	Intens. J	Beide Kugeln isol. y	$J=40$	N. Formel 1) berech.	Pos. Kugel abgeleitet y	$J=40$	Neg. Kugel abgeleitet y	$J=40$	N. Formel 2) berech.
14,1	41	5,0	5,1	4,9	6,9	7,1	7,2	7,4	7,7
24,6	—	6,3	6,3	6,1	6,7	6,7	10,8	10,8	10,4
34,9	39	7,3	7,1	7,0	9,6	9,4	12,7	12,4	11,8
50,2	—	8,6	8,6	8,3	12,0*	12,0	13,3	13,3	13,3
65,1	—	9,2	9,2	9,4	14,5*	14,5	14,3	14,3	15,0
74,3	41	9,4	9,6	10,0	15,9*	16,3	15,8	16,1	16,0

II.

7,0	37	2,4	2,2	2,3	5,3	5,0	4,7	4,3	1,9
15,3	38	5,1	4,8	5,1	7,3	6,9	7,7	7,3	7,4
18,0	39	5,7	5,6	5,5	7,6	7,3	7,9	7,7	8,1
29,4	39	6,6	6,5	6,6	7,4	7,2	11,1	10,3	10,2

Die Reihe A und B entsprechen den Interpolationsformeln:

1) Beide Elektroden isolirt:

$$y = 4{,}53 + 0{,}0751 \,.\, p - 136{,}4 \,.\, p^{-2}$$

2) die negative Elektrode abgeleitet:

$$y = 8{,}26 + 0{,}1043 \,.\, p - 398{,}5 \,.\, p^{-2}.$$



III. Stickstoff.

Durch Erhitzen von Lösungen von salpetrichtsaurem Kali mit Salmiak dargestellt, durch Waschen mit Kalilauge und Schwefelsäure u. s. f. gereinigt.

Reihe XI.

Druck	Intens.	Beide Kugeln isol. y	$J=40$	1) berech. N. Formel	Pos. Kugel abgeleitet y	Negat. Kugel abgel. y	$J=40$	N. Formel 2) berech.
10,4	39	4,0	3,9	3,6	5,0	6,2	6,0	5,7
15,2	40	4,6	4,6	5,0	5,4	7,4	7,4	7,8
24,8	40,2	6,5	6,5	6,5	7,3	10,1	10,1	10,7
29,5	40	6,7	6,7	7,1	—	11,8	11,8	11,9
39,1	41	8,1	8,3	8,2	—	14,1	14,4	14,2
49,3	—	9,1	9,3	9,3	—	17,0	17,4	16,5
58,0	—	10,0	10,2	10,2	—	18,2	18,6	18,4
71,9	41	11,8	12,1	11,7	—	21,9*	22,4	21,6
81,8	40	12,4	12,4	12,7	—	23,8	23,8	23,7

Bei den mit Strichen bezeichneten Versuchen konnte keine regelmäſsige Entladung zwischen den Electroden erhalten werden, bei den mit einem Asterisk bezeichneten nur durch vorherige leitende Verbindung der Electroden der Electrisirmaschine. Bei dem letzten Druck leuchtet ohne Ableitung die positive Electrode an der der negativen Electrode zugekehrten Fläche in einem, um die Axe der Entladung concentrischen Ringe, in dessen Mitte ein dunkler Fleck ist. Bei Ableitung der positiven Electrode bleibt die Erscheinung dieselbe, nur breitet sich der leuchtende Ring weiter nach hinten aus; die negative Electrode ist ganz dunkel. Bei Ableitung der negativen Electrode tritt eine Funkenentladung hervor, indem an der positiven Electrode ein sehr helles schmales Büschelchen (von glühenden Metalltheilchen) erscheint.

Die Reihen werden durch die folgenden Interpolationsformeln ausgedrückt:

1) Beide Electroden isolirt:

$$y = 4,11 + 0,1055 . p - 175,6 . p^{-2}$$

2) negative Electrode abgeleitet:

$$y = 5,61 + 0,2213 . p - 248,6 . p^{-2}.$$

IV. Wasserstoff.

Derselbe wurde aus reinem granulirten Zink mit verdünnter Schwefelsäure dargestellt, durch Waschen mit Wasser und Kalilauge gereinigt und durch Chlorcalcium, Schwefelsäure, Kalistücke und wasserfreie Phosphorsäure getrocknet. Die Entladungen waren röthlich gefärbt und ziemlich lichtschwach.

Reihe XII.

Druck p	Intens. J	Beide Kugeln isolirt y	Beide Kugeln isolirt $J=40$	N. Formel 1) berech.	Pos. Kugel abgel. y	Negat. Kugel abgeleitet y	Negat. Kugel abgeleitet $J=40$	Nach Formel 2) berechnet
15,1	34	3,1	2,6	2,6	3,7	6,4	5,4	5,3
27,7	34	5,3	4,5	4,2		9,0	7,6	7,7
36,0	35	5,6	4,9	4,9		10,0	8,7	8,8
48,5	33	6,7	5,5	5,7		12,6	10,4	10,3
61,0	33	7,6	6,3	6,5		13,6	11,2	11,7
72,0	36,5	8,3	7,6	7,2		14,6	13,1	12,9
83,0	36,5	8,6	7,8	7,8		16.2	14,4	14,1

Bei Ableitung der positiven Electrode traten, aufser bei dem ersten Versuch, keine Entladungen in gewöhnlicher Art zwischen den Electroden ein; nur leuchteten letztere diffus.

Die Interpolationsformeln für die Reihen sind:

1) Beide Electroden isolirt:

$$y = 2,87 + 0,0608\,p - 267,2 . p^{-2}$$

2) negative Electrode abgeleitet:

$$y = 5,04 + 0,1102 . p - 311,5 . p^{-2}.$$

V. Kohlensäure

dargestellt aus Doppelspathstücken mittelst verdünnter Salzsäure. Das Gas wurde durch Wasser, Schwefelsäure und über wasserfreie Phosphorsäure geleitet.

An der negativen Electrode erscheint etwa auf $\frac{1}{3}$ ihrer Oberfläche eine ungefähr $\frac{1}{2}^{mm}$ dicke Schicht blauen Glimmlichtes; die Entladung zwischen den Electroden ist grünroth und ziemlich hell. Während bei den bisher benutzten



Gasen die Entladungen bei Ableitung der positiven Electrode kaum zu erhalten waren, treten dieselben bei Anwendung von Kohlensäure auf; doch sind sie nicht scharf begränzt.

Reihe XIII.

Druck p	Intens. J	Beide Kugeln isol. y	$J=40$	N. Formel 1) berech.	Posit. Kugel abgel. y	$J=40$	N. Formel 2) berech.	Neg. Kugel abgeleitet y	$J=40$	N. Formel 3) berech.
13,5	40	5,1	5,1	5,1	6,4	6,4	6,3	7,1	7,1	7,2
27,9	40,5	6,8	6,9	6,9	8,5	8,6	8,6	10,9	11,0	11,2
35,6	41	7,4	7,6	7,6	9,4	9,6	9,6	12,4	12,3	12,7
47,3	—	8,4	8,5	8,5	11,0	11,1	11,1	13,6	13,5	13,3
60,8	—	9,3	9,5	9,6	12,6	12,8	12,8	15,0	15,2	15,2
71,9	40,5	10,5	10,6	10,7	13,9	14,1	14,2	15,7	15,9	16.3
82,4	42	10,8	11,3	11,3	14,7	15,5	15,5	16,7	17,7	17,4

Die letzte Beobachtung bei Ableitung der positiven Kugel ist schwer auszuführen. Es entsprechen diesen Reihen folgende Interpolationsformeln:

1) Beide Elektroden isolirt:

$$y = 4{,}95 + 0{,}0772 \,.\, p - 157{,}2 \,.\, p^{-2}$$

2) positive Elektrode abgeleitet:

$$y = 5{,}23 + 0{,}1250 \,.\, p - 112{,}3 \,.\, p^{-2}$$

3) negative Elektrode abgeleitet:

$$y = 9{,}20 + 0{,}1010 \,.\, p - 614{,}2 \,.\, p^{-2}.$$

VI. Schweflichte Säure.

Es wurde ein Glasballon mit schweflichter Säure gefüllt, die durch Erhitzen von Kupfer mit concentrirter Schwefelsäure dargestellt war. Derselbe wurde mit dem Entladungsapparat direkt verbunden, durch welchen vorher ein Strom schweflichter Säure geleitet war. Nach dem Evacuiren des letzteren wurde durch Oeffnen des Hahnes in dem Verbindungsrohr zwischen dem Ballon und Entladungsapparat allmählich Gas aus ersterem in letztern übergeführt. Die negative Elektrode war abgeleitet, sonst erhielt man keine Entladungen. Bei gleicher Stellung des

Apparates wurden zur Vergleichung einige Versuche mit trockener atmosphärischer Luft angestellt.

Reihe XIV.

Schweflichte Säure				Luft			
Druck p	Intens. J	Abstand d. Entl. y	$J = 40$	Druck p	Intens. J	Abstand d. Entl. y	$J = 40$
4,8	31	5	3,9	7,9	33	4,6	3,8
9,2	32	6,6	5,3	10,4	33	6,7	5,7
12,3	32	7,3	5,8	13,7	34	7,9	6,4
19,3	32	10	8,0	18,5	34	9,5	8,3

Die Resultate der Beobachtungen über den Einfluſs der Gase sind für die isolirte Verbindung beider Elektroden mit der Elektrisirmaschine und für die Ableitung der negativen Elektrode auf Taf. II Fig. 2, 3 zusammengestellt.

c) Einfluſs der Natur der Elektroden.

Um über diesen Einfluſs zu entscheiden, wurden, ausser der unter Anwendung von Platinelektroden und verschiedenen Gasen angestellten Beobachtungen, noch folgende Versuche gemacht. Der Apparat wurde, wie bei den ersten Versuchen, mit Luft, Sauerstoff etc. gefüllt.

Reihe XV.

Elektroden blank polirte Zinkkugel von $3^{mm},86$ Durchmesser. Abstand der Vorderflächen derselben von einander: $9^{mm},1$. Apparat mit Stickstoff gefüllt.

Druck p	Intens. J	Beide Kugeln isolirt y	$J = 40$	Pos. Kugel abgeleitet y	$J = 40$	Negat. Kugel abgeleitet y	$J = 40$
15,2	39	4,4	4,3	5,2	5,1	7,7	7,5
40,2	42	8,1	8,5	8,7	9,1	14,7	15,3
70,2	42	11,3	11,8	12,4	13,0	22,0	23,1

Reihe XVI.

Apparat mit Zinkkugeln wie bei Reihe XV, aber mit Sauerstoff gefüllt.

Druck p	Intensität J	Beide Kugeln isolirt y	$J = 40$	Pos. Kugel abgeleitet y	$J = 40$	Neg. Kugel abgeleitet y	$J = 40$
13,8	41,5	5,3	5,5	7,3	7,6	7,8	8,1
38,0	41	8,2	8,4	10,8	11,1	13,5	13,9
69,2	41,5	12,0	12,4	15,2	15,8	14,9?	15,6?

Reihe XVII.

Entladungsapparat wie in den früheren Reihen mit Luft gefüllt; Elektroden eine kleine Platinkugel von $3^{mm},4$ und eine kleine Zinkkugel von $3^{mm},4$ Durchmesser, im Abstand von etwa 10^{mm}, Intensität: 30.

A.

Druck p	Platinkugel negativ y	Zinkkugel negativ y
15,5	3,9	4,0
33,2	9,3	8,5
56,7	11,9	10,6
74,7	12,8	11,3

Apparat ebenso, nur mit Wasserstoff gefüllt.

B.

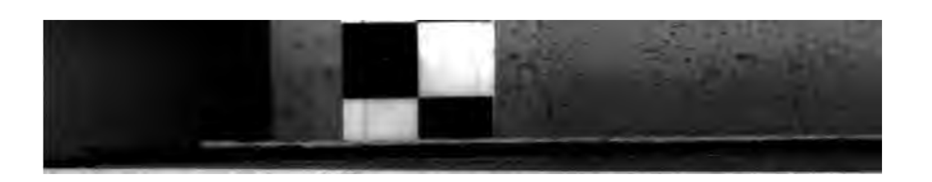
Druck p	Platinkugel negativ y	Zinkkugel negativ y
52,6	6,9	6,6
83,3	10,8	9,8
98,7	11,8	11,0

Aus diesen und ähnlichen Versuchen (Reihe XV bis XVII) geht zunächst hervor, dafs, so lange die Entladungen nur durch die zwischen den Elektroden befindlichen Gase allein fortgeführt werden, der Abstand der einzelnen Entladungen von einander von dem Metall der Elektroden unabhängig ist. Zwischen Zink- und Platinkugeln finden in derselben Zeit gleich viel Entladungen statt, wenn die einen oder andern bei gleichen Drucken von demselben Gase umgeben sind. Wendet man eine Platinkugel einer Zinkkugel gegenüber als Elektroden in Luft oder Wasserstoff an, so sind die Verhältnisse der Entladungszeiten bei abwechselnder Richtung der Entladungen in beiden Fällen fast ganz dieselben. Die Unterschiede in den beobachteten Werthen, je nachdem der Strom von der Platin- zur Zinkkugel oder umgekehrt fliefst, können sehr wohl durch die etwas verschiedene Gestalt der Elektroden bedingt seyn. *Es sind demnach die Elektricitätsmengen, mit welchen die Elektroden zur Erzeugung einer durch die Gase allein vermittelten Entladung durch eine constante Elektricitätsquelle geladen werden müssen, von der Natur des Metalles der Elektroden unabhängig.*

§. 5.

Einflufs der verschiedenen Gröfse, Entfernung und Ableitung der beiden Elektroden.

Zwei Messingelektroden von 13,8 und 2^{mm},65 Durchmesser waren in verschiedenen Abständen in dem mit Luft gefüllten Apparat einander gegenübergestellt. Beide Elektroden waren durch gleich lange Drähte mit den Kämmen der Holtz'schen Maschine verbunden. Der Abstand der Vorderflächen der Kugeln sey δ. Die Stromintensität ist überall die gleiche (40).



Reihe XVIII.

1) $\delta = 3^{mm},0$

	Große Kugel	
Druck	—	+
27,5	2,9	sehr klein
48,2	3,7	3,6
58,9	5,1	4,1

2) $\delta = 6^{mm},0$

	Große Kugel	
Druck	—	+
27,0	3,5	3,0
38,9	3,9	3,9
49,5	5,0	5,1
55,5	5,8	6,0

3) $\delta = 11^{mm},2$

	Große Kugel	
Druck	—	+
26,2	4,9	4,3
39,6	5,6	6,1
50,5	6,3	7,0

4) $\delta = 14^{mm},7$

	Große Kugel	
Druck	—	+
28	6,5	5,2
37,6	7,1	6,3
59,3	8,2	9,5

5) $\delta = 22^{mm},3$

	Große Kugel	
Druck	—	+
26,7	9,5	5,2
38,6	11,9	6,7
56,3	16,5	7,2

Bei der Reihe 5 sind die Entladungen scharf abgezeichnet, wenn die grofse Kugel negativ ist, dagegen nebelhaft und diffus, wenn sie positiv ist. Verzeichnet man bei diesen Versuchen den Abstand der Elektroden auf der Abscissenaxe, den Abstand der Entladungen, wie er den Drucken $25, 40, 55^{mm}$ entspricht, als Ordinaten, so erhält man die Fig. IV Taf IV gezeichneten Curven, bei denen das positive und negative Vorzeichen angiebt, dafs die *gröfsere* Kugel entweder als positive oder als negative Elektrode dient.

Die beiden Arten von Curven, die man für die Fälle erhält, dafs entweder die grofse Kugel positiv, oder dafs dieselbe negativ ist, sind so wesentlich von einander ver-

schieden, dafs sie sich scheinbar nicht durch dieselbe Formel ausdrücken lassen.

Ist die gröfsere Kugel positiv, so entsprechen die Beobachtungen am besten einem Ausdrucke von der Form:

$$y = A - \frac{B}{\delta};$$

ist dagegen die grofse Kugel negativ, so erhält man die befriedigendsten Resultate mit:

$$y = C + B.\delta^2,$$

wenn y den Abstand zweier Entladungen, δ die Entfernung der vordersten Punkte der Elektroden bedeutet.

Nach obigen Formeln, die natürlich nur als rein empirische angesehen werden dürfen, ist nachstehende Uebersicht gerechnet.

Die Werthe unter der Rubrik „interpolirt“ sind aus den Beobachtungen der Reihen XVIII durch Interpolation nach der Formel $y = A + B.p$ abgeleitet. Die Zahlen in den Columnen „berechnet“ sind aus den Formeln gefunden, deren Constanten nach der Methode der kleinsten Quadrate aus den interpolirten Werthen gewonnen worden sind.

Abstand d. Elektrod.		Grofse Kugel negativ.						Grofse Kugel positiv.					
		25mm		40mm		55mm		25mm		40mm		55mm	
äufs. Pkt.	Centra	Interpolirt	Berechnet	Interpolirt	Berechnet	Interpolirt	Berechnet	Interpolirt	Berechnet	Interpolirt	Berechnet	Interpolirt	Berechnet
3,0	8,2	2,6	3,1	3,6	3,7	4,5	4,5	2,4	2,1	3,1	2,9	3,9	3,5
6,0	14,2	3,5	3,4	4,4	4,2	5,3	5,0	3,0	3,7	4,3	4,9	5,5	6,1
11,2	19,4	4,8	4,5	5,7	5,8	6,5	7,0	4,3	4,5	6,0	5,9	7,6	7,3
14,7	22,9	5,9	5,6	6,9	7,4	7,8	9,1	4,9	4,7	6,9	6,2	9,0	7,7
22,3	30,5	8,9	9,1	12,5	12,3	16,1	15,4	5,4	5,0	6,5	6,6	7,5	8,0

	Grofse Kugel negativ	Grofse Kugel positiv
$p = 55;$	$y = 4{,}24 + 0{,}0225\,\delta^2$	$y = 8{,}76 - \frac{15{,}68}{\delta}$
$p = 40;$	$y = 3{,}59 + 0{,}0175\,\delta^2$	$y = 7{,}09 - \frac{12{,}85}{\delta}$
$p = 25;$	$y = 2{,}94 + 0{,}0125\,\delta^2$	$y = 5{,}42 - \frac{10{,}02}{\delta}$

Der Anblick der Curven und der Tabelle ergiebt unmittelbar, dafs *bei derselben Entfernung die zur Erzeugung einer Entladung erforderliche Elektricitätsmenge bei gröfseren Abständen kleiner ist, wenn die gröfsere Kugel als positive Elektrode*, wie *wenn sie als negative Elektrode verwendet wird.* Ferner nähert sich bei zunehmender Entfernung der Elektroden die zu einer Entladung erforderliche Elektricitätsmenge bald einem Maximum, wenn die gröfsere Kugel positiv ist, dagegen steigt sie bedeutend an, wenn die gröfsere Kugel die negative Elektrode darstellt. — Wird die eine oder andere Elektrode zur Erde abgeleitet, so ergeben die sämmtlichen Versuche der Reihen IX bis XIII und viele andere Versuchsreihen, *dafs bei Ableitung der positiven Elektrode die Abstände der Entladungen, d. h. die zu einer Entladung erforderlichen Elektricitätsmengen etwas gröfser sind, als wenn beide Elektroden isolirt mit der Elektrisirmaschine verbunden sind; dafs aber bei Ableitung der negativen Elektrode diese Elektricitätsmengen noch sehr viel gröfser sein müssen, als bei Ableitung der positiven Elektrode.*

Diesen Erfahrungen entspricht auch ganz das Verhalten der Entladungen, wenn zugleich mit der Ableitung der einen oder andern Elektrode die umgebende Metallblechhülle abgeleitet oder mit den Elektroden verbunden wird.

Die folgende Tabelle enthält einige derartige Resultate.

Reihe XII.

Elektroden: zwei kleine Platinkugeln von 3,4mm Durchmesser in einem Abstand von etwa 15mm, Druck etwa 32mm.

	Entladungsabstand y		
	Beide Elektroden isolirt	Positive Elektrode abgeleitet	Negative Elektrode abgeleitet
	y	y	y
Hülle isolirt	9,0	12,0	10,4
„ abgeleitet	9,0	10,1	11,6
Hülle isolirt	10,8	12.4	14,2
„ mit der + Elektrode verbunden	8,3	9,8	14,0
mit der — Elektrode verbunden	16,4	23,0	18,0

Sind also beide Elektroden isolirt, so hat bei schwächeren Entladungen die Ableitung der Hülle keinen wesentlichen Einfluſs. Nur bei starken Drucken ladet sich die Hülle positiv und dann steigt die zu einer Entladung erforderliche Elektricitätsmenge. Wird die positive Elektrode mit der Hülle verbunden, so nimmt bei unverändertem Zustand der negativen Elektrode, gleichviel ob sie isolirt oder abgeleitet war, der Abstand der Entladungen und die zur Erzeugung einer Entladung erforderliche Elektricitätsmenge ab. Wird dagegen in gleicher Weise bei unverändertem Zustand der positiven Elektrode die negative Elektrode mit der Hülle verbunden, so nimmt jene Elektricitätsmenge zu[1]).

1) Herr Edlund hat in diesen Annalen (Bd. CXXXIV. S. 337. 1868 und Bd. CXXXIX. S. 353. 1870), eine Reihe interessanter Versuche veröffentlicht, bei denen er den Strom einer Elektrisirmaschine durch einen, nahe bei der einen Elektrode der letzteren unterbrochenen Schlieſsungskreis leitet, in den ein Galvanometer eingeschaltet ist. Die Ablenkung der Nadel desselben wächst, wenn vor dem Galvanometer die Zuleitungsdräthe zu demselben durch eine Brückenleitung verbunden werden, in welcher sich eine Unterbrechungsstelle befindet, an der Funken überschlagen. Es wird hieraus auf die Bildung einer elektromotorischen Kraft an der Unterbrechungsstelle geschlossen,

§. 6

Losreifsen von Metalltheilchen der Entladung.

Sind die Dichtigkeiten welche die Elektricitäten an der Oberfläche der Elektroden zur Erzeugung einer Entladung erhalten müssen, sehr bedeutend, so treten zu den durch die Gase allein vermittelten Entladungen auch Fortführungen von Metalltheilchen der Elektroden hinzu. Man bemerkt, daſs bei wachsenden Drucken zuerst an der positiven Elektrode kleine leuchtende Fünkchen auftreten; daſs diese bei stärkeren Drucken sich zu einem kleinen leuchtenden, weiter gegen die negative Elektrode hin sich ausbreitenden Büschel ausbilden, bis endlich bei noch stärkeren Drucken die eigentliche Funkenentladung beide Elektroden verbindet. Die Bildung dieser Büschel aus glühenden Metalltheilchen ist leicht durch das Spektroskop nachzuweisen.

Sehr deutlich zeigt sich der Einfluſs der elektrischen Dichtigkeit auf die Losreiſsung von Metalltheilchen bei der Entladung, wenn man die eine oder andere der beiden Elektroden zur Erde ableitet.

Wurden z. B. die zwei je $3,4^{mm}$ im Durchmesser haltenden Platinkugeln in dem Entladungsapparat bei etwa 200^{mm} Quecksilberdruck in einem Abstand von 17^{mm} einander gegenübergestellt, so traten, wenn dieselben durch isolirte Dräthe mit den Zuleitern der Elektrisirmaschine verbunden waren, in den durch die Luft stattfindenden Entladungen nur einzelne, schwach gezeichnete Metallentladungen auf. Im Spektroskop zeigte die Entladung

welche unter verschiedenen Bedingungen untersucht wird, die mit obigen Versuchen in gewisser Beziehung stehen. Gehen aber in der Zeiteinheit beliebig viele, sehr kurz dauernde Entladungen, welche zusammen die Elektricitätsmenge E mit sich führen, in gleichen Intervallen durch den Multiplikator eines Galvanometers, so miſst die Ablenkung seiner Nadel nur die Elektricitätsmenge E. Sollte diese Elektricitätsmenge durch Einfügung der Brückenleitung mit der Unterbrechungsstelle, an der sich doch ein Theil der von der Elektrisirmaschine gelieferten Elektricitäten ausgleicht, wirklich *vergröſsert* werden können?

das Stickstoffspektrum mit wenig hell hervortretenden Metalllinien. Wurde die positive Elektrode abgeleitet, so wird daselbst die elektrische Dichtigkeit verringert, die Metallentladungen verschwinden und mit ihnen die entsprechenden Metalllinien im Spektrum. An der negativen Elektrode wird freilich hierbei die zur Einleitung einer Entladung erforderliche Elektricitätsmenge vermehrt, aber meist nicht so stark, daſs nun von dieser Elektrode aus die Metallentladungen stattfinden könnten. Nur bei einzelnen Versuchen zeigen sich im blauen Glimmlicht auf der negativen Elektrode kleine prikelnde Metallfünkchen. — Wird endlich die negative Elektrode abgeleitet, so muſs bis zu einer Entladung die elektrische Dichtigkeit an der positiven Elektrode über den frühern Werth bei dem ersten Versuche ansteigen; die von derselben ausgehenden Metallentladungen werden hiemit noch verstärkt, es entsteht ein hell leuchtender Funkenstrom zwischen den Elektroden.

§. 7.

Verhalten des Ventileis. Elektromagnetische Rotation der Entladung im luftverdünnten Raum.

Die vorher beschriebenen Versuche über die Entladungen im luftverdünnten Raume stehen zu einigen schon genauer studirten Erscheinungen in naher Beziehung; so namentlich zu dem eigenthümlichen Verhalten des Ventileis.

Ein durch irgend eine Elektricitätsquelle gelieferter kurz andauernder Strom wird nach den mitgetheilten Versuchen nur dann ein verdünntes Gas durchbrechen können, wenn die Dichtigkeit der Elektricitäten an den Enden der Leitung einen bestimmten endlichen Werth erreicht. Ist die eine Elektrode bedeutend gröſser als die andere, so bedarf es einer stärkern Spannung zum Uebergang einer Entladung von der kleinern positiven zur gröſsern negativen Elektrode, als zum Uebergang von der kleinern negativen zur gröſsern positiven Elektrode. Folgt nun eine Reihe abwechselnd gerichteter Ladungen aufeinander, die eine



elektrische Spannung haben, welche zwischen jenen beiden Werthen liegt, so können nur die Entladungen zwischen den Elektroden übergehen, für welche die kleinere als negativer Pol dient.

Bei abwechselnd gerichteten Induktionsströmen, wie sie z. B. in der Induktionsspirale eines Inductoriums erzeugt werden, compliciren sich diese Erscheinungen dadurch, daſs bei einer gleichen Gesammtmenge der bewegten Elektricitäten die Oeffnungsströme schneller ansteigen als die Schlieſsungsströme und die Intensität dieser Ströme, abweichend von den Strömen einer Elektrisirmaschine, von den Widerständen der Leitung abhängig ist.

Ist nun zuerst die kleinere Elektrode positiv für den Oeffnungsstrom, so bedarf es meist zu dem Uebergang der Elektricitäten einer so starken Ladung, daſs überhaupt nur die Oeffnungsströme diese Ladung herstellen können.

Ist die kleinere Elektrode aber für den Oeffnungsstrom negativ, so werden bei stärkern Drucken zunächst auch die zu einer Entladung erforderlichen Spannungen nur durch den Oeffnungsstrom geliefert werden können, der sich bis zur hinlänglichen Ladung der Elektroden vollständig entwickeln kann. Wird aber die Luft verdünnt, so bedarf es kleinerer Elektricitätsmengen. Wenn dann der Oeffnungsstrom bei seinem schnellen Ansteigen bis zum Maximum die Spannung besitzt, daſs ein Theil der in ihm bewegten Elektricitäten von der kleineren positiven zur gröſseren negativen Elektrode übergeht, so kann auch der Schlieſsungsstrom nachher eine, wenn auch schwächere, so doch genügende Spannung an den Elektroden liefern, daſs umgekehrt ein Theil derselben von der gröſsern positiven zur kleinern negativen Elektrode übergeht. Dann kann die am Galvanometer gemessene Gesammtintensität der Induktionsströme bis Null abnehmen. Bei noch weiterer Verdünnung sind die zum Uebergang der Elektricitäten erforderlichen Spannungen immer kleiner, so daſs bei dem schnellen Abfalle der Intensitäten des Oeffnungsstromes, bei dem langsamen Abfall und der längern Zeit, in der

die Intensität des Schliefsungsstromes über einer gewissen Gröfse bleibt, eine gröfsere Elektricitätsmenge durch letzteren von der grofsen zur kleinen Elektrode übergeführt werden kann, als durch den Oeffnungsstrom in entgegengesetztem Sinne. Die Ablenkung der Nadel des in den Induktionskreis eingeschalteten Galvanometers kehrt sich dann um.

Ferner folgt aus den oben angeführten Versuchen die Abhängigkeit der Geschwindigkeit der Rotation der, zwischen einer Spitze und einem gegenübergestellten Ringe im luftverdünnten Raume übergehenden Entladungen unter dem Einflufs eines unter den Ring gestellten Magnetstabes von der Richtung der Entladungen[1]).

Wirkt auf eine Entladung der Magnet, so bestimmt sich die abgelenkte Richtung derselben durch das Verhältnifs der Geschwindigkeit, mit der die Luft von der einen zur andern Elektrode geführt wird und der Geschwindigkeit, welche sie in transversaler Richtung durch die ablenkende Kraft des Magnetes erhält. Da nun beide Geschwindigkeiten im Allgemeinen proportional den durch die Luft in der Zeiteinheit fortgeführten Elektricitätsmengen seyn werden, so wird die Ablenkung für jede einzelne Entladung, mag sie stärker oder schwächer seyn, nahezu dieselbe seyn. Folgen einzelne Entladungen aufeinander, so findet jede folgende in der abgelenkten Bahn der vorhergehenden eine erwärmte Luftschicht, in der sie leichter übergeht[2]); die Rotationsgeschwindigkeit, mit der sich die Entladungen drehen, ist demnach um so gröfser, je öfter stärkere oder schwächere Entladungen in der Zeiteinheit aufeinander folgen. Da nun diese Aufeinanderfolge bei etwas weiterer Entfernung der Elektroden schneller eintritt, wenn die positive Elektrode die gröfsere ist, so ist die Rotation der Entladungen lebhafter, wenn der Ring als positive Elektrode dient, als im umgekehrten Falle, ganz wie es de la Rive beobachtet hat.

1) De la Rive, *Ann. de Chim. et Phys.* (4) *T. X.*, *p.* 165. 1867.

2) Vgl. die Versuche von Fernet, *Compt. rend. T. LIX.*, *p.* 1005. 1864. Pogg. Ann. Bd. CXXIV. S. 351.

§. 8.

Kraft zur Einleitung einer Entladung an beiden Elektroden.

Von den oben angeführten experimentellen Resultaten ausgehend, wollen wir versuchen, die einzelnen Erscheinungen der elektrischen Entladung auf einfache mechanische Verhältnisse zurückzuführen. Selbstverständlich mufs dieser Versuch manche, nicht streng bewiesene Voraussetzungen in sich schliefsen und kann somit nur unvollkommen seyn; indefs dürfte er doch wenigstens dazu dienen, die bisher ziemlich unklar und unvermittelt dastehenden Erscheinungen unter einem gemeinsamen Gesichtspunkt zusammenzufassen.

Werden die Elektricitäten der Elektrisirmaschine den Elektroden in gleichmäfsigem Strome zugeführt, so lagern sie sich nach den bekannten elektrostatischen Gesetzen auf der Oberfläche derselben. Wir beobachten, dafs vor dem Eintreten einer jeden, sowohl nur durch das Gas zwischen den Elektroden, als auch durch Metalltheile derselben vermittelten Entladung stets erst eine bestimmte endliche Spannung erreicht seyn mufs, und wollen untersuchen, wie grofs dieselbe an beiden Elektroden unter den verschiedenen Bedingungen seyn mufs, unter welchen die vorher beschriebenen Versuche angestellt wurden. Wir betrachten dabei zunächst nur die Enladungen, an denen allein das Gas zwischen den Elektroden Theil nimmt.

Es mögen die Entladungen zwischen zwei kugelförmigen Elektroden von den Radien r und R stattfinden, deren Verbindungsdrähte mit der Elektrisirmaschine zu vernachlässigen seyen. Der Abstand der Mittelpunkte beider Kugeln sey L. Bei Ladung der Kugeln mit den (entgegengesetzten) Elektricitätsmengen e und E wird das Potential in den auf der Verbindungslinie der Mittelpunkte liegenden, einander zugekehrten Punkten der Oberfläche der Kugeln am gröfsten seyn. Ist L gegen r und R relativ grofs, so sind die absoluten Werthe der Potentiale auf die daselbst auf der Flächeneinheit angehäuften Elektricitäten annähernd:

$$v = \frac{e}{4r^2\pi}\left(\frac{e}{r} + \frac{E}{L}\right) \qquad (1)$$

$$V = \frac{E}{4R^2\pi}\left(\frac{E}{R} + \frac{e}{L}\right)$$

Sind die Kugeln gleich grofs, also $r = R$, sind die ihnen zugeführten Elektricitätsmengen $e = E$, so sind die Potentiale beide

$$v = \pm\frac{e^2}{4r^2\pi}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{L}\right) \qquad (2)$$

Jenachdem für beide Elektricitäten ein gleiches Potential erforderlich ist, um an den mit ihnen geladenen Elektroden eine Entladung einzuleiten, oder für die eine ein kleineres Potential (a), als für die andere (A), wird an jener Kugel allein oder an beiden zugleich die Entladung beginnen, wenn die Ladung e so grofs ist, dafs $v = a$ wird.

Ist die eine der beiden Kugeln zur Erde abgeleitet, die andere allein mit der positiven oder negativen Elektricitätsquelle verbunden, so wird die erstere nur durch Influenz elektrisch. Bei einer Ladung der nicht abgeleiteten Kugel mit der Elektricitätsmenge e, wird die abgeleitete durch Influenz mit der Elektricitätsmenge $\frac{e}{n}$ geladen, wo $n > 1$. Da die Fernewirkung beider Elektricitäten die gleiche ist, so müssen wir annehmen, dafs der Vertheilungscoëfficient n derselbe bleibt, mag nun die Elektricität e positiv oder negativ seyn. Die Potentiale auf die Elektricität auf der Flächeneinheit werden dann: auf der isolirten Kugel

$$V = \frac{e^2}{4r^2\pi}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{nL}\right) \qquad (3);$$

auf der abgeleiteten Kugel

$$v = \frac{e^2}{4r^2\pi}\left(\frac{1}{n^2r} + \frac{1}{nL}\right) \qquad (3a).$$

Auf letzterer ist also das Potential kleiner. Wäre nun zur Einleitung einer Entladung für die positive und negative Elektricität dasselbe Potential erforderlich, so würde jedenfalls, wäre die positive Elektrode isolirt mit der Elek-

tricitätsquelle verbunden und die negative abgeleitet, oder umgekehrt, jedesmal die Entladung bei gleicher Elektricitätszufuhr beginnen. Der Versuch beweist das Gegentheil; es muſs also jenes Potential für beide Elektricitäten verschieden seyn.

Nehmen wir beispielsweise an, daſs das zur Einleitung einer Entladung an der positiven Elektrode erforderliche Potential a_+ kleiner sey, als das zur Einleitung der Entladung an der negativen Elektrode erforderliche A_-. Ist dann zuerst die positive Elektrode P isolirt mit der Elektricitätsquelle verbunden, die negative N abgeleitet, so wird bei wachsender Elektricitätszufuhr P früher die zur Erreichung des Potentials a_+ nöthige positive Elektricitätsmenge e_+ erhalten, als N die zur Erreichung des gröſseren Potentials A_- erforderliche gröſsere Elektricitätsmenge. Die Entladung wird also beginnen, wenn die Elektrisirmaschine die Elektricitätsmengen $\pm e_+$ geliefert hat. Ist umgekehrt die negative Elektrode N mit der Elektrisirmaschine verbunden, P abgeleitet, so wird erstens, um N mit dem zum Beginnen einer Entladung erforderlichen Potential A_- zu versehen, eine Elektricitätsmenge $e_- > e_+$ der Elektrode zugeführt werden müssen. Könnte zweitens hiebei die abgeleitete Elektrode P eher das zur Entladung erforderliche Potential a_+ erreichen, als N das gröſsere Potential A_-, so müſste N hiezu doch eine gröſsere Elektricitätsmenge $e_-' > e_-$ zugeführt werden, da P jetzt nur durch Vertheilung elektrisirt wird. In allen Fällen müſste also unter unserer Annahme bei Ableitung der positiven Elektrode von der Elektrisirmaschine zur Einleitung einer Entladung eine gröſsere Elektricitätsmenge geliefert werden, als bei Ableitung der negativen Elektrode. Die Versuche beweisen, daſs gerade im Gegentheil bei Ableitung der positiven Elektrode eine zwar etwas gröſsere Elektricitätszufuhr als bei isolirter Verbindung beider Elektroden mit der Elektrisirmaschine (da die Influenzwirkung kleiner ist), aber eine *viel kleinere* Ladung als bei Ableitung der negativen Elektrode zur

Einleitung der Entladung erforderlich ist. Wir können hieraus schließsen:

„dafs zur Einleitung einer Entladung an der positiven Elektrode ein gröfseres Potential der gesammten Elektricitäten auf die auf der Flächeneinheit aufgehäufte Elektricität erforderlich ist, als an der negativen Elektrode“.

Dasselbe Resultat ergiebt sich bei den Entladungsversuchen zwischen verschieden grofsen Elektroden. Bei etwas bedeutenderen Abständen L ihrer Mittelpunkte ist nach den Formeln (1) bei gleicher Ladung mit den Elektricitäten $\pm e$ das Potential auf der kleineren Kugel gröfser als auf der grofsen; es wird auf ihr bei geringerer Ladung das zur Erzeugung einer Entladung erforderliche Potential erreicht seyn, als auf der grofsen. Ist nun, wie wir oben gefunden, das zur negativen Entladung nöthige Potential a_- kleiner, als das zur positiven Entladung nöthige (A_+) so würde, wenn zuerst die kleine Kugel negativ ist, auf ihr schon viel eher bei wachsender Elektricitätszufuhr das Potential a_- erreicht seyn, als das gröfsere Potential A_+ auf der gröfseren Kugel. Ist die grofse Kugel negativ, so müssen wir, um auf derselben das Potential a_- oder auf der kleineren Kugel das Potential A_+ zu erreichen, derselben eine gröfsere Elektricitätsmenge zuführen, als vorher. Die Versuche stimmen mit diesen Ableitungen völlig überein und bestätigen somit den oben ausgesprochenen Satz.

Bei kleineren Entfernungen der grofsen und kleinen Kugel von einander kann sich durch die Influenzwirkung die elektrische Vertheilung auf ersterer so ändern, dafs auf der der kleinen Kugel gegenüberliegenden Stelle das Potential einen sehr grofsen Werth erhält. Dann kann sich durch diesen secundären Einflufs, wie die Versuche zeigen, obiges Verhältnifs der, vor jeder Entladung zugeführten Elektricitätsmengen scheinbar umkehren.



§. 8.

Aeufsere Erscheinungen der Entladung.

Wir betrachten zunächst den Fall, dafs an der Entladung allein das die Elektroden umgebende Gas theilnimmt. Ist dann, wie wir beobachtet haben, zur Erzeugung einer Entladung eine gewisse endliche Spannung der Elektricitäten an beiden Elektroden erforderlich, so könnten wir uns dieses Verhalten *vorläufig*, ohne indefs daraus irgend eine Schlufsfolgerung über die wahre Ursache der Erscheinung ableiten zu wollen, etwa so vorstellen, wie wenn an der Oberfläche der Elektroden ein gewisser Uebergangswiderstand vorhanden wäre, der die Fortführung der Elektricität durch die, die Elektroden umgebenden Gastheilchen hinderte, und der erst durch eine bestimmte Kraft überwunden werden müfste. Wir wollen erst später einen Versuch machen, uns von dem Grunde dieses scheinbaren Uebergangswiderstandes einigermafsen Rechenschaft zu geben. Sind die elektrischen Abstofsungskräfte, welche die an der Oberfläche der Elektroden befindlichen Elektricitäten antreiben, durch stärkere Ladung der Elektroden so bedeutend geworden, dafs jener Uebergangswiderstand durch dieselben überwunden wird, so müssen die elektrischen Massen sich sogleich mit einer gröfseren endlichen Geschwindigkeit von den Elektroden fortbewegen. Es wäre möglich, dafs sich hierbei die Elektricitäten in den Gasen von Theilchen zu Theilchen fortpflanzten. Es könnte auch seyn, dafs die an der Metallelektrode elektrisirten Gastheilchen von derselben fortgetrieben würden, dann auf entferntere Gastheile stiefsen und diesen ihre Bewegung und Elektricität mittheilten. Es könnten endlich die von der Elektrode fortgetriebenen Gastheilchen mit der in ihnen enthaltenen Elektricität durch das umgebende Medium auf gröfsere Entfernungen hinfortgeschleudert werden. Indefs erscheint die letztere Ansicht als die weitaus wahrscheinlichere. Es spricht für dieselbe erstens das Auftreten jenes Luftstromes, welcher von einer positiv elektrisirten Spitze ausgeht, und ferner

der Umstand, dafs die bei höheren Drucken losgerissenen, glühenden Metalltheilchen, bei wachsendem Drucke und damit steigender elektrischer Spannung, sich immer weiter als hellleuchtendes Büschel, zugleich mit der im Gase auftretenden Entladung, nach der negativen Elektrode hin ausbreiten.

1. Wir wollen zuerst den Fall betrachten, dafs nur die eine Elektrode direkt elektrisirt wird, die andere aber weit entfernt, sehr grofs und abgeleitet ist. Dann ist das Potential der Elektricitäten auf die Einheit der Oberfläche der abgeleiteten Kugel verschwindend klein; das zur Einleitung einer Entladung nöthige Potential wird stets auf der elektrisirten Kugel zuerst erreicht werden. Es bedarf, wenn die Elektrode positiv geladen wird, eines gröfseren Potentiales, also einer gröfseren Kraft zum Eintritt einer Entladung, als wenn sie negativ geladen ist, *mithin mufs die Bewegung der Elektricität selbst oder der mit Elektricität geladenen Gastheilchen von der Elektrode fort mit gröfserer Anfangsgeschwindigkeit vor sich gehen, wenn die Elektrode positiv ist, als wenn sie negativ ist.*

Es würde hiernach die Entladung in gleicher Zeit weiter von der positiv geladenen Elektrode fortschreiten, als von der negativen. Bei gleicher Elektricitätszufuhr würden wir an der positiven Elektrode seltenere, aber weiter in die Umgegend sich sichtbar ausbreitende, an der negativen häufigere, aber auf die nähere Umgebung der Elektrode beschränkte Entladungen wahrnehmen.

Um ein Beispiel für die Verschiedenheit dieser Geschwindigkeiten zu geben, wählen wir die Entladungen zwischen zwei gleich grofsen Kugeln in der Luft. Bei $81^{mm},1$ Druck würden sich die zu einer Entladung erforderlichen Elektricitätsmengen bei Ableitung der positiven und negativen Kugel wie $12,3 : 21,7 = 1 : 1,76$ verhalten. Die Potentiale auf die auf der Einheit der Oberfläche der Elektroden angehäuften Elektricitäten verhalten sich demnach wie $1 : (1,76)^2 = 1 : 3,13$. Wird die auf der Oberfläche angehäufte Luft bei der Entladung fortgetrieben,

so werden ihre Anfangsgeschwindigkeiten in demselben Verhältnifs stehen.

Hierdurch dürfte sich unmittelbar der wesentliche *Unterschied der verschiedenen Formen der Entladungen im luftverdünnten Raum*, *der positiven Büschelentladung und des negativen Glimmlichtes*, erklären lassen.

Der so oft gebrauchte Ausdruck, dafs die positive Elektricität *leichter* aus den elektrisirten Körpern ausströmt, als die negative, ist demnach nicht richtig. Gerade dadurch, dafs zur positiven Entladung im Gegentheil eine *gröfsere* elektrische Spannung und eine gröfsere Kraft erforderlich ist, als für die negative, erhalten die von der positiven Elektrode fortgetriebenen Massentheilchen eine gröfsere Geschwindigkeit und breiten sich weiter aus. Nach dem vorher Angeführten wird man nicht mehr die leichtere Ausbreitung der positiven Elektricität, wie man aus früheren Erfahrungen folgerichtig geschlossen, nur einem secundären Einflufs der negativen Elektrisirung der an der negativen Elektrode vorbeigetriebenen wasserhaltigen Luft zuschreiben dürfen; um so weniger als die Unterschiede der entgegengesetzten Entladungen sich in ganz gleicher Weise auch in sorgfältigst getrockneten, jedenfalls kein condensirtes Wasser enthaltenden Gasen zeigen, die nach Faraday's Versuchen beim Vorbeiströmen an festen Körpern keine elektrische Ladung zeigen.

Würde nur die an der Stelle des Maximalpotentials angehäufte Elektricität bei der Entladung fortgeführt werden, so bliebe in den Elektroden noch der gröfste Theil der Ladung zurück, während sie sich doch in der That dabei mehr oder weniger vollständig entladen. Indefs entsteht nach dem Beginn der Entladung über jener Stelle ein luftverdünnter Raum, zu welchem von der Seite her die Luft nicht eben so schnell zuströmen und daselbst die früheren Verhältnisse herstellen kann, wie sich die Elektricitäten wiederum nach den elektrostatischen Gesetzen auf der Elektrode anordnen. Es wird daher das Potential derselben an der ersten Stelle noch genügen, um auch in

der verdünnteren Luft daselbst eine weitere Entladung zu vermitteln.

Würde ferner in dem eben betrachteten Falle der Entladungen die Fortführung der Elektricität mit den Gastheilchen mit unendlicher Geschwindigkeit stattfinden, so könnte die Entladung nur von der einen Stelle der Elektrode ausgehen, wo das Potential der Elektricitäten ein Maximum ist. Flieht aber die Luft mit geringerer Geschwindigkeit, so kann ihre Elektricität auf die elektrische Vertheilung in der Elektrode zurückwirken. Es wird dann noch den in der Nähe des Maximalpunktes des Potentials gelegenen Stellen der Elektroden, während die elektrisirte Luft in der Nähe derselben verweilt, eine so grofse Elektricitätsmenge zugeführt werden, dafs auch von ihnen die elektrisirte Luft, unmittelbar nach der ersten Entladung an dem Maximalpunkt, fortgetrieben wird. Je geringer die Anfangsgeschwindigkeit des bewegten Gases ist, desto mehr mufs diese Erscheinung hervortreten. Wir bemerken, entsprechend diesen Betrachtungen, namentlich an der negativen Elektrode eine weitere Ausbreitung des Glimmlichtes, als an der positiven, wo die Entladung von einem kleineren Theile der Oberfläche ausgeht.

2. Es seyen ferner zwei gleiche Elektroden einander gegenübergestellt und beide isolirt mit den Zuleitern der Elektrisirmaschine verbunden. Dann sind die Potentiale auf ihnen gleich; der Unterschied der Ladungen beider Elektroden bei begonnener Entladung wird nicht so bedeutend seyn, als in dem vorher betrachteten Falle. Beginnt nun die Entladung an der negativen Elektrode, so schreitet dieselbe nur mit geringer Geschwindigkeit zur positiven Elektrode vor; und so kann in der Zeit, in der die elektrische Luft in der Nähe der negativen Elektrode verweilt, die Ladung in beiden Elektroden noch so weit anwachsen, bis auch an dem vordersten Punkte der positiven Elektrode das zur Erzeugung der Entladung nöthige Potential erreicht ist und daselbst eine büschelförmige Luftentladung eintritt. In dieser Zeit wächst dann die

Ladung der neben der vordersten Stelle der negativen Kugel liegenden Theile noch so stark an, dass auch von ihnen die Glimmentladung ausgeht. Wenn ferner bei geringerem Druck der Luft eine schwächere Ladung der Elektroden zur Erzeugung der Entladung genügt, und dann auch die Luft mit geringerer Geschwindigkeit fortgetrieben wird, so breitet sich auch hiebei das Glimmlicht auf der negativen, das Büschellicht auf der positiven Elektrode weiter aus. Diese Erscheinung wird dadurch befördert, dafs bei der schwächeren Ladung der Elektroden auch die *absoluten* Differenzen der an ihren einzelnen Stellen angehäuften Elektricitätsmengen kleiner sind. Liefert demnach die Elektricitätsquelle in gleichen Zeiten gleiche Elektricitätsmengen, so würde bei schwächeren Drucken schon hierdurch in der Nachbarschaft des Ortes des Maximalpotentials schneller eine zur Erzeugung einer Entladung genügende Dichtigkeit hervorgerufen werden, als bei stärkeren Drucken. Dem entsprechend haben wir schon oben erwähnt, dafs man an der Verbreiterung der Bilder der negativen Elektrode im rotirenden Spiegel bei sehr geringen Drucken eine kurze Zeitdauer der Entladung daselbst beobachten kann. Aus demselben Grunde vermindert sich bei stark abnehmendem Druck die Verschiedenheit der Lichterscheinungen an beiden Elektroden.

In Folge der gröfseren Geschwindigkeit der von der positiven Elektrode ausgehenden Entladung, der kleineren Geschwindigkeit der von der negativen Elektrode ausgehenden treten die bewegten elektrisirten Luftmassen in der Nähe der negativen Elektrode zusammen. Die von einer kleineren Stelle ausgehende positive, mehr zusammengedrängte Luft scheint sich dabei auf der von einer gröfseren Fläche ausgehenden negativen auszubreiten (ähnlich wie ein Wasserstrom auf einer ruhenden Wasserfläche); die fortschreitende Bewegung der Luftmassen geht verloren, sie mischen sich und gleichen ihre Elektricitäten in dem dunklen Raum aus, in welchem keine bestimmte Strömung der Elektricität mehr wahrzunehmen ist. Dem entsprechend

konnte de la Rive von zwei von der Seite her in den dunklen Raum eines weiten Geifsler'schen Rohres eingesenkten Platinplatten keine oder nur schwache derivirte Ströme zu einem Galvanometer ableiten, während er solche Ströme sogleich erhielt, als er die Stromesrichtung umkehrte, so dafs die Platinplatten in die positive Entladung gelangten [1]. Je langsamer die Entladungen einander folgen, mit um so gröfserer Geschwindigkeit also die Ströme der elektrisirten Gase in der Nähe der negativen Elektrode zusammentreffen, desto schmaler mufs entsprechend der dunkle Raum werden; und dies tritt in der That bei vermehrter Dichtigkeit der Gase ein.

3. Mit dieser Erklärungsweise stimmt die äufsere Erscheinung der Entladungen zwischen zwei Elektroden überein, wenn sie beide isolirt mit der Elektrisirmaschine verbunden sind, oder die eine von ihnen abgeleitet ist. Ist z. B. die positive Elektrode eine gröfsere Kugel von 13,8, die negative Etektrode eine kleinere Kugel von 2^{mm},6 Durchmesser, so geht bei einem Druck von etwa 35^{mm} die positive Entladung von einer kleinen Fläche der ersteren aus, verjüngt sich ein wenig gegen die negative Elektrode hin und breitet sich gegen letztere bis zu dem schmalen dunkeln Raum wieder aus. Wird die grofse positive Kugel zur Erde abgeleitet, so bedarf es zur Erzeugung der Entladung einer gröfseren Elektricitätsmenge; in demselben Verhältnifs ist der Unterschied der Dichtig-

1) De la Rive, *Compt. rend. T. LVI, p.* 669. 1863; Pogg. Ann. Bd. CXXXI, S. 577. Die Zurückführung dieses Versuches auf die Verdichtungsverhältnisse der Luft im Gase, wonach der dunkle Raum aus verdünnter und defshalb *besser* leitender und durch den Strom weniger erwärmter Luft bestehen soll, aus welcher daher eine Zweigleitung nur einen kleineren Theil des Stromes ableitet, als aus der angeblich verdichteten, schlechter leitenden und deshalb stärker erhizten Luft an der positiven Elektrode, scheint hienach nicht unbedingt nöthig. Es könnten auch wohl die Dichtigkeitsunterschiede an den einzelnen Stellen der Luft nicht so bedeutend seyn, dafs sich die Erwärmung der Luft in der eigentlichen Entladungsbahn bis unter die dunkle Rothgluth verminderte.

keit der Elektricität auf den einzelnen Stellen der kleineren Kugel von der Axe an bedeutender, daher zieht sich das Glimmlicht auf eine kleinere Fläche zusammen. Auf der gröfseren Kugel, die nur durch Influenz elektrisirt ist, sind die Dichtigkeitsdifferenzen rings um die Axe kleiner; es breitet sich die positive, weniger leuchtende, bläuliche Entladung weiter über ihre Oberfläche aus; sie dehnt sich nebelartig gegen die negative Elektrode aus, erst sich ein wenig verjüngend, dann wieder verbreiternd. Die beschleunigenden Kräfte treiben nämlich die elektrisirten Lufttheilchen anfangs convergirend zur kleinern Elektrode hin, dann aber beim Zusammentreffen mit der annähernd in Kugelschalen sich ausbreitenden negativ elektrischen Luft breiten sie sich wieder aus. Wird dagegen die negative Kugel zur Erde abgeleitet, so bedarf die positive Kugel zur Erlangung des zu einer Entladung erforderlichen Potentials wiederum einer gröfseren Elektricitätsmenge als ohne Ableitung, die absoluten Differenzen der Dichtigkeiten von dem vordersten Punkt an nach hinten sind gröfser, die Entladung findet von einer kleinern Stelle statt und ist schmaler. Dagegen breitet sich das Glimmlicht auf der negativen Elektrode weiter aus in Folge der zur genügenden Ladung der positiven Elektrode erforderlichen längeren Zeit.

Bei umgekehrter Verbindung der beiden Elektroden mit den Polen der Elektrisirmaschine zeigen sich im Allgemeinen die analogen Verhältnisse, nur treten die Unterschiede bei der Ableitung weniger deutlich hervor.

Ganz besonders schön und auffallend zeigt sich das verschiedene Verhalten der Entladungen an den Elektroden, wenn man die eine derselben durch eine ebene Metallfläche von Blech oder Quecksilber ersetzt.

Auf den Teller der Jolly'schen Luftpumpe wurde eine kreisrunde, sorgfältig polirte Metallplatte von 40^{mm} Durchmesser gelegt, welche durch die Metallröhren der Pumpe mit der Holtz'schen Maschine verbunden werden konnte. Ueber dieselbe wurde eine oben tubulirte Glas-

glocke von 60^{mm} Weite und 90^{mm} Höhe gesetzt, in deren Tubulus ein mit einem Glasrohr bekleideter Metallstab eingesetzt wurde, der etwa 15^{mm} oberhalb der Metallplatte eine Messingkugel von etwa 3,8^{mm} Durchmesser trug.

Wurde die Luft in der Glocke bis auf etwa 20^{mm} Quecksilberdruck evacuirt und die Kugel durch den sie tragenden Stab mit dem negativen, die Metallplatte mit dem positiven Aufsaugekamm der Holtz'schen Maschine verbunden, so leuchtete die Kugel auf ihrer ganzen Oberfläche mit bläulichem Glimmlicht, welches dieselbe sehr deutlich in zwei concentrischen, durch eine dunklere Schicht voneinander getrennten Kugelschalen umgab. Auf der positiven Platte bildete die von den Stellen, an denen das Potential genügend groſs war, fortgetriebene, positiv elektrisirte, von allen Seiten der negativen Elektrode zuströmende Luft einen röthlichleuchtenden, gegen die negative Kugel hin ansteigenden Berg, der von derselben durch einen dunklen Raum getrennt war. Ist die Kugel positiv, so geht von ihr die positive Entladung in einem leuchtenden, sich nach der Seite der negativen Elektrode etwas verbreitenden Büschel aus, und, ähnlich wie beim Auftreffen eines Wasserstrahls auf einer Wasserfläche, letzte concav eingebogen wird, so lagert sich nun auch das Glimmlicht auf der negativen Platte in einer schönen blauen Schale, welche in der Mitte von der Platte durch einen sehr schmalen Raum getrennt ist und mit ihren Rändern sich nach oben erhebt. Sie ist durch einen dunklen Raum von der ihr parallelen unteren Begränzung des positiven Büschels getrennt. Mit zunehmendem Druck werden die Phänomene auf der Platte in immer engere Gränzen zusammengedrängt, da dann die Dichtigkeit der Elektricität auf derselben immer gröſser, die absoluten Unterschiede der Ladung von der Mitte nach den Seiten hin immer bedeutender werden. Wurde bei diesen Versuchen die Platte mit Lycopodium bestreut und das überschüssige Pulver nach der Entladung im luftverdünnten Raum fortgeblasen, so blieb auf der Platte eine Kreisfläche

mit Lycopodium bedeckt, so weit sich vorher darauf die leuchtende Entladung ausbreitete. War die Platte negativ, so zeigte sich die Erscheinung nicht. Dieselbe erinnert lebhaft an die von Kundt[1]) beobachtete Bildung einer elektrischen Staubfigur bei Entladung einer Leydner Flasche zwischen Platte und Spitze. Ist die Platte positiv, so dürften durch die lebhaft bewegte Luft einzelne Lycopodiumtheile von der Platte mitgeführt und elektrisirt werden, und nachdem die Platte nach der Entladung unelektrisch geworden, auf dieselbe wieder niederfallen und adhäriren: während, wenn die Platte negativ ist, die Luftbewegung zu schwach seyn dürfte, um das Pulver fortzuführen, welches somit stets mit der Platte in Berührung bleibt und bei der Ableitung schneller seine Elektrisirung verliert.

Das S. 374 erwähnte und in Fig. IV Taf. IV graphisch dargestellte Verhalten der Entladungen zwischen einer großen und kleinen Kugel in kleineren Entfernungen schließt sich dem Vorhergehenden ebenfalls an. Der von der Influenz der Elektroden aufeinander abhängige Werth hat einen um so größeren Einfluß auf die Größe des Potentials auf der vordersten Stelle der einen oder anderen Elektrode, je größer dieselbe ist. Ist die große Kugel die positive, so ist dieser Einfluß von keiner so großen Bedeutung, da an der kleineren negativen Kugel schon bei geringer Ladung die zur Einleitung einer Entladung erforderliche Anhäufung von Elektricität erreicht ist. Da außerdem die Influenz auf die vorderste Stelle der kleinen Kugel geringer ist, steigt zwar bei Abnahme derselben mit wachsender Entfernung der Elektroden die zu einer Entladung erforderliche elektrische Ladung; erreicht aber bald ein Maximum. Ist umgekehrt die große Kugel negativ, so daß eine Vermehrung des elektrischen Potentials auf ihrer Oberfläche von viel größerem Einfluß auf das Erscheinen einer Entladung ist, so wird bei wachsender Entfernung der Elektroden, bei der die Influenz auf

1) Kundt, Pogg. Ann. Bd. CXXXVI, S. 612. 1869.

die vorderste Stelle verhältnifsmäfsig viel schneller zurücktritt, als bei der kleinen Elektrode, die zu einer Entladung erforderliche Elektricitätsmenge schnell ansteigen.

§. 9.

Versuch einer Erklärung des verschiedenen Verhaltens beider Elektricitäten bei der Entladung.

In der vorher gegebenen Darstellung der Erscheinungen bei der Entladung im luftverdünnten Raum haben wir angeführt, dafs sich die Vorgänge gerade so gestalten, wie wenn eine Art Uebergangswiderstand die Fortführung der Elektricitäten von den Elektroden hinderte. Dieser Widerstand müfste an der positiven Elektrode gröfser seyn, als an der negativen, und mit steigendem Drucke der Gase wachsen. Die eigentliche Ursache dieses scheinbaren Uebergangswiderstandes ist bei unserer völligen Unkenntnifs über die wahre Natur der Elektricitäten noch nicht zu ergründen. Wir können uns indess eine Vorstellung hiervon bilden, wenn wir, ohne zu neuen Hypothesen unsere Zuflucht zu nehmen, uns dabei auf dieselben Annahmen stützen, welche man zur Erklärung der elektrischen Vorgänge bei den Volta'schen Fundamentalversuchen gemacht hat[1]).

Wir können annehmen, dafs sich auf der Oberfläche der Metalle in einem Gase in Folge der bedeutenden Adhäsionskräfte (zu denen auch die elektrischen Anziehungen in Folge der entgegengesetzten Ladung der Metall- und Gasmoleküle bei ihrem Contact zu rechnen sind) eine Schicht von Gasmolekülen anlagert, die in der Nähe der Oberfläche verweilen, und nicht mehr an den allgemeinen, den Gaszustand bedingenden weiteren Bewegungen der Moleküle theilnehmen. Die Dicke dieser Schicht wird sich nach dem Gesetz der Abnahme obiger Kräfte mit der Entfernung und nach dem Drucke richten, dem die Gase ausgesetzt sind. Wird nun Elektricität den metallischen Elektroden zugeführt, so wird sie sich zum Theil in jener

1) S. die soeben erschienene II. Aufl. der Lehre vom Galvanismus v. G. Wiedemann. Bd. I. S. 15 u. f.

condensirten Gasschicht anhäufen[1]). Da die Moleküle des darüber befindlichen Gases bei ihren Hin- und Herbewegungen nur in relativ geringer Zahl diese Schicht treffen und sich von ihr entfernen, so werden sie nur eine kleine Menge der Elektricität aus derselben fortführen. Es wird sich defshalb bei schneller Zufuhr der Elektricität zur Elektrode die Ladung der condensirten Gasschicht so weit steigern, bis das Potential aller Elektricitäten auf die Elektricität auf einer Stelle in jener Schicht so grofs ist, dafs dadurch die auf dieselbe Stelle von Seiten der Elektrode und durch den äufseren Druck ausgeübten Kräfte überwunden werden. Dann wird eine Entladung eintreten. Je bedeutender jene Kräfte sind, je gröfser also der Druck des Gases zunächst ist, desto gröfsere Elektricitätsmengen sind zu ihrer Ueberwindung erforderlich, mit desto gröfserer Geschwindigkeit werden sich die mit Elektricität beladenen Gasmoleküle entfernen. Da wir nicht wissen, in wie weit die Zahl der Moleküle in der verdichteten Schicht sich mit dem Drucke ändert, und wie tief in dieselbe die Elektricität eindringt, so können wir von vornherein kein einfaches Gesetz über die Abhängigkeit der zur Entladung erforderlichen Elektricitätsmenge von dem Druck des Gases aufstellen. Sind die auf die Gasmoleküle ausgeübten Molekularkräfte verschieden, so bedürfen wir zu Erzeugung einer Entladung auch verschiedener Elektricitätsmengen, wie bei Sauerstoff, Luft u. s. w. — Es läfst sich vermuthen, dafs bei einer Entladung hiebei zuerst die oberen condensirten Gasschichten mit dem darauf lastenden Druck fortgetrieben werden, dann, ehe sie sich wieder erneuern, nach schnell erfolgter Vertheilung der zurückgebliebenen Elektricitäten nach den elektrostatischen Gesetzen, auch die tiefer liegenden Theile der Schichten u. s. f., so dafs, wie wir schon oben S. 387 ausführten, eine ziemlich vollständige Entladung der Elektroden eintritt. Es läfst sich dagegen nicht wohl annehmen, dafs direkt an der Be-

1) Vgl. das Verhalten des Elektrophors und der Leydener Flasche. Riess Reibungselektricität. Bd. I. §. 297, 368 u. f.

rührungsstelle des Metalls und der Gasschicht die letztere vom Metall abgehoben werde, da jedenfalls die Anziehungskräfte, wie auch die elektromotorischen Kräfte daselbst je nach der Natur des Metalles und Gases sehr verschieden seyn können, und doch nach den S. 370 und ff. angeführten Versuchen die zu einer Entladung erforderlichen Elektricitätsmengen von der Natur des Metalls der Elektrode unabhängig sind, so lange die Entladung allein durch das Gas hergestellt wird.

Da die auf die Gasschichten an beiden Elektroden wirkenden Kräfte völlig gleich sind, so muſs der Unterschied der Entladungsverhältnisse daselbst durch besondere Eigenschaften der beiden Elektricitäten bedingt seyn. Vielleicht dürfte man hiebei auf dieselbe Hypothese zurückgehen, welche im Galvanismus zur Begründung der Ladung einander berührender Metalle mit den entgegengesetzten Elektricitäten angewendet wird, nach der die Körper mit einer verschieden starken Anziehungskraft gegen die eine oder andere Elektricität begabt sind. Ziehen überhaupt die körperlichen Massen die Elektricitäten an, mit denen sie geladen sind, so werden dieselben nicht allein mehr auf der Oberfläche verweilen, sondern sich je nach der Stärke der Anziehung in gröſserer oder geringerer Menge auch in das Innere der Körper verbreiten. Können wir ferner annehmen, daſs diese *Anziehung bei den von uns untersuchten Körpern überwiegend auf die positive Elektricität* ausgeübt wird, so würde sich die Oberfläche der Körper im *unelektrischen* Zustand mit einer Schicht negativer Elektricität bedecken, der im Innern eine Schicht positiver Elektricität folgte. Die Wirkungen beider Schichten nach auſsen würden sich gegenseitig aufheben. Werden aber zwei gleichen, mit den condensirten Gasschichten beladenen Elektroden die beiden Elektricitäten in gleichen Mengen *gesondert* zugeführt, so wird die Dichtigkeit der Elektricität in den obersten Gasschichten der positiven Elektrode kleiner sein als in denen der negativen. Soll daher in jenen Gasschichten das zur Entladung erforderliche Poten-

tial erreicht seyn, so muſs die positive Elektrode mit einer gröſseren Elektricitätsmenge beladen werden, als die negative. Die erste Entladung wird dann freilich an jener Elektrode von der Stelle des Maximalpotentials aus mit derselben Anfangsgeschwindigkeit vor sich gehen, als an der letzteren. Da aber die Elektricitäten an den anderen Stellen der positiven Elektrode in bedeutend gröſserer Menge vorhanden sind, als in der negativen, so werden bei der fortgesetzten Entladung die folgenden elektrisirten Gastheilchen von der positiven Elektrode mit gröſserer Geschwindigkeit fortgetrieben, als von der negativen, gerade wie wir schon oben entwickelt hatten.

Sind die auf den Elektroden aufgehäuften Gasschichten sehr dicht, der Druck auf dieselben sehr groſs, so kann es kommen, daſs die in das Innere derselben verbreiteten Elektricitäten noch bis in das Metall der Elektrode hinein eine so groſse Dichtigkeit besitzen, daſs nach Fortführung der Gasmasse auch noch die Cohäsion des Metalls durch die elektrischen Abstoſsungskräfte überwunden wird, und zu den Gasentladungen Metallentladungen hinzutreten. Da nach unserer Hypothese die Elektricitäten in das Innere der positiven Elektrode überhaupt mit gröſserer Dichtigkeit und tiefer eindringen als in die negative, so werden sich diese Metallentladungen, wie wir auch oben gefunden, bei stärkeren Drucken zuerst an der Oberfläche der positiven Elektrode zeigen.

Wird die Elektrode in Form einer Spitze hergestellt, oder wird einer am Conduktor der Elektrisirmaschine befestigten Metallkugel eine Spitze gegenübergestellt, so wird im ersten Falle an der Stelle der stärksten Krümmung der Spitze, im zweiten an der der Spitze gegenüberliegenden Stelle der Kugel schon bei geringerer Gesammtladung das Potential in der condensirten Gasschicht die zur Einleitung einer Entladung erforderliche Höhe erreichen, als bei weniger gekrümmten Elektroden, oder ohne Gegenüberstellung einer Spitze. Es werden in diesem Falle, nach der ersten Entladung der obersten Gastheilchen, die folgenden Gas-

theilchen mit geringerer Geschwindigkeit fortgetrieben und die Metalltheile können viel weniger an der Entladung theilnehmen, als dies bei schwach gekrümmten Elektroden und ohne Spitze stattfinden würde. So kann an Stelle der Büschelentladung die Glimmentladung treten, die, bei gleicher Elektricitätszufuhr, aus häufiger aufeinander folgenden Einzelentladungen besteht, als die Büschelentladung.

Wird die Luft verdünnt, so ist ohnehin die zur Einleitung einer Entladung erforderliche Elektricitätsmenge kleiner und die Anfangsgeschwindigkeit der Theilchen der Gasschicht geringer, so daſs auch hier die Metallentladung zurücktritt und die Glimmentladung sich leichter zeigt, als in verdichteter Luft. Namentlich wird dies hier eintreten, wenn die Elektricität der Elektrisirmaschine z. B. durch schnelleres Drehen der Scheibe so schnell zugeführt wird, daſs sich nach dem Fortheben des äuſseren Druckes bei einer ersten Entladung die Luft auf der Elektrode nicht wieder in voller Dichtigkeit anlagern kann, ehe die zu einer zweiten Entladung erforderliche Ladung erreicht ist. Dann erfolgt letztere bei geringerem Drucke, also mit geringerer Beschleunigung [1]).

Wir sind weit entfernt, die im Vorhergehenden benutzten Hypothesen als völlig begründet anzusehen oder auch nur die unter Annahme derselben gegebenen Erklärungen der verschiedenen Phänomene der Entladung für ganz genügend zu halten. Vielleicht dürfte es indeſs doch gelingen, durch weitere Verfolgung unserer verhältniſsmäſsig einfachen Hypothese eine einheitliche Theorie der Entladungserscheinungen zu entwickeln.

Wir haben uns darauf beschränkt, im Vorhergehenden die Entladungserscheinungen nur für den einfachsten Fall durchzuführen, wo die Elektricitäten in langsamem, gleichmäſsigem Strom den Elektroden zugeführt werden, und sind deſshalb noch nicht auf die Erscheinungen eingegangen, welche bei Entladung der Leydener Batterie durch verdünnte Gase, zwischen ungleich groſsen Elektroden u. s. f.

1) Vgl. Riess Reibungselektricität Bd. II. S. 138 f.

auftreten. Die Resultate von P. Riess[1]) über die Erwärmung des Schlieſsungskreises der Batterie unter diesen Bedingungen, die Beobachtungen von Feddersen[2]) über die magnetischen Wirkungen der Entladung bei Verzweigung derselben zwischen zwei entgegengesetzt gestellten elektrischen Ventilen stehen mit unsern Versuchen im engsten Zusammenhang. Bei der Betrachtung der Arbeits- und Wärmeverhältnisse der Entladung, die ebenso, wie die Mittheilung einiger, zum Theil schon vollendeter Versuche über den Durchgang der Elektricität durch Geissler'sche Röhren einer ferneren Abhandlung vorbehalten ist, dürfen vielleicht auch diese Verhältnisse näher zu besprechen sein.

III. *Ueber die durch die Aetherschwingungen erregten Mitschwingungen der Körpertheilchen und deren Rückwirkung auf die erstern, besonders zur Erklärung der Dispersion und ihrer Anomalien; von W. Sellmeier.*

I. Theil.

§. 1

Bisher pflegte man nur die Absorption des Lichts durch das Mitschwingen von Körpertheilchen zu erklären; die Refraction dagegen, oder vielmehr deren Ursache, nämlich die Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit, sah man noch immer als die Wirkung einer verschiedenen Beschaffenheit des Aethers an. Indem man setzte

$$u^2 = c\frac{E}{D},$$

1) Riess, Abhandlungen zu der Lehre von der Reibungselektricität. Berlin 1867.

2) Feddersen, Pogg. Ann. Bd. CXV. S. 336. 1862.

wo u die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes, E die Elasticität des Aethers, D seine Dichtigkeit und c eine Constante bedeuten, konnte man in Bezug auf die Beschaffenheit des Aethers folgende drei Fälle annehmen:

1) gleiche Elasticität und ungleiche Dichtigkeit,
2) gleiche Dichtigkeit und ungleiche Elasticität,
3) ungleiche Elasticität und ungleiche Dichtigkeit.

Die erste Annahme wurde von Fresnel, die zweite von Neumann ihren Reflexionstheorien zu Grunde gelegt. Beide gelangten zu gleichen Resultaten, jedoch so, daſs die Formeln, welche bei dem Einen sich auf das in der Einfallsebene schwingende Licht bezogen, bei dem Andern für das senkrecht zu derselben schwingende galten, und umgekehrt. Beider Resultate stimmten recht gut mit der Erfahrung überein, jedoch war hierzu nöthig, die Schwingungen bei Fresnel als senkrecht zur Einfallsebene, bei Neumann als derselben parallel anzunehmen.

Legt man die dritte Annahme zu Grunde, so gelangt man nach der von Fresnel und Neumann angewandten Methode zu Resultaten, welche nicht mit der Erfahrung im Einklang stehen. Demnach bleibt nur die Wahl zwischen den beiden ersten Annahmen.

Vergleicht man jedoch dieselben mit andern Erscheinungen, so stöſst man auch bei ihnen auf unlösbare Widersprüche.

Zunächst sieht man sofort ein, daſs die erste Annahme unvereinbar ist mit den Erscheinungen der Doppelbrechung. In einem homogenen Körper kann nämlich die Aetherdichtigkeit, d. h. die in demselben enthaltene Masse des Aethers, dividirt durch das Körper-Volumen, nur eine einzige seyn; mithin müſsten in jedem homogenen Körper alle Lichtstrahlen mit gleicher Geschwindigkeit sich fortpflanzen, während doch die Erfahrung lehrt, daſs in einem doppelbrechenden Mittel die Fortpflanzungsgeschwindigkeit alle zwischen zwei bestimmten Grenzen liegenden Werthe annimmt, wenn Richtung und Polarisation des Strahls sich ändern.

Nach der zweiten Annahme erklärt sich zwar diese Erscheinung sehr leicht; man braucht nur, wie es denn auch zu geschehen pflegt, anzunehmen, dafs der Aether in den doppeltbrechenden Körpern, dem besondern innern Bau derselben entsprechend, besonders konstituirt sei, um dadurch das Resultat zu erzielen, dafs derselbe nach den verschiedenen Richtungen ungleiche Elasticität besitze.

Aber diese zweite Annahme steht wiederum mit andern Erscheinungen in Widerspruch.

Die Gesetze der Aberration beweisen, dafs die im Raume fortschreitenden Körper den vor ihnen auf ihrem Wege befindlichen Aether nicht verdrängen, sondern ihn ohne merklichen Widerstand durch sich hindurchgehen lassen. Man kann nun fragen: Wie ist es möglich, dafs der Aether, während er einen doppeltbrechenden Körper relativ durchfliefst, und während also seine Theilchen ihre Lage zu denen des letztern fortwährend ändern müssen, seine besondere, dem innern Bau des Körpers entsprechende und die Erscheinungen der Doppelbrechung bedingende Konstitution bewahren könne?

Ferner lehrt die Erfahrung, und direkte Versuche theils von Arago, theils von Babinet haben es zuerst dargethan, dafs bei einfachbrechenden Körpern sowohl die Gesetze der Zurückwerfung und Brechung der Lichtstrahlen in Bezug auf deren relative Richtungen, als auch die Erscheinungen der Interferenz des Lichts von der Bewegung der Erde nicht beeinflufst werden. Dies in Verbindung mit der eben erwähnten Folgerung aus der Aberration führt zu dem Schlusse, dafs die absolute Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts in einem fortschreitenden Körper, wenn v' die nach der Richtung des Strahls gemessene Geschwindigkeit dieser Fortschreitung und n den Brechungsexponenten bedeuten, um den Werth $\frac{n^2-1}{n^2} v'$ algebraisch vermehrt ist. Dieser Schlufs, welcher durch Fizeau eine glänzende experimentelle Bestätigung erhalten hat, macht die Annahme nothwendig, dafs in den Körpern Etwas,

was ihnen angehört und mit ihnen im Raume fortschreitet, an den Schwingungen des sie durchfließsenden Aethers theilnimmt, so daſs in ihnen die Masse des Schwingenden vergröſsert ist, was offenbar einer vergröſserten Dichtigkeit des Aethers gleichkommt. Dieses Resultat entspricht also wohl der ersten der obigen drei Annahmen, widerstreitet aber der zweiten.

Endlich ist noch zu erwähnen, daſs die Reflexionstheorie von Cauchy, welche nur auf dem Prinzip der Kontinuität der Bewegung des Aethers beruht, und deren besondere Resultate (in Bezug auf isotrope transparente Mittel) durch Versuche von Jamin im Wesentlichen bestätigt wurden, in ihren Endformeln, und zwar in Bezug auf das senkrecht zur Einfallsebene schwingende Licht vollkommen, in Bezug auf das derselben parallel schwingende nahezu mit den Formeln von Fresnel übereinstimmt. Sie harmonirt also ebenfalls wohl mit der ersten Annahme, ist aber mit der zweiten unverträglich.

Demnach steht in Widerspruch:

die erste Annahme mit der Doppelbrechung,

die zweite mit den Folgerungen aus der Aberration; mit denen aus der Unabhängigkeit der Brechung und Interferenz des Lichts von der Fortschreitung des Beobachtungsortes, und mit denen aus dem von Cauchy angewandten Prinzip der Kontinuität der Aetherbewegung,

die dritte mit den Intensitätsgesetzen des reflektirten Lichts.

Keine einzige der drei Annahmen steht gerechtfertigt vor dem Richterstuhl der Erfahrung. Muſs man nicht hieraus schlieſsen, daſs die ihnen zu Grunde liegende Voraussetzung, die Ungleichheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit sei blos die Wirkung einer verschiedenen Beschaffenheit des Aethers, eine irrthümliche sei?

Nach Fresnel's Ansicht ist Dasjenige, was in den Körpern an den Schwingungen des sie durchflieſsenden Aethers theilnimmt, ebenfalls Aether, der aber an die ponderable Materie gebunden ist und die Elasticität des erstern

nicht vermehrt. Demnach gäbe es zweierlei Aether ovn ganz entgegengesetzten Eigenschaften: der eine alle Körper frei durchfließend und überall gleich dicht und gleich elastisch, der andere an die Körpertheilchen gebunden, von verschiedener Dichte und ohne Elasticität.

Ist es nicht viel einfacher und natürlicher, den gebundenen Aether ganz fallen zu lassen, und die Rolle, welche er in der Lichtbewegung zu spielen hatte, den Körpertheilchen selbst zuzuweisen?

Die Rolle des gebundenen Aethers bestand bloß darin, die durch die elastische Kraft des freien Aethers zu bewältigende Masse zu vermehren. Bezeichnet D die Dichtigkeit des gebundenen, D' die des freien Aethers, so war nach dieser Ansicht

$$u^2 = c\frac{E}{D+D'},$$

und im körperleeren Raume

$$u'^2 = c\frac{E}{D'},$$

also

$$\frac{u'^2}{u^2} = n^2 = \frac{D+D'}{D'},$$

mithin

$$n^2 - 1 = \frac{D}{D'},$$

d. h. die brechende Kraft war nach dieser Ansicht das Verhältniß der Dichtigkeit des gebundenen Aethers zu der des freien.

Wollte man nun, für den gebundenen Aether die Körpertheilchen substituirend, unter D in der vorstehenden Gleichung die Dichtigkeit der ponderabeln Materie verstehen, so würde man für das Verhältniß $\frac{D}{D'}$ ganz unannehmbare Werthe erhalten; man würde z. B. finden, daß der Aether dichter sei, als das Wasser.

Um dieser Ungereimtheit zu entgehen, ist die Annahme nothwendig, *daß die Körpertheilchen in sehr viel kleinern Amplituden schwingen, als der Aether.* Dann tritt an die

Stelle der Dichtigkeit in der letzten Gleichung die lebendige Kraft, so dafs

die brechende Kraft ausgedrückt wird durch das Verhältnifs der Summe der lebendigen Kräfte der Körpertheilchen zur lebendigen Kraft des Aethers in demselben Raume.

Durch diese Ungleichheit der Schwingungs-Amplituden wird nun auch dem Widerspruch vorgebeugt, in welchem Fresnel's Ansicht mit der Doppelbrechung steht; die letztere erklärt sich nämlich sehr einfach durch die an sich natürliche Annahme, dafs in doppeltbrechenden Körpern das Amplitudenverhältnifs zwischen Körpertheilchen und Aether, also auch das Verhältnifs der lebendigen Kräfte, je nach der Richtung der Schwingungen verschieden sey.

Es ist übrigens einleuchtend, dafs durch diese Substitution der Körpertheilchen an Stelle des gebundenen Aethers die Resultate der Reflexionstheorien von Fresnel und Cauchy nicht beeinflufst werden, dafs aber damit unvereinbar ist diejenige von Neumann, sowie alle Theorien, welche die Erscheinungen der Doppelbrechung aus der Vorstellung einer besondern Anordnung der Aethertheilchen in den doppeltbrechenden Körpern herleiten.

Um indefs die Allgemeinheit der nachfolgenden Betrachtungen nicht zu beeinträchtigen, möge die Frage, ob in den Körpern ein an sie gebundener Aether vorhanden sey, als unentschieden angesehen werden; wir wollen nämlich diese Frage dadurch umgehen, dafs wir unter Körpertheilchen alle solche Theilchen verstehen, welche in dem Körper dauernd ihre Stelle haben und mit demselben im Raume fortschreiten, mögen sie der ponderabeln Materie selbst oder einem an sie gebundenen imponderabeln Stoffe angehören, während unter Aethertheilchen nur die Theilchen des freien, überall gleich dichten und gleich elastischen Aethers verstanden werden sollen.

§. 2

In dem besondern Falle, daſs die den Körpertheilchen eigenthümliche Schwingungsdauer mit der Dauer der Lichtschwingungungen übereinstimmt, ist man, wie schon bemerkt, bereits gewohnt sich vorzustellen, daſs der Lichtstrahl die Körpertheilchen, wie ein Ton die gleichgestimmten Saiten, in Mitschwingungen versetze, und daſs hierdurch die Absorption des Lichts verursacht werde. Es ist aber leicht einzusehen, daſs nicht bloſs in diesem besonderen Falle, sondern daſs überhaupt die Theilchen eines Körpers nicht in Ruhe bleiben können, wenn derselbe von einem Lichtstrahl durchdrungen wird. Da nämlich Körper- und Aethertheilchen auf einander wirken, wie ja das veränderte Verhalten des Lichts in den ponderabeln Mitteln es genugsam beweist, so hängt der Gleichgewichtszustand eines Körpertheilchens nicht bloſs von den andern Körpertheilchen ab, sondern auch von den benachbarten Theilchen des Aethers. Wenn also die letztern in Folge eines Lichtstrahls aus ihrer Gleichgewichtslage verschoben sind, so kann auch das Körpertheilchen nicht mehr im Gleichgewichtszustande sich befinden, und dasselbe muſs daher in Bewegung gerathen.

Indem wir es zu unserer Aufgabe machen, diese durch einen Lichtstrahl hervorgerufene Bewegung der Körpertheilchen und ihre Rückwirkung auf die Aetherschwingungen einer theoretischen Untersuchung zu unterwerfen, und indem wir dabei der gewohnten Vorstellung folgen, daſs die Lichtschwingungen aus transversalen Verschiebungen des Aethers bestehen, tritt uns der Umstand, daſs jeder Körper in Folge seiner Fortschreitung im Raume von dem Aether relativ durchflossen wird, und daſs daher die Theilchen des letztern ihre Lage zu denen des erstern fortwährend ändern, so störend und die Aufgabe so erschwerend entgegen, daſs es als zweckmäſsig erscheint, vorläufig von diesem Umstande ganz abzusehen und ihm erst später die nöthige Berücksichtigung zu Theil werden

zu lassen. Wir setzen also für jetzt den Aether in den Körpern als relativ ruhend voraus.

Man denke sich nun die Aethertheilchen so verschoben, wie es in einem Lichtstrahl in einem bestimmten Momente der Fall ist, und sie dann in dieser Lage festgehalten. In diesem Falle werden also die Körpertheilchen, weil deren Gleichgewichtszustand dadurch aufgehoben ist, ebenfalls in Bewegung gerathen, bis sie schliefslich an einem Orte zur Ruhe kommen, welcher von ihrem anfänglichen mehr oder weniger entfernt ist, und in welchem sie *nun* im Gleichgewichtszustande sich befinden; d. h. *durch die Verschiebung der Aethertheilchen sind auch die Gleichgewichtsörter der Körpertheilchen mehr oder weniger verschoben.*

Sind dann die Aethertheilchen, wie es in dem um eine halbe Schwingungsdauer spätern Momente der Fall ist, nach der entgegengesetzten Richtung verschoben, so ist dasselbe auch mit den Gleichgewichtsörtern der Körpertheilchen der Fall, und daraus folgt:

In einem Körper sind die Schwingungen des Aethers stets verbunden mit gleichzeitigen Schwingungen der momentanen Gleichgewichtsörter der Körpertheilchen.

Hiermit ist das *leitende Prinzip* ausgesprochen, welches wir unsern Betrachtungen zu Grunde legen.

Damit nun die Körpertheilchen, wie es die Reflexionstheorie erfordert, blofs die Rolle eines von dem Aether mitzubewegenden Balastes spielen, müfsten sie, streng genommen, sich stets in ihrem momentanen Gleichgewichtsorte befinden; denn in diesem Falle würden sie für sich selbst kein Bestreben haben, sich nach ihrem *Ruheorte,* d. h. ihrem anfänglichen oder Hauptgleichgewichtsorte zurück zu bewegen, und die elastische Kraft des Aethers, welche die Aethertheilchen nach deren Ruheorte treibt, würde aufser diesen auch noch die Körpertheilchen zu bewegen haben. Insofern indefs die letztern nur als unter dem Einflufs von Kräften stehend, sonst aber als frei betrachtet werden müssen, ist es allerdings nicht möglich,

dafs sie sich fortwährend in ihrem momentanen Gleichgewichtsorte befinden; wenn aber die Kraft, welche sie nach demselben hintreibt, sehr grofs ist, so können sie ihm fortwährend so nahe sein, dafs die erwähnte Bedingung dennoch in solchem Grade erfüllt ist, als die Uebereinstimmung mit der Erfahrung es erfordert.

§. 3.

Wir müssen nun zuvörderst die Kraft näher betrachten, welche ein Körpertheilchen nach seinem momentanen Gleichgewichtsorte (d. h. also nach demjenigen Orte, wo dasselbe im Gleichgewichtszustande seyn würde, wenn alle anderen Theilchen sich an dem Orte befinden, den sie in dem betrachteten Momente gerade einnehmen) hintreibt. Wir wollen hierbei sowohl die Körper- als auch die Aethertheilchen als mit Masse begabte Punkte voraussetzen, welche nur durch Anziehungs- oder Abstofsungskräfte aufeinander wirken.

Es sey m' die Masse des betrachteten Körpertheilchens, m die eines anderen Körper- oder Aethertheilchens. Der Ruheort von m' werde zum Anfangspunkte der Coordinaten genommen, und x, y, z seyen die Coordinaten des Ruheortes von m, r der Abstand zwischen beiden Ruheörtern. Es seyen ferner m' und m verschoben, und ξ', η', ζ' seyen die Verschiebungen von m' nach den Coordinatenrichtungen, sowie ξ, η, ζ die von m, und $r + \Delta r$ sey der Abstand zwischen m' und m. Endlich sey $m'mf_{(r+\Delta r)}$ die Kraft, welche m' in der Richtung nach m zu bewegen strebt, so dafs $f_{(r+\Delta r)}$ nur als Funktion des Abstandes $r + \Delta r$ betrachtet wird und negativ zu nehmen ist, wenn die Kraft eine abstofsende ist. Uebrigens braucht diese Funktion nicht überall dieselbe zu seyn; sie kann z. B. zwischen einem Körper- und einem Aethertheilchen eine ganz andere seyn, als zwischen zwei Körpertheilchen, ohne dafs dadurch der Gültigkeit der nachstehenden Folgerungen Abbruch geschieht. Nun sind

$$\frac{x+\xi-\xi'}{r+\Delta r},\quad \frac{y+\eta-\eta'}{r+\Delta r},\quad \frac{z+\zeta-\zeta'}{r+\Delta r}$$

die Cosinus der Winkel, welche die Richtung der Kraft $m'mf_{(r+\Delta r)}$ mit den drei Coordinatenaxen einschliefst, und mit denen eben diese Kraft zu multipliciren ist, um die drei Seitenkräfte zu erhalten. Bezieht sich also das Summenzeichen Σ auf alle Aether- und Körpertheilchen, welche auf m' noch merklich wirken, und bezeichnet man mit $m'X$, $m'Y$, $m'Z$ die Summen der Componenten aller dieser Kräfte, so hat man, wenn man der Kürze halber

$$\xi-\xi'=\Delta\xi,\quad \eta-\eta'=\Delta\eta,\quad \zeta-\zeta'=\Delta\zeta$$

setzt, folgende Gleichungen:

$$X=\Sigma mf_{(r+\Delta r)}\frac{x+\Delta\xi}{r+\Delta r},$$

$$Y=\Sigma mf_{(r+\Delta r)}\frac{y+\Delta\eta}{r+\Delta r},$$

$$Z=\Sigma mf_{(r+\Delta r)}\frac{z+\Delta\zeta}{r+\Delta r}.$$

Wir nehmen an, *dafs die Verschiebungen so klein seyen im Vergleich zu den Abständen, dafs die Quadrate und Produkte jener vernachlässigt werden können.* Diese Voraussetzung gestattet folgende Gleichungen:

$$f_{(r+\Delta r)}=f_r+\frac{\partial f_r}{\partial r}\Delta r,$$

$$\frac{x+\Delta\xi}{r+\Delta r}=\frac{x}{r}+\frac{\Delta\xi}{r}-\frac{x\Delta r}{r^2},$$

$$\frac{y+\Delta\eta}{r+\Delta r}=\frac{y}{r}+\frac{\Delta\eta}{r}-\frac{y\Delta r}{r^2},$$

$$\frac{z+\Delta r}{r+\Delta r}=\frac{z}{r}+\frac{\Delta\zeta}{r}-\frac{z\Delta r}{r^2}.$$

Der Werth von Δr ergiebt sich aus den beiden Gleichungen

$$(r+\Delta r)^2=(x+\Delta\xi)^2+(y+\Delta\eta)^2+(z+\Delta\xi)^2,$$
$$r^2=x^2+y^2+z^2,$$

nämlich

$$\Delta r=\frac{x\Delta\xi}{r}+\frac{y\Delta\eta}{r}+\frac{z\Delta\zeta}{r}.$$

Beachtet man noch, dafs, wenn sämmtliche Verschiebungen Null sind, m' im Zustande des Gleichgewichts sich befindet, dafs mithin

$$\Sigma m f_r \frac{x}{r} = 0, \quad \Sigma m f_r \frac{y}{r} = 0, \quad \Sigma m f_r \frac{z}{r} = 0$$

ist, und setzt kürzehalber

$$m \frac{f_r}{r} = \varphi, \qquad \frac{m\left(\frac{\partial f_r}{\partial r} - \frac{f_r}{r}\right)}{r^2} = \varphi',$$

so erhält man schliefslich die Gleichungen

$$(A) \left\{ \begin{aligned} X &= \Sigma(\varphi + \varphi' x^2)\, \Delta\xi + \Sigma\varphi' xy\, \Delta\eta + \Sigma\varphi' xz\, \Delta\zeta; \\ Y &= \Sigma(\varphi + \varphi' y^2)\, \Delta\eta + \Sigma\varphi' xy\, \Delta\xi + \Sigma\varphi' yz\, \Delta\zeta; \\ Z &= \Sigma(\varphi + \varphi' z^2)\, \Delta\zeta + \Sigma\varphi' xz\, \Delta\xi + \Sigma\varphi' yz\, \Delta\eta \end{aligned} \right.$$ [1].

Wir wollen nun zuerst annehmen, es sey blofs das Theilchen m' verschoben, während alle anderen als an ihrem Ruheorte festgehalten gedacht werden. In diesem Falle ist

$$\Delta\xi = -\xi', \quad \Delta\eta = -\eta', \quad \Delta\zeta = -\zeta',$$

und die Gleichungen (A) gehen daher in folgende über:

$$(B) \left\{ \begin{aligned} -X &= \xi' \Sigma(\varphi + \varphi' x^2) + \eta' \Sigma\varphi' xy + \zeta' \Sigma\varphi' xz; \\ -Y &= \eta' \Sigma(\varphi + \varphi' y^2) + \xi' \Sigma\varphi' xy + \zeta' \Sigma\varphi' yz; \\ -Z &= \zeta' \Sigma(\varphi + \varphi' z^2) + \xi' \Sigma\varphi' xz + \eta' \Sigma\varphi' yz. \end{aligned} \right.$$

Die Werthe der durch das Zeichen Σ angeführten Summen hangen von der Lage des Coordinatensystems ab. Verlegt man dieses mit Beibehaltung des Anfangspunktes, und zwar zunächst blofs durch Drehung um die Axe der z, und bezeichnet man den Drehungswinkel mit α, und die Werthe von x und y in der Anfangslage mit x' und y', so ist in den Ausdrücken

$$\Sigma(\varphi + \varphi' x^2), \quad \Sigma(\varphi + \varphi' y^2), \quad \Sigma\varphi' xy$$

zu setzen

$$x = x' \cos\alpha - y' \sin\alpha, \quad y = x' \sin\alpha + y' \cos\alpha.$$

Führt man diese Substitution aus und differentiirt die ersten beiden Ausdrücke nach α, so erhält man

$$\frac{\partial \Sigma(\varphi + \varphi' x^2)}{\partial \alpha} = -\frac{\partial \Sigma(\varphi + \varphi' y^2)}{\partial \alpha} = -2\Sigma\varphi' xy,$$

1) Die Herleitung der Gleichungen (A) ist dieselbe, wie in Beer's „Einleitung in die höhere Optik.“

das heifst, wenn $\Sigma(\varphi+\varphi' x^2)$ im Maximum ist, so ist $\Sigma(\varphi+\varphi' y)$ im Minimum und $\Sigma\varphi' xy = 0$. Legt man nun die Axe der x so, dafs der Werth von $\Sigma(\varphi+\varphi' x^2)$ gröfser ist, als bei jeder anderen Lage dieser Axe, und dreht dann das Coordinatensystem um dieselbe Axe, bis $\Sigma(\varphi+\varphi' y^2)$ im Maximum ist, so ist, wie man leicht einsieht, der Werth von $\Sigma(\varphi+\varphi' z^2)$ kleiner als bei jeder anderen Lage des Systems, und es finden die Gleichungen statt:

$$\Sigma\varphi' xy = 0, \quad \Sigma\varphi' xz = 0, \quad \Sigma\varphi' yz = 0.$$

Indem wir nun diese vortheilhafteste Lage des Coordinatensystems zu Grunde legen und der Kürze halber

$$k' = \Sigma(\varphi+\varphi' x^2), \quad k'' = \Sigma(\varphi+\varphi' y^2), \quad k''' = \Sigma(\varphi+\varphi' z^2)$$

setzen, gehen also die Gleichungen (B) in folgende über:

$$(B') \quad X = -k'\xi', \quad Y = -k''\eta', \quad Z = -k'''\zeta'.$$

Drückt man die einer beliebigen Verschiebung ϱ parallel gemessene Kraft R durch die Gleichung

$$R = -k\varrho$$

aus, und bezeichnet die Winkel zwischen ϱ und den Coordinatenaxen mit α', α'', α''', so hat man wegen

$$R = X\cos\alpha' + Y\cos\alpha'' + Z\cos\alpha''',$$

$$\xi' = \varrho\cos\alpha', \quad \eta' = \varrho\cos\alpha'', \quad \zeta' = \varrho\cos\alpha'''$$

folgende Gleichung für den Werth von k:

$$k = k'\cos^2\alpha' + k''\cos^2\alpha'' + k'''\cos^2\alpha'''.$$

Es ist indefs unnöthig, die, übrigens nahe liegenden Consequenten noch weiter zu verfolgen.

Die Gleichungen (B') drücken folgenden Satz aus:

Für jedes Körpertheilchen giebt es drei senkrecht auf einander stehende Axen von solcher Beschaffenheit, dafs, wenn das Theilchen für sich allein irgend wie verschoben ist, jede einer dieser Axen parallele Kraft-Componente blofs von der derselben Axe parallelen Verschiebungscomponente abhängt und ihr proportional ist.

Wenn also das in irgend welcher Richtung verschobene Körpertheilchen frei gelassen wird, während alle anderen Theilchen als an ihrem Ruheort verharrend ge-

dacht werden, so sind seine Bewegungen parallel jeder der Axen ganz unabhängig von denen, welche den anderen beiden Axen parallel sind. Diese Bewegungen müssen, da der Gleichgewichtszustand des Theilchens jedenfalls ein stabiler ist und daher k', k'', k''' positive Gröfsen sind, in Schwingungen bestehen. Setzt man

$$k' = \frac{4\pi^2}{\delta'^2}, \quad k'' = \frac{4\pi^2}{\delta''^2}, \quad k''' = \frac{4\pi^2}{\delta'''^2},$$

so sind δ', δ'', δ''' die drei Schwingungsdauern, mit welchen das Körpertheilchen parallel den drei Axen um seine Gleichgewichtslage oscilliren würde, wenn alle anderen Theilchen unbeweglich wären.

Wir wollen diese drei Axen *die Schwingungsaxen* des Körpertheilchens, und die Schwingungsdauern, welche stattfinden würden, *wenn das Theilchen allein schwänge und alle andern unbeweglich wären*, seine *eigenthümlichen* Schwingungsdauern nennen.

Wir nehmen jetzt weiter an, dafs nicht blofs das Theilchen m', sondern auch die andern Körper- und Aethertheilchen irgend wie, und zwar jedes beliebig, verschoben seyen. Dann fällt der Gleichgewichtsort von m' im Allgemeinen nicht mehr mit dem Ruheorte zusammen, sondern ist ebenfalls verschoben. Bezeichnet man die Verschiebungen desselben mit ξ'_0, η'_0, ζ'_0, während ξ', η', ζ' die Verschiebungen des Theilchens m' selbst sind, so kann man setzen

$$\begin{aligned}
\Delta\xi &= (\xi - \xi'_0) - (\xi' - \xi'_0), \\
\Delta\eta &= (\eta - \eta'_0) - (\eta' - \eta'_0), \\
\Delta\zeta &= (\zeta - \zeta'_0) - (\zeta' - \zeta'_0),
\end{aligned}$$

und die Gleichungen (A) also wie folgt schreiben:

$$X = \left\{ \begin{array}{l} \Sigma(\varphi + \varphi' x^2)(\xi - \xi'_0) + \Sigma \varphi' xy (\eta - \eta'_0) + \Sigma \varphi' xz (\zeta - \zeta'_0) \\ - [(\xi' - \xi'_0) \Sigma(\varphi + \varphi' x^2) + (\eta' - \eta'_0) \Sigma \varphi' xy + (\zeta' - \zeta'_0) \Sigma \varphi' xz] \end{array} \right\},$$

$$Y = \left\{ \begin{array}{l} \Sigma(\varphi + \varphi' y^2)(\eta - \eta'_0) + \Sigma \varphi' xy (\xi - \xi'_0) + \Sigma \varphi' yz (\zeta - \zeta'_0) \\ - [(\eta' - \eta'_0) \Sigma(\varphi + \varphi' y^2) + (\xi' - \xi'_0) \Sigma \varphi' xy + (\zeta' - \zeta'_0) \varphi' yz) \end{array} \right\},$$

$$Z = \left\{ \begin{array}{l} \Sigma(\varphi + \varphi' z^2)(\zeta - \zeta'_0) + \Sigma \varphi' xz (\xi - \xi'_0) + \Sigma \varphi' yz (\eta - \eta'_0) \\ - [(\zeta' - \zeta'_0) \Sigma(\varphi + \varphi' z^2) + (\xi' - \xi'_0) \Sigma \varphi' xz + (\eta' - \eta'_0) \Sigma \varphi' yz \end{array} \right\}.$$

Setzt man in diesen Gleichungen

$$\xi' = \xi'_0, \quad \eta' = \eta'_0, \quad \zeta' = \zeta'_0,$$

so fallen die unteren Reihen auf der rechten Seite der Gleichungen aus; da aber in diesem Falle das Theilchen m' in seinem momentanen Gleichgewichtsorte sich befindet, so ist

$$X = Y = Z = 0;$$

folglich sind auch die oberen Reihen auf der rechten Seite gleich Null. Die Werthe dieser letztern Reihen hangen aber, wie man sieht, nicht von den Verschiebungen des Theilchens m' ab, sondern bloſs von denen der anderen Theilchen, durch welche ja auch die Verschiebungen ξ'_0, η'_0, ζ'_0 des Gleichgewichtsortes von m' bestimmt sind; mithin sind diese Reihen überhaupt gleich Null, welche Werthe ξ', η' und ζ' auch haben mögen. Demzufolge reduciren sich jene Gleichungen auf folgende:

$$\begin{array}{l} -X = (\xi' - \xi'_0) \Sigma(\varphi + \varphi' x^2) + (\eta' - \eta'_0) \Sigma \varphi' xy + (\zeta' - \zeta'_0) \Sigma \varphi' xz, \\ -Y = (\eta' - \eta'_0) \Sigma(\varphi + \varphi' y^2) + (\xi' - \xi'_0) \Sigma \varphi' xy + (\xi' - \xi'_0) \Sigma \varphi' yz, \\ -Z = (\zeta' - \zeta'_0) \Sigma(\varphi + \varphi' z^2) + (\xi' - \xi'_0) \Sigma \varphi' xz + (\eta' - \eta'_0) \Sigma \varphi' yz. \end{array}$$

Hier sind $(\xi' - \xi'_0)$, $(\eta' - \eta'_0)$, $(\zeta' - \zeta'_0)$ offenbar die Verschiebungen des Theilchens m', *angefangen von dem momentanen Gleichgewichtsorte desselben*, und man sieht daher, daſs die vorstehenden Gleichungen in Bezug auf den verschobenen Gleichgewichtsort vollkommen übereinstimmen mit den Gleichungen (B) in Bezug auf den unverschobenen; sie führen daher auch zu denselben Resultaten. Somit haben wir folgenden Satz:

Sowohl die Richtungen der Schwingungsaxen eines Körpertheilchens, als auch seine eigenthümlichen Schwingungsdauern sind von den (sehr kleinen) Verschiebungen der andern Körper- und Aethertheilchen, sowie von der dadurch bestimmten Lage des momentanen Gleichgewichtsortes jenes Körpertheilchens unabhängig.

Läſst man also die Coordinatenaxen mit den Schwingungsaxen eines Körpertheilchens zusammenfallen, so lassen sich die auf dasselbe wirkenden beschleunigenden Kräfte X, Y, Z durch folgende Gleichungen ausdrücken:

$$(C) \quad \left\{ \begin{aligned} X &= -\frac{4\pi^2}{\delta^2}(\xi - \xi_0), \\ Y &= -\frac{4\pi^2}{\delta'^2}(\eta - \eta_0), \\ Z &= -\frac{4\pi^2}{\delta''^2}(\zeta - \zeta_0), \end{aligned} \right.$$

wo ξ, η, ζ die Verschiebungen des Körpertheilchens, ξ_0, η_0, ζ_0 die seines momentanen Gleichgewichtsortes, und δ, δ', δ'' seine eigenthümlichen Schwingungsdauern bedeuten.

§. 4.

Um nun die Gleichungen für die Bewegung eines Körpertheilchens m herzustellen, dessen Gleichgewichtsort selbst in Schwingungen sich befindet, lassen wir die Coordinatenaxen mit den Schwingungsaxen von m zusammenfallen; wir brauchen dann nur die Bewegung in der Richtung der x in Betracht zu ziehen, da dieselbe von den ähnlichen Bewegungen in den Richtungen der y und der z unabhängig ist.

Nehmen wir im Voraus an, daſs die Bewegung des Gleichgewichtsortes von m in der Richtung der x dargestellt werde durch eine Gleichung von der Form

$$(1) \qquad \xi_0 = a_0 \sin 2\pi \frac{t+\alpha}{\tau},$$

wo ξ_0 die Verschiebung, a_0 die Schwingungsamplitude und τ die Schwingungsdauer des Gleichgewichtsortes, t die Zeit und α eine die Phase bestimmende Constante bedeuten, so brauchen wir nur diesen Werth von ξ_0 in die erste der Gleichungen (C) zu setzen und $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ für X zu schreiben, um sofort die Differentialgleichung

$$(2) \qquad \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\frac{4\pi^2}{\delta^2}\left(\xi - a_0 \sin 2\pi \frac{t+\alpha}{\tau}\right)$$

zu erhalten. Derselben entspricht das Integral

$$(3) \qquad \xi = \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a_0 \sin 2\pi \frac{t+\alpha}{\tau} + b \sin 2\pi \frac{t+\beta}{\delta},$$

wo ξ die Verschiebung des Körpertheilchens und δ die eigenthümliche Schwingungsdauer desselben bezeichnen, und wo b und β die beiden willkürlichen Constanten sind.

Wenn die Schwingungsdauer τ des Gleichgewichtsortes mit der eigenthümlichen Oscillationsdauer δ des Körpertheilchens übereinstimmt, so ist das vorstehende Integral unbrauchbar, da die Verschiebung ξ nicht unendlich groſs werden kann. In diesem Falle entspricht der Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\frac{4\pi^2}{\delta^2}\left(\xi - a_0 \sin 2\pi \frac{t+\alpha}{\delta}\right)$$

folgendes Integral:

$$(4) \qquad \xi = -\pi \frac{t}{\delta} a_0 \cos 2\pi \frac{t+\alpha}{\delta} + b \sin 2\pi \frac{t+\beta}{\delta}$$

wo wiederum b und β die willkürlichen Constanten sind.

In beiden Fällen ist also die Schwingungsbewegung des Körpertheilchens in der Richtung der x eine doppelte. Die durch das erste Glied auf der rechten Seite der Gleichungen (3) und (4) dargestellten Schwingungen sind ganz unabhängig von dem Anfangszustande; sie müssen daher

stets vorhanden seyn, wenn der Gleichgewichtsort des Körpertheilchens in der durch die Gleichung (1) angezeigten Weise oscillirt, und man kann sie daher *wesentliche* Schwingungen nennen. Das letzte Glied in beiden Gleichungen stellt dagegen Schwingungen dar, welche nach Amplitüde und Phase vom Anfangszustande abhangen, daher sehr verschieden seyn und auch ganz fehlen können; wir wollen sie deſshalb *unwesentiche* Schwingungen des Körpertheilchens nennen.

Wir müssen jetzt sehen, ob durch das Licht Bewegungen der Gleichgewichtsörter der Körpertheilchen von der Form der Gleichung (1) erzeugt werden, und welche Beziehung besteht zwischen deren Schwingungsdauer und Phase zur Schwingungsdauer und Phase der Lichtschwingungen.

Die Verschiebung des Gleichgewichtsortes eines Körpertheilchens m wird bewirkt einestheils durch die Verschiebungen der dem letztern benachbarten Aethertheilchen, anderntheils durch die der andern Körpertheilchen. In Bezug auf die erstern machen wir die durch die auſserordentliche Spannung des Aethers wohl gerechtfertigte Annahme, *daſs durch die Wirkung eines Körpertheilchens die Lage der ihm benachbarten Aethertheilchen zu den anderen Aethertheilchen nicht merklich geändert werde,* so daſs diejenigen Theilchen des Aethers, welche ihre Ruhelage in einer dem Lichtstrahl parallelen geraden Linie haben, während der Lichtbewegung nicht merklich von einer Sinusoide abweichen, so verschieden auch ihre Lage zu den Körpertheilchen seyn möge. Unter dieser Voraussetzung läſst sich, wie sich auch das Theilchen m bewegen möge, die Bewegung der demselben benachbarten Aethertheilchen in einem linear polarisirten Lichtstrahl ausdrücken durch die Gleichung

$$\varrho' = a' \sin 2\pi \frac{t + \alpha'}{\tau},$$

wo ϱ' die Verschiebung, a' die Amplitude und τ' die Schwingungsdauer des Aethers bedeuten.

Um nun zunächst den Einfluſs der Aetherverschiebung auf die Lage des Gleichgewichtsortes von m zu betrachten, denken wir uns die andern Körpertheilchen als in ihrer Ruhelage verharrend. Man kann sich nun zuerst den Aether, sodann die Körpertheilchen als ganz unwirksam (oder gar nicht vorhanden) denken; im ersten Falle wird der Gleichgewichtsort von m bloſs durch die anderen Körpertheilchen, im zweiten bloſs durch den Aether bestimmt; im ersten Falle befinde er sich in einem Punkte A, im zweiten in einem anderen Punkte B, wenn die Aethertheilchen in ihrer Ruhelage sind, dagegen in B', wenn sie verschoben sind. Unter beiderseitigem Einflusse befinde sich der Gleichgewichtsort von m bei ruhendem Aether in C, bei verschobenem in C'. Daraus folgt zunächst, daſs C in der geraden Linie AB, und C' in der Geraden AB' liegen muſs. Da es wohl keinem Zweifel unterliegt, daſs in jedem dieser Fälle der Gleichgewichtszustand ein stabiler ist, so muſs das Theilchen m, wenn es auſserhalb seines Gleichgewichtsortes sich befindet, nach demselben hinstreben. Bei ruhendem Aether strebe dasselbe von C aus mit der Kraft $m . k . CA$ dem Punkte A, und mit der Kraft $m . k_1 . CB$ dem Punkte B zu; bei verschobenem Aether seyen es die Kräfte $m . k' . C'A$ und $m . k'_1 . C'B'$, mit welchem das Theilchen m von C' aus den Punkten A und B' zustrebt. Da nun C und C' die resultirenden Gleichgewichtsörter sind, so müssen die Proportionen stattfinden:

$$CA : CB = k_1 : k,$$
$$C'A : C'B' = k_1' : k'.$$

Die Werthe von k und k', sowie die von k_1 und k'_1 müssen als möglicherweise von einander verschieden angesehen werden, weil die Kraftrichtungen CA und $C'A$, sowie CB und $C'B'$ von einander abweichen. Wären auſser dem Theilchen m keine andern Körpertheilchen vorhanden, so müſste dasselbe, um im Zustande des Gleichgewichts zu bleiben, immer dieselbe Lage zu den benachbarten Aethertheilchen behalten, d. h. sein Gleichgewichtsort und der Aether

würden stets in gleicher Richtung und um gleiche Gröfse verschoben sein. Demnach wird im vorliegenden Falle die Verschiebung des Aethers nach Richtung und Gröfse durch die Linie BB' dargestellt. Wir haben aber bereits im vorigen Paragraphen die Voraussetzung zu Grunde gelegt, dafs die Verschiebungen der Aether- und Körpertheilchen sehr klein seyen im Vergleich zu den Abständen derselben. Da nun die Linie AB als von der Ordnung dieser Abstände anzusehen ist, so mufs man annehmen, dafs BB' im Allgemeinen sehr klein sey gegen AB, und dafs daher die Richtungen AB und AB' nur sehr wenig von einander abweichen. Man darf daher ohne merklichen Fehler $k = k'$ und $k_1 = k'_1$ setzen. Hiermit folgt aus obigen beiden Proportionen, dafs die Linien CC' und BB' einander parallel und proportional sind, d. h. *die durch den Aether allein bewirkte Verschiebung des Gleichgewichtsortes von m erfolgt mit der Aetherverschiebung in gleicher Richtung und ist derselben proportional.* Demnach sind nun auch die den Schwingungsaxen von m parallelen Componenten dieser Verschiebung des Gleichgewichtsortes, nämlich die Gröfsen ξ_0, η_0, ζ_0, proportional der Aetherverschiebung, und man hann daher setzen

$$\xi_0 = c\varrho' = c a' \sin 2\pi \frac{t+\alpha'}{\tau},$$

unter c eine Constante verstanden. Wenn also die Körpertheilchen unbeweglich wären, so wäre die Gleichung (1) in der That erfüllt.

Denken wir uns nun die Körpertheilchen als frei und durch den Lichtstrahl in Bewegung gesetzt, so werden diese Bewegungen noch weitere Verschiebungen des Gleichgewichtsorts von m zur Folge haben, und es ist zu zeigen, dafs dabei die durch die vorstehende Gleichung ausgedrückte Proportionalität zwischen ξ_0 und ϱ' gewahrt bleibt. Zuvor mufs jedoch bemerkt werden, dafs, wie im folgenden Paragraphen gezeigt werden wird, die Amplitude a_0 in der Gleichung (1) nicht, wie bei der Integration der Gl. (2) stillschweigend angenommen wurde, constant ist, sondern

eine Funktion der Zeit; es wird jedoch daselbst zugleich bewiesen werden, dafs in Folge eben dieser Veränderlichkeit der Amplitude a_0 die unwesentlichen Schwingungen des Körpertheilchens im Allgemeinen ganz ausbleiben, dafs dagegen namentlich der Ausdruck für die wesentlichen Schwingungen der Gleichung (3) davon gar nicht beeinflufst wird, so dafs, wenn

$$\xi_0 = a_0 \sin 2\pi \frac{t+\alpha}{\tau}$$

die Verschiebung des Gleichgewichtsortes von m ist, und wenn die Schwingungsdauer τ und δ von einander verschieden sind, die Verschiebung ξ des Theilchens selbst, mag a_0 constant oder veränderlich seyn, stets dargestellt wird durch die Gleichung

$$\xi = \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} \xi_0.$$

Nehmen wir zuerst den Fall an, dafs keine der eigenthümlichen Schwingungsdauern der Körpertheilchen mit der Oscillationsdauer des Aethers übereinstimmt, dafs also der der Betrachtung unterliegende Lichtstrahl keine Absorption erleidet. Ist dann

$$\xi_0 = c\varrho'$$

die durch den Aether allein bewirkte Verschiebung des Gleichgewichtsortes von m in der Richtung der x, so wird die derselben entsprechende Verschiebung von m selbst durch die Gleichung

$$\xi = \frac{\tau'^2}{\tau'^2 - \delta^2} c\varrho'$$

ausgedrückt. Die andern Körpertheilchen müssen nun aber ganz ähnlich darzustellende Verschiebungen erleiden, und zwar parallel jeder ihrer Schwingungsaxen; das Theilchen m_1 z. B. die Verschiebungen

$$\frac{\tau'^2}{\tau'^2 - \delta_1^2} c_1 \varrho', \quad \frac{\tau'^2}{\tau'^2 - \delta'^2_1} c'_1 \varrho', \quad \frac{\tau'^2}{\tau'^2 - \delta''^2_1} c''_1 \varrho'.$$

Da alle diese Verschiebungen der Aetherverschiebung proportional sind, so müssen es auch ihre Wirkungen auf den Werth von ξ_0 seyn, und man kann daher die Summe

[redacted]

dieser Wirkungen, wenn g eine Constante bedeutet, mit $g\varrho'$ bezeichnen, so dafs man jetzt hat:

$$\xi_0 = (c + g)\,\varrho'.$$

Da somit der Gleichung (1) noch genügt ist, so mufs nun die Verschiebung des Körpertheilchens m selbst durch die Gleichung

$$\xi = \frac{\tau'^2}{\tau'^2 - \delta^2}\,(c + g)\,\varrho'$$

ausgedrückt werden, d. h. es tritt zu dem ersten Werthe von ξ noch das Glied $g\varrho'$ hinzu. Die Verschiebungen der andern Körpertheilchen parallel jeder ihrer Schwingungsaxen müssen nun aber eben solche, der Aetherverschiebung proportionale Glieder enthalten, und man wird deren Gesammtwirkung auf den Werth von ξ_0 durch $h\varrho'$ ausdrücken können, so dafs nun ist:

$$\xi_0 = (c + g + h)\,\varrho'.$$

Man sieht, dafs die Verschiebung ξ_0 des Gleichgewichtsortes von m, während sie in dieser Weise schliefslich durch eine unendliche Reihe von Gliedern dargestellt wird, der Verschiebung ϱ' des Aethers in der That proportional bleibt, vorausgesetzt, dafs bei allen Körpertheilchen die eigenthümlichen Schwingungsdauern verschieden sind von der Dauer der Aetherschwingungen.

Was nun den Fall anbetrifft, wo unter den Körpertheilchen sich auch solche befinden, deren eigenthümliche Schwingungsdauer nach einer der drei Schwingungsaxen mit der Dauer der Lichtschwingungen übereinstimmt, und in deren Schwingungsgleichung daher der Ausdruck $\sin 2\pi\,\frac{t+a}{\tau}$ durch den Ausdruck $-\cos 2\pi\,\frac{t+a}{\tau}$ ersetzt ist, so mufs zunächst daran erinnert werden, dafs die Intensitätsgesetze der an der Gränzfläche transparenter Körper reflektirten Strahlen an die Bedingung geknüpft sind, dafs die Refraktion ganz vorzugsweise von solchen Körpertheilchen herrührt, welche ihrem momentanen Gleichgewichtsorte stets sehr nahe bleiben. Nach der Gleichung

$$\xi = \frac{\tau'^2}{\tau'^2 - \delta_2}\,\xi_2$$

IV. *Untersuchung über elektrische Disjunctions-Ströme; von A. Sundell,*

Docent an der Universität zu Helsingfors.

Herr Prof. Edlund hat gezeigt[1]), dafs sich in dem elektrischen Funken eine elektromotorische Kraft befindet, welche einen Strom hervorbringt, der im Funken entgegengesetzte Richtung wie der elektrische Entladungsstrom besitzt. Diese elektromotorische Kraft ist von derselben Art wie die des galvanischen Lichtbogens[2]), und entsteht in Folge der mechanischen Arbeit, welche beim Zerreiben der Polflächen, zwischen denen die Elektricität übergeht, verrichtet wird. Diese neue Kraft hat Hr. Edlund *die elektromotorische Kraft der Disjunction*, und den durch diese Kraft entstehenden Strom *Disjunctions-Strom* genannt.

In mehreren von verschiedenen Physikern ausgeführten Untersuchungen kommen entweder elektrische Funken oder galvanische Lichtbogen vor; deſshalb muſs bei der Erklärung der Resultate solcher Untersuchungen auf die elektromotorische Kraft der Disjunction Rücksicht genommen werden. Dies konnte natürlich nicht geschehen, so lange diese Kraft unbekannt war, weſshalb die Erklärung theils unvollständig, theils unrichtig wurde. Eine Revision solcher Untersuchungen muſs somit als wünschenswerth betrachtet werden. Eine Untersuchung dieser Art ist die von Hrn. Prof. Buff ausgeführte: *„Ueber die Richtung des durch Entladung angehäufter Reibungs-Elektricität erregten Inductions-Stroms"* (Ann. der Chemie u. Pharmacie, B. 86 S. 293). Im Herbst 1869 gab mir Hr. Edlund, der eben mit einer anderen physikalischen Arbeit beschäftigt war,

1) *Oefversigt af K. Vet.-Akademiens Förhandlingar* 1868 *p.* 327; Pogg. Ann. Bd. 134 S. 337; *Philos. Mag.* V. 37 *p.* 41.

2) Edlund, *Oefversigt af K. Vet.-Akademiens Förhandlingar* 1867 *p.* 95 und 637, und 1868 *p.* 3; Pogg. Ann. Bd. 131, 133 und 134; *Philos. Mag.* V. 35 *p.* 103 und 441.

den Auftrag zu untersuchen, in wie fern die von Hrn. Prof. Buff beobachteten Galvanometerausschläge Inductionsströmen zugeschrieben werden müssen, wie in eben genannter Abhandlung angenommen wird, oder ob nicht vielmehr ihre Hauptursache in Disjunctionsströmen zu suchen sey. Die Resultate dieser Untersuchung sollen nebst einigen anderen Beobachtungen, den Disjunctionsstrom des elektrischen Funkens betreffend, in diesem Aufsatze dargelegt werden. Die Untersuchung ist unter gütiger Mitwirkung des Hrn. Prof. Edlund im physikalischen Laboratorium der königl. schwedischen Akademie der Wissenschaften ausgeführt.

Die Apparate waren dieselben, die Hr. Edlund bei seinen vorhergehenden Untersuchungen über den Disjunctionsstrom des elektrischen Funkens anwandte. So wurde als Elektricitätsquelle eine von Rühmkorff construirte Elektromaschine benutzt, deren rotirende Scheibe 55 Cm. im Durchmesser hatte. Die zur Maschine gehörenden kleinen Ladungsflaschen, welche bei allen Versuchen aufgesetzt waren, hatten eine äufsere Belegung von 42 □ Cm. Zu Leitungsdrähten wurde Telegraphkabeldraht benutzt, welcher aus einem 1 Mm. dicken Kupferdraht, von einer 2 Mm. dicken Guttaperchaschicht umgeben, bestand. Wenn ein gröfserer Widerstand in die Leitung eingesetzt werden mufste, wurde dazu ein isolirter feiner Neusilberdraht genommen. Ein Cm. dieses Neusilberdrahtes hatte denselben Leitungswiderstand, wie 180 Cm. Telegraphkabeldraht.

Die Stromstärke wurde mit Hülfe des von Hrn. Edlund construirten Galvanometers [1]) gemessen. Das Ablesen der Ausschläge geschah mit Spiegel, Fernrohr und Scale. Der Abstand zwischen Spiegel und Fernrohr war 1400 Mm.; weil die Scale in Mm. getheilt war, entsprach also ein Scalentheil einem Ausschlage von 73,7 Bogensecunden. Weil die beobachteten Ausschläge selten 50 Scalentheile übersteigen, können sie überall in diesem Aufsatze der

1) *Oefv. af K. Vet.-Akad. Förh.* 1868 *p.* 457; Pogg. Ann. Bd. 136 S. 337.

sind dies aber solche Theilchen, deren eigenthümliche Schwingungsdauer δ sehr klein ist im Vergleich zur Licht-Oscillationsdauer τ'. Wir wollen fortan diese Körpertheilchen, ***refraktive Theilchen***, dagegen diejenigen, deren eigenthümliche Schwindungsdauer mit der Dauer irgend welcher Lichtschwingungen übereinstimmt, also gröfser ist, als die Schwingungsdauer des Aethers an der äufsersten Grenze des ultravioletten Lichts, ***absorptive Theilchen*** nennen. Wenn nun jene refraktiven Theilchen den hervorragendsten Antheil an der Brechung des Lichts haben, so wird von ihnen auch mehr, als von den absorptiven, die Lage des Gleichgewichtsorts der Körpertheilchen abhangen. Nun lehrt zwar die Erfahrung, dafs auch der Einflufs der absorptiven Theilchen auf die Brechung, und daher ohne Zweifel auch auf die Lage der Gleichgewichtsörter, keineswegs ganz unmerklich, ja dafs er unter gewissen Umständen sogar beträchtlich ist; zu dieser Wirkung tragen aber alle Körpertheilchen bei, deren eigenthümliche Schwingungsdauern zwischen zwei ziemlich weit von einander entfernten Grenzen liegen, d. h. alle, welche Antheil haben an der Absorption einer ziemlich ausgedehnten Strecke im Spektrum, während nur ein sehr kleiner Theil von ihnen den Ausdruck $-\cos 2\pi \frac{t+a}{\tau}$ statt des $\sin 2\pi \frac{t+a}{\tau}$ in der Schwingungsgleichung hat, nämlich nur diejenigen, welche eine ganz bestimmte, mit der Oscillationsdauer des gerade der Betrachtung unterliegenden homogenen Lichtstrahls übereinstimmende, eigenthümliche Schwingungsdauer haben. Man wird daher die Wirkung dieser letztern Theilchen auf die Lage der Gleichgewichtsörter im Allgemeinen als unmerklich ansehen können. Wenn man diesen Schlufs nicht zugeben will, so kann man die Wirkung dieser Theilchen als ***selbständige*** Schwingungen der Gleichgewichtsörter ansehen, welche der Formel

$$\xi_0 = -a_0 \cos 2\pi \frac{t+\alpha'}{\tau'} = a_0 \sin 2\pi \frac{t+\alpha'-\frac{1}{4}\tau'}{\tau}$$

folgen und also für sich allein der Gleichung (1) genügen. Wir lassen sie aufser Betracht.

Indem wir also nur denjenigen Körpertheilchen, deren eigenthümliche Schwingungsdauer verschieden ist von der Schwingungsdauer des Aethers, einen merklichen oder allein in Betracht zu ziehenden Einfluſs auf die Lage der Gleichgewichtsörter zuschreiben, haben wir nach Obigem die Gleichung

$$\xi_0 = q\,\varrho' = q\,a' \sin 2\pi\,\frac{t+\alpha'}{\tau'},$$

wo q eine Constante bedeutet, und die Bewegungen der Gleichgewichtsörter der Körpertheilchen folgen also in der That dem durch die Gleichung (1) ausgedrückten Gesetze.

Zerlegt man die Aetherverschiebung ϱ' nach den drei Schwingungsaxen des Körpertheilchens m, und bezeichnet man mit ξ' die der Axe der x parallele Componente, und mit c den Cosinus des Winkels zwischen ϱ' und ξ', so hat man

$$\xi_0 = q\,\frac{\xi'}{c}.$$

Beachtet man, daſs derjenige Theil der Verschiebung des Gleichgewichtsortes von m, welcher bloſs von der Aetherverschiebung herrührt, dieser letzteren nicht bloſs parallel ist, sondern auch mit derselben in gleichem Sinne erfolgt, und berücksichtigt man auſserdem, daſs der andere Theil jener Verschiebung vorzugsweise von den refraktiven Körpertheilchen herrührt, bei denen der Ausdruck $\frac{\tau'^2 - \vartheta^2}{\tau'^2}$ jedenfalls positiv ist, so sieht man, daſs die Constante q einen positiven Werth hat. Damit führt die vorstehende Gleichung zu folgendem Satze:

Die Schwingungen des Gleichgewichtsortes jedes Körpertheilchens nach jeder seiner Schwingungsaxen sind den ihnen parallelen Schwingungs-Componenten des Aethers proportional und haben mit denselben gleiche Dauer und Phase.

(Schluſs des I. Theiles im nächsten Heft.)

Stromstärke proportional angesehen werden. Die Schwingungszeit der Nadel war 13,6 Sekunden.

Die Enden der Galvanometerrolle (in den Fig. 1 — 5 Taf. V mit *G* bezeichnet) sind durch eine Brücke *rs* von 0,7 Mm. dicken und 27 Cm. langen Neusilberdrahte vereinigt. Diese Brücke bietet den Inductionsströmen, welche in der Galvanometerrolle entstehen, eine Leitung dar, so dafs diese, wie Hr. Edlund gezeigt hat [1]), in ungefähr gleichen Mengen entwickelt werden, in Folge dessen ihr Einflufs auf die Magnetnadel unmerklich wird. Vom Punkte *s* geht der Metalldraht *st* zur Wasserleitungsröhre, so dafs der Elektricitätsüberschufs, der sich möglicherweise nach einer Entladung vorfinden kann, durch diesen Draht zur Erde abgeleitet wird. Die Leitung zwischen den Punkten *r* und *s*, d. h. die Galvanometerrolle *G* mit ihrer Brücke *rs*, entspricht einem Widerstande von 460 Cm. Telegraphkabeldraht.

Der Funkenapparat. Der Disjunctionsfunke schlug über zwischen Kugeln von Eisen, Messing oder Zinn. Diese Kugeln hatten 17 Mm. im Diameter. Einige Male, wo es besonders genannt wird, wurden kleine Zinnkugeln von 8 Mm. Diameter benutzt. Die Kugeln waren mit Messingshülsen versehen, vermittelst welcher sie auf isolirte Polhalter (zwei Messingstangen) geschoben werden konnten. Der eine dieser Polhalter war seiner Länge nach in Mm. getheilt, so dafs der Abstand zwischen den Polen, d. h. die Länge des Funkens, gemessen werden konnte. Die Polhalter waren mit Klemmschrauben versehen, worin die Leitungsdrähte befestigt wurden.

Was die Beobachtungsmethode betrifft, mufs bemerkt werden, dafs während der Versuche in §§. 1 — 5 die Maschine mit constanter Geschwindigkeit im Gange gehalten wurde, so dafs in jeder Secunde eine bestimmte Anzahl Ströme das Galvanometer durchging. Dadurch wurde die Magnetnadel in Schwingungen um eine Gleichgewichtslage gebracht, welche so berechnet wurde, dafs das Mittel von

1) *Oefv. af K. Vet.-Akad. Förh.* 1869 *p.* 693; Pogg. Ann. Bd. 139 S. 353.

den Zahlen auf der Scale, wo die Nadel umwandte, genommen wurde. Um einen genaueren Werth dieser Gleichgewichtslage zu erhalten, wurden immer die Wendepunkte mehrerer Schwingungen nach einander aufgezeichnet; aus den hierdurch erhaltenen Werthen wurde dann das arithmetische Mittel genommen. Nachdem die Gleichgewichtslage der Nadel unter dem Einflusse des Stromes also bestimmt war, wurde die Maschine dadurch unwirksam gemacht, daſs die beiden Einsauger mittelst einer Metallstange in leitende Verbindung gesetzt wurden. Dann fuhr die Nadel fort um die vom Erdmagnetismus bestimmte Gleichgewichtslage herum zu schwingen, welche ebenfalls auf die angegebene Weise berechnet wurde. Der Unterschied zwischen den beiden Gleichgewichtslagen ist als der vom Strome verursachte Ausschlag angegeben. Vor jedem neuen Versuche wurde die Nadel mittelst eines Magnetinductors arretirt, welcher dadurch, daſs die Enden seines Leitungsdrahtes in ein Näpfchen mit Quecksilber gesetzt wurden, in leitende Verbindung mit dem Galvanometer gebracht werden konnte. Während der Versuche war selbstverständlich die Leitung zwischen dem Galvanometer und Inductor abgebrochen.

§. 1.

Um die Richtung der Ströme (Extraströme) zu erforschen, welche bei einer elektrischen Entladung in einer Rolle, die in eine Nebenleitung des Entladungsbogens eingesetzt ist, hervorgebracht werden, benutzte Hr. Buff eine Anordnung, welche der Hauptsache nach durch Fig. 1 Taf. V anschaulich gemacht wird. *XY* bezeichnet (wie in allen folgenden Figuren) die rotirende Scheibe der Elektromaschine, *a* den positiven und *b* den negativen Einsauger. In einiger Entfernung von *b* ist eine Messingkugel *c* auf einer Glassäule aufgestellt. (Der Umstand, daſs Hr. Buff eine gewöhnliche Elektrisirmaschine anwandte und die Kugel *c* vor den positiven Conductor stellte, hat natürlich auf das Resultat des Versuches keinen Einfluſs).

Die Enden *r* und *s* der Galvanometerrolle sind mit den Punkten *m* und *c* durch Telegraphkabeldrähte verbunden. Auf gleiche Weise sind auch *a* und *d* vereinigt. Die Drähte *rs* und *st* (welche in Hrn. Buff's Anordnung fehlten) haben den schon oben angegebenen Zweck. Der Funkenapparat konnte entweder zwischen *d* und *m*, oder zwischen *m* und *n* eingesetzt werden. Zwischen den Punkten *d* und *e* befand sich metallische Leitung. Bei *M* waren einige Decimt. des genannten feinen Neusilberdrahtes als Rheostat eingesetzt. Die Inductionsspirale (bei den in meiner Untersuchung angestellten Versuchen aus einem 8 M. langen in 15 Umgängen gewundenen Telegraphkabeldrahte bestehend), hatte ihren Platz bei *R*. Der Abstand der Metallkugel *c* von *b* soll in dem Folgenden immer *Schlagweite* genannt, und der Abstand zwischen den Kugeln *f* und *g* (oder *p* und *q*) als Länge des Disjunctionsfunkens, oder einfach als *Funkenlänge* angegeben werden.

Die Resultate von den Versuchen des Hrn. Buff sind kürzlich folgende. 1. Wenn die Brücke *dRe* entfernt und die Leitung *admGnec* metallisch geschlossen war, schlug die Galvanometernadel, nachdem die Maschine in Gang gesetzt war, höchstens 5° aus, wenn *c* die Kugel *b* berührte oder um einem Abstande von wenigstens 10 Mm. von derselben entfernt war. Bei einer Schlagweite geringer als 10 Mm. wurden dagegen die Ausschläge gröfser als 5°; der gröfste Ausschlag 16° wurde bei 2,5 Mm. Schlagweite erhalten [1]).

2. Wenn die Brücke *dRe* eingeschaltet war, wurden dadurch die Ausschläge mit beibehaltener Richtung bei Schlagweiten über 3 Mm. vergröfsert. Der gröfste Ausschlag 25° entsprach der Schlagweite 4 Mm [2]).

3. Wenn bei den Entladungen Funken zwischen *f* und *g* entstanden, wandte sich die Nadel nach der entgegengesetzten Seite ihres Theilkreises [3]).

4. Dagegen erhielt man, wenn der Funkenapparat sich

1) Buff, l. c. Tab. S. 311 und Kolumne *α* in der Tab. S. 312.
2) Kolumne *β* in der Tab. S. 312.
3) Tab. S. 311.

[redacted]

zwischen *m* und *n* befand, so dafs die Funken bei *pq* entstanden, Ausschläge nach derselben Seite hin wie ohne Funken. Bei Schlagweiten über 10 Mm. vergröfserten die Funken bei *pq* die Ausschläge ohne Funken, welche mit oder ohne Brücke *dRe* erhalten wurden [1]).

Diese Resultate erklärt Hr. Buff auf folgende Weise. Wenn die Brücke *dRe* ausgeschlossen ist, werden die Ausschläge durch den directen Entladungsstrom (in den Figuren mit *U* und punctirten Pfeilen bezeichnet) hervorgerufen. Bei kleinen Schlagweiten werden diese Ausschläge vergröfsert durch den Einflufs des dem Entladungsstrome gleichgerichteten (directen) Extrastromes von der Galvanometerrolle. Der directe Strom hat nämlich kürzere Dauer, folglich gröfsere Intensität als der dem Hauptstrom entgegengerichtete (inverse) Inductionsstrom, so dafs jener zwischen den Drahtwindungen im Galvanometer überschlagen und sich somit eine Leitung bereiten kann, während dieser des aufserordentlich grofsen Widerstandes wegen gar nicht zur Entwickelung kommt [2]). Wird dann die Brücke *dRe* eingesetzt, entstehen bei jeder Entladung in der Inductionsrolle *R* zwei Inductionsströme (in den Figuren mit *A* und *B* bezeichnet), von denen der erste (inverse) *A* in der Brücke dem Entladungsstrome entgegengerichtet, der zweite (directe) *B* ihm gleichgerichtet ist (wie die ausgezogenen Pfeile andeuten). Diese Inductionsströme nehmen ihren Weg durch die Leitung *RdGeR*, also durchläuft *A* den Galvanometerdraht in derselben Richtung wie der Entladungsstrom, *B* aber in der entgegengesetzten Richtung. Wenn die Leitung *RdGeR* metallisch geschlossen ist, entwickeln sich freilich die beiden Extraströme zu gleicher Quantität, aber dessen ungeachtet circuliren sie nicht immer gleich vollständig im Galvanometergewinde. Die gespannte Elektricität schlägt nämlich über, theils zwischen den Drahtwindungen, theils zwischen den Klemmschrauben des Galvanometers, so wie auch

1) Kolumne γ in der Tab. S. 312

2) S. 313.

durch die Luftschicht zwischen den Kugeln *p* und *q*, wenn diese einander hinreichend nahe sind. Ein Theil der Elektricität wird somit ohne Einfluſs auf die Nadel; dieser Verlust in magnetischer Wirkung muſs vorzugsweise den stärkeren Strom *B* treffen, so daſs der Strom *A* das Uebergewicht erhält und den Ausschlag des Entladungsstromes vergröſsert. Wenn ferner die Leitung der Extraströme an irgend einer Stelle, z. B. bei *fg*, durch eine Luftschicht abgebrochen ist, werden diese Ströme in ungleichen Quantitäten entwickelt. Denn *B* durchbricht als der intensivere Strom die Luftschicht leichter (in gröſserer Quantität) als *A*. Dadurch wird *B* in der Leitung *dmGed* sowohl über *U* als *A* vorherrschend seyn; die Nadel muſs sich deſshalb nach der entgegengesetzten Seite gegen die wenden, nach welcher der Ausschlag geschieht, wenn *U* allein auf sie wirkt.

Nach der Entdeckung der elektromotorischen Kraft der Disjunction muſs jedoch die Entstehung der Ausschläge nothwendig eine andere Erklärung bekommen. In einem Funken bei *fg* oder *pq* entsteht nämlich ein Disjunctions-Strom *D*, welcher im Funken entgegengesetzte Richtung gegen die elektrische Entladung hat, wie die durch einen Querstrich begränzten Pfeile zeigen. Die Veränderungen im Ausschlage des Entladungsstromes können auch mit Hülfe dieser Ströme erklärt werden; denn wie die Fig. 1 Taf. V anschaulich macht, geht der Disjunctionsstrom vom Funken bei *fg* durch den Galvanometerdraht in entgegengesetzter Richtung gegen *U* (ganz wie *B*), der Disjunctionsstrom aber des Funkens bei *pq* in gleicher Richtung mit *U* (ganz wie *A*). Man muſs somit bei der Erklärung der Ausschläge auf drei Arten Ströme, nämlich auf den Entladungsstrom, die Inductions- und die Disjunctionsströme Rücksicht nehmen. Der erstgenannte dieser Ströme hat, wie in dem Folgenden gezeigt werden soll, wenig Einfluſs auf die Nadel. Es ist somit zu entscheiden, in wie fern es Inductions- oder Disjunctionsströme sind, welche hier den Ausschlag hauptsächlich bestimmen. Dies

geschieht leicht auf folgende Weise. Man tauscht die Rolle R gegen einen geraden Draht von demselben Widerstande aus. Wenn der Funke sich bei fg befindet, mufs der Ausschlag, falls B der vorherrschende Strom ist, nach diesem Austausche bedeutend vermindert werden, weil B nunmehr nicht existirt. Dagegen ist es nicht im Voraus anzugeben, dafs eine Verminderung in der Gröfse der Ablenkung nach dem Austausche eintreten müsse, falls der Disjunctionsstrom der vorherrschende ist. Auch wenn der Funke bei pq gebildet wird, mufs, nachdem die Rolle durch einen Draht ersetzt worden, der Ausschlag bedeutend vemindert werden, falls er durch A verursacht wird; dieses braucht nicht nothwendig einzutreten, wenn D den Ausschlag bestimmt.

Folgende Versuche wurden angestellt, um dieses Problem zu lösen. Zuerst wurde die Wirkung des Entladungsstromes untersucht. Wenn die Kugeln f und g mit einander in Berührung waren und die Brücke dRe entfernt war, erhielt man durch diesen Strom einen Ausschlag von im Mittel 1,63 Scalentheilen. Der Ausschlag war unabhängig von der Schlagweite, die allmälig bis 20^{mm} vergröfsert wurde. Wenn man die Brücke dRe einsetzte, ging der Ausschlag selten bis zu einem halben Scalentheil. Dieser unbedeutende Ausschlag kann in dem Folgenden ganz und gar unberücksichtigt werden. Wurden dann die Kugeln f und g bei eingesetzter Brücke von einander ein wenig entfernt, zeigte sich zwischen ihnen, bei jeder Entladung der kleinen Ladungsflaschen der Maschine, ein Funke und die Nadel schlug mehrere Scalentheile nach der entgegengesetzten Seite der Scale aus, ganz so wie bei Hrn. Buff's Versuchen. Diese letzte Bewegungsrichtung der Nadel wurde verändert, wenn man die Rolle gegen einen geraden Draht vertauschte. Nachfolgende Versuchsreihen wurden so angestellt, dafs bei jeder Schlagweite zuerst einige Ausschläge mit der Rolle bei R genommen wurden, worauf die Rolle durch einen geraden Draht mit demselben Widerstande ersetzt wurde. Nachdem einige

Ausschläge ohne Rolle erhalten worden, wurde der Versuch mit der Rolle wiederholt, um die Ueberzeugung zu gewinnen, dafs die Elektromaschine keine Veränderung erlitten habe. Weil die Ausschläge bei einer gewissen Schlagweite wenig von einander verschieden waren, begnügen wir uns nur die Mittel anzuführen. Die Ausschläge mit der Rolle werden mit *r* bezeichnet, die ohne Rolle mit *u*. Die Schlagweite *s* wurde nach Millimetern gemessen.

Reihe 1. Funkenlänge 2 Mm.

s	*u*	*r*
15	39,7	10,5
18	34,9	8,9
20	30,9	8,4

Reihe 2. Funkenlänge 1,5 Mm.

s	*u*	*r*
6	51,3	18,8
8	39,0	11,5
10	23,8	8,3
12	20,2	6,8.

Reihe 3. Der Funkenapparat wurde bei *pq* angebracht; *m* wurde mit *d* in metallische Verbindung gesetzt. Wie oben wurden mit und ohne Rolle bei *R* Ausschläge genommen. Die Mittel der Ausschläge werden in folgender Tabelle angeführt.

s	*u*	*r*
8	16,5	20,2
10	27,4	36,0
12	10,5	13,3
15	11,8	13,6
—	14,1	14,4
—	16,0	20,0
—	22,5	27,1.

In dieser Versuchsreihe zeigte die Ablenkung der Nadel einen Strom von gleicher Richtung mit dem Entladungsstrome an. Die Länge des Funkens *pq* variirte zwischen 0,2 und 1,5 Mm.; weil überdies der Widerstand und die

Anzahl der Funken in der Secunde bei den verschiedenen Schlagweiten variirten, sind die Ausschläge nicht vergleichbar. Sie zeigen jedoch, dafs auch *ohne die Rolle* ein die elektrische Entladung verstärkender Strom durch den Funken *pq* entsteht.

Die Versuchsreihen 1 bis 3 legen nun ohne Zweideutigkeit die Ursache der grofsen Ausschläge dar, die man bei den Versuchen mit Funken *fg* oder *pq* erhielt. Die angeführten Ausschlagszahlen zeigen nämlich, dafs auch, wenn die Inductionsrolle *R* durch einen geraden Draht ersetzt wird und somit die Inductionsströme entfernt werden, die Ablenkung der Nadel bedeutend wird. Falls sich der Funke bei *fg* bildet, wird der Ausschlag ohne Rolle sogar bedeutend gröfser als mit der Rolle. In Folge des zu Anfange dieses Paragraphen Angeführten kann es also keiner von den Inductionsströmen seyn, welcher die Ausschläge giebt, sondern diese müssen durch den Disjunctionsstrom *D* verursacht werden. Die Verminderung des Ausschlages, die das Einsetzen der Rolle in den Versuchsreihen 1 und 2 hervorbringt, wird durch die von Hrn. Edlund gemachte Entdeckung [1]) erklärt, dafs der elektrische Funke die Eigenschaft eines elektrischen Ventils für die Inductionsströme hat, d. h. der Funke läfst diejenigen dieser Ströme, welche ihn in gleicher Richtung mit dem Entladungsstrome zu durchgehen suchen, in gröfserer Proportion als die entgegengesetzten durch. Wenn der Funke bei *fg* ist, wird also der Strom *A* in gröfserer Quantität als *B* entwickelt, und weil *A* das Galvanometer in entgegengesetzer Richtung gegen *D* durchläuft, mufs der Ausschlag mit Rolle bei *R* kleiner als ohne dieselbe werden.

Die Reihe 3 zeigt, dafs das Einsetzen der Rolle bei *R* eine (in den meisten Versuchen geringe) Vergröfserung des Ausschlages hervorbringt, wenn der Funke sich bei *pq* befindet. Die Ursache hiezu kann die seyn, dass der

1) *Oefv. of K. Vet. Akad. Förh.* 1868. *p.* 457. Pogg. Ann. Bd. 136, S. 337.

Strom A, welcher doppelte Leitung hat (sowohl durch das Galvanometer als durch den Funken), intensiver als B wird. Eine andere Erklärung wurde von Hrn. Edlund aufgestellt, als ich ihm die Resultate dieser Versuchsreihe mittheilte. Der zuerst auftretende Extrastrom A addirt sich nämlich in der Brücke *mpqn* zu U, so daſs der Funke energischer wird, wenn die Rolle eingesetzt ist. Die Zerreibung und die Intensität des Disjunctionsstromes wird wahrscheinlich hiedurch erhöht. Besondere Versuche, zu denen wir weiterhin (§. 4) zurückkommen werden, beweisen die Richtigkeit dieser Ansicht.

Ehe wir die Extraströme verlassen, ist es nothwendig, daſs wir in der Kürze den Einfluſs der Funken andeuten, welche sich bei Hrn. Buff's Versuchen im Galvanometer zeigten [1]). Wir nehmen an, daſs die Brücke *dRe* entfernt sey. Weil Hrn. Buff's Galvanometerrolle aus zwei Drähten bestand, welche neben einander verbunden waren [2]), sieht man leicht ein, daſs ein Funke in der Galvanometerrolle oder zwischen den Klemmschrauben des Galvanometers dieselbe Wirkung wie der Funke *pq* haben muſs. Bei einigem Nachdenken findet man nämlich, daſs der Disjunctionsstrom eines solchen Funkens immer den Ausschlag des Entladungsstromes vergröſsern muſs. Wird dann die Brücke *dRe* eingefügt (ohne daſs die Leitung abgebrochen wird), so erfolgt keine andere Veränderung, was die magnetische Wirkung betrifft, als daſs das Maximum der Ablenkung erst bei einer gröſseren Schlagweite erscheint, weil jetzt ein Theil des Entladungsstromes die Brücke durchläuft. So werden die von Hrn. Buff ohne Funken bei *fg* oder *pq* erhaltenen groſsen Ausschläge ganz einfach mit Hülfe von Disjunctionsströmen erklärt. Die gleichzeitig

1) Buff, l. c. Seite 311. Es wird kaum nöthig seyn zu erwähnen, daſs in dem von mir benutzten Galvanometer, dessen Draht mit einer Guttaperchaschicht umgeben war, solche Funken nicht entstehen konnten.

2) Buff, l. c. S. 307.



auftretenden Extraströme verändern wahrscheinlich die Ausschläge der Disjunctionsströme in keinem merklicheren Maafse als in der Versuchsreihe 3.

§. 2.

Wenn man zwei isolirte Metalldrähte neben einander in Spirale aufwindet und die Enden des einen durch eine metallische Leitung, worin ein Galvanometer eingesetzt ist, verbindet, erhält man keinen Ausschlag, wenn eine elektrische Batterie durch den anderen Draht entladen wird. Wie der Freiherr von Wrede [1]) gezeigt, werden nämlich die durch den Entladungsstrom hervorgerufenen Inductionsströme an Quantität gleich; und da sie in entgegengesetzter Richtung gehen, müssen ihre Wirkungen auf die Galvanometernadel einander aufheben. Wenn sich dagegen in der Leitung zum Galvanometer ein Abbruch befindet, wird daselbst bei der Entladung ein Funke gebildet und die Nadel wird von ihrer Gleichgewichtslage abgelenkt. Die Richtung der Ablenkung giebt einen Strom an, der in dem aufgewundenen Theil der Leitung in gleicher Richtung mit dem Entladungsstrom geht. Hr. Buff nimmt aus schon angeführten Gründen an, dafs der directe Inductionsstrom hier der wirkende sey. Derselben Ansicht war auch Verdet [2]), welcher statt des Galvanometers einen galvanischen Polarisationsapparat einsetzte; nach der Entladung einer grofsen elektrischen Fläche wurden die Elektroden galvanisch polarisirt befunden. Die Richtung des Polarisationsstromes wurde gleich nach der Entladung mittelst eines Galvanometers untersucht; es zeigte sich da, dafs die Polarisation durch einen in gleicher Richtung mit dem directen Inductionsstrome gehenden Strom hervorgerufen worden war.

Aber nach Hrn. Prof. Edlund's Ansicht [3]) ist es der

1) Berzelius, Jahresbericht über die Fortschritte der physischen Wissenschaften Bd. 20 (1841) S. 119.

2) *Ann. de Chimie et de Physique, Sér.* 3, *T.* 24, *p.* 377.

3) *Oefv. af K. Vet. Akad. Förh.* 1869. *p.* 709. Pogg. Ann. Bd. 139 S. 373.

inverse Strom, welcher zuerst im Funken auftritt und einen starken Disjunctionsstrom entstehen läfst, welcher in entgegengesetzter Richtung gegen den Entladungsstrom, d. h. hier gegen den inversen Strom, also in gleicher Richtung mit dem directen geht. Dieser letztere verursacht einen sehr schwachen Disjunctionsstrom, weil die Luft zwischen den Kugeln bei seinem Auftreten durch die Entladung des ersten Inductionsstromes verdünnt und die Zerreibung in einem luftverdünnten Raume gering ist. Der Disjunctionsstrom des inversen Stromes wird also die Seite der Scale bestimmen, nach welcher die Nadel ausschlägt.

Es ist nicht leicht mit Gewifsheit zu entscheiden, in wie fern es ein Disjunctions- oder Inductionsstrom sey, der hier den Ausschlag giebt. Denn hier kann man nicht wie bei den vorhergehenden Versuchen mit den Extraströmen die Induction aufheben, weil diese eine nothwendige Bedingung für die Entstehung des Funkens ist. Als wesentlicher Beweis für die Richtigkeit von Hrn. Edlund's Erklärung des Phänomens möge jedoch folgender Umstand hervorgehoben werden. Hr. Edlund hat beobachtet [1]), dafs die Polflächen, zwischen denen eine Menge der durch die Entladung der Ladungsflaschen der Elektromaschine hervorgerufenen Disjunctionsfunken überschlugen, also verändert werden, dafs der positive Pol sich mehr als der negative angegriffen zeigt. Eben so war das Verhaltnen bei den Polflächen, zwischen denen die Entladung der hier fraglichen Inductionsströme stattgefunden; die (hinsichtlich des inversen Stromes) positive Kugel hatte tiefere Narben als die negative, welche überdiefs mit eigenthümlichen, für diese Kugel charakteristischen Flecken versehen war, die am Ende dieses Aufsatzes (§. 10) näher beschrieben werden sollen.

Zur Bekräftigung dieses folgen hier einige Versuche, welche zeigen, dafs der Strom, der hier den Ausschlag

1) *Oefv. af K. Vet. Akad. Förh.* 1869. *p.* 701. Pogg. Ann. Bd. 139 S. 365.

giebt, den schon bekannten Gesetzen des Disjunctionsstroms folgt.

Versuch 1 Die neben einander aufgewundenen Drähte waren hier wie in den nachfolgenden Versuchen 914 Cm. lang, die Anzahl der Windungen 20. Die Enden des einen Drahtes wurden bei *a* und *c* (Fig. 3 Taf. V) befestigt [1]; in die Leitungsbahn des Inductionsstromes waren das Galvanometer *G* und der Funkenapparat *kl* eingesetzt. Die möglicherweise nach einer Entladung vorhandenen Elektricitätsüberschüsse wurden durch die Metalldrähte *ew* und *st* zu den Gas- und Wasserleitungsröhren fortgeleitet. Schlagweite 15 Mm.; Funken zwischen Messingkugeln.

Funkenlänge im Mm.	1	2	2,5	3	3,5	4
Ausschlag (Mittel)	3,4	7,6	14,1	20,3	33,6	51,3.

Dieser Versuch zeigt, daſs die Stromstärke schnell mit der Länge des Funkens zunimmt. Diese Thatsache ist in voller Uebereinstimmung mit dem, was hinsichtlich der Abhängigkeit des Disjunctionsstromes von der Funkenlänge schon bekannt ist. Hr. Edlund fand nämlich [2], daſs der Ausschlag des Disjunctionsstromes bei übrigens unveränderter Anordnung mit der Funkenlänge wächst.

Versuch 2. Zwischen *g* und *k* wurde ein 915 Cm. langer, 20 mal gewundener Telegraphkabeldraht eingesetzt. Mit dieser Anordnung wurden einige Ausschläge genommen, worauf die Rolle fortgenommen und durch einen geraden Draht von demselben Leitungswiderstande ersetzt wurde. Darauf wurde der Versuch mit der Rolle wiederholt. Schlagweite 12 Mm., Funken 4 Mm. zwischen Eisenkugeln.

	Mit Rolle	Ohne Rolle	Mit Rolle
Ausschlag (Mittel)	6,2	24,5	4,8

Das Einsetzen der Rolle verursachte also eine Verminderung im Ausschlage von 24,5 bis 5,5 $\left(=\frac{6,2+4,8}{2}\right)$ Scalentheilen. Diese Verminderung ist eine Folge davon,

1) Die Dräthe *mp* und *nq* gehören zur Anordnung im Versuche 3.
2) *Oefv. af K. Vet. Akad. Förh.* 1868. *p.* 327; Pogg. Ann. Bd. 134 S. 337.

dafs der Entladungsfunken des Stromes *A* wie ein Ventil für diejenigen Extraströme von der eingeschalteten Rolle wirkt, welche mit *A* gleichgerichtet, d. h. dem Disjunctionsstrome von *A* entgegengerichtet sind. Auf gleiche Art wird auch der Disjunctionsstrom des *B* geschwächt, falls dieser Strom merkbare Intensität hat.

Versuch 3. Wenn man *g* und *n* mit einem Metalldraht vereinigt und den Funkenapparat als Brücke zwischen *m* und *n* (Fig. 3 Taf. V) einsetzt, theilen sich die Inductionsströme in diesen Punkten, so dafs, wenn die Kugeln *p* und *q* einander hinreichend nahe sind, zwischen ihnen bei jeder Entladung ein Funke überspringt. Wie Hr. Buff meint[1]), ist es der intensivere directe Strom *B*, welcher den Funken bildet, wogegen der schwächere Strom *A* gröfstentheils durch den Zweig *mGn* geht und einen Ausschlag im Galvanometer verursacht. Wirklich erhielt man, wenn die Maschine in Gang gesetzt war, einen Ausschlag, welcher in allen Versuchen einen Strom von gleicher Richtung mit dem inversen Strom *A* anzeigte. Auch dieser Ausschlag kann ohne Schwierigkeit als die Wirkung des Disjunctionsstromes *D* vom inversen Strome *A* erklärt werden. Der Strom *D* theilt sich nämlich bei *m*, so dafs ein Theil desselben *D'* den Galvanometerdraht in gleicher Richtung mit dem inversen Strome durchläuft. Der übrige Theil *D''* geht durch den Zweig *mfgn* in derselben Richtung wie *B*; auch in der Brücke *mpqn* hat *D* dieselbe Richtung wie der Theil von *B*, der diesen Weg nimmt. Die Versuche bekräftigten dieses: das Galvanometer konnte entweder in *mf* oder *mp* eingesetzt werden, ohne dafs die Widerstände dadurch eine Veränderung erlitten. Zu *mfgn* erhielt man immer Ausschläge im Sinne des Stromtheiles

1) Bei dem Versuche des Hrn. Buff (S. 314) zeigten sich Funken zwischen *p* und *q* nur bei sehr grofser Schlagweite. Aber auch bei kleineren Schlagweiten entstanden Funken im Galvanometergewinde; wie am Ende des §. 1 bemerkt wurde, haben solche Funken dieselbe Wirkung wie der Funke *pq*.

D''; in mp gab die Ablenkung einen Strom in Richtung von D an.

Dafs es wirklich der Disjunctionsstrom ist, der hier den Ausschlag giebt, wird durch folgenden Versuch bestätigt. Die Leitungen $mfgn$ und $mrGsn$ entsprachen 915 Cm. Kabeldraht; mp und ng bestanden aus dicken und kurzen Kupferdrähten. Die Schlagweite war 12 Mm., der Funke 0,3 Mm. zwischen den kleineren Zinnkugeln. Wenn die Maschine in Gang gesetzt war, erhielt man im Mittel den Ausschlag 10,3 Scalentheile. Wurde dann der Widerstand in $mfgn$ um 88 Cm. des feinen Neusilberdrahtes vermehrt, nahm der Ausschlag bis 27,3 Scalentheile zu. Wurde der Neusilberdraht wieder fortgenommen, erhielt man den Ausschlag 9,2 Scalentheile.

Der durch die Einsetzung des Neusilberdrahtes erhaltene vergröfserte Ausschlag wird als eine Folge davon erklärt, dafs der erhöhte Widerstand im Zweige $mfgu$ den Strom D zwingt, in gröfserer Menge als vorher seinen Weg durch den anderen Zweig und das Galvanometer zu nehmen. Befand sich das Galvanometer in mf, so erhielt man bei einem gröfserem Widerstande im Zweige $mfgn$ immer einen unbedeutenden Ausschlag (höchstens 3 Scalentheile). In mp aber war der Ausschlag immer etwas gröfser als in mGn. Die Inductionsströme mufsten durch einen erhöhten Widerstand in ihrer Leitung bedeutend geschwächt werden; falls die Ausschläge durch die Differenz zwischen ihnen verursacht würden, müfsten sie, auf welcher der drei Stellen das Galvanometer sich auch befände, immer *geringer* werden, wenn der Neusilberdraht im *unverzweigten* Theil $mfgn$ ihrer Leitung eingesetzt wird. Die eben angeführten Versuche zeigen, dafs dies nicht der Fall ist; folglich können die Ausschläge von Inductionsströmen nicht herrühren.

Drähte *rs*, *st* und *ew* hatten denselben Zweck wie analoge Drähte in Fig. 3 Taf. V.

Versuch 1. Der Funke bei *p* zwischen den Messingskugeln. Schlagweite 15 Mm.

Funkenlänge in Mm.	0,5	1	1,5	2	3	4
Ausschlag	3,4	5,3	6,0	10,1	20,9	51,1.

Resultat: der Ausschlag wächst mit der Funkenlänge (vergleiche §. 2, Versuch 1).

Versuch 2. Bei 18 Mm. Schlagweite und 3 Mm. Funkenlänge bei *p* zwischen den Eisenkugeln erhielt man den Ausschlag 11,9 Scalentheile. Wenn eine Rolle von 40 Windungen (ungefähr 1070 Cm.) Kabeldraht in die tertiäre Leitung eingesenkt wurde, ging der Ausschlag zu 3,1 Scalentheilen herab. Dieses Abnehmen wird dadurch erklärt, dafs man wie im §. 2 Versuch 2 die durch den ersten tertiären Strom *Aa* hervorgebrachten Extraströme in Berechnung zieht. Wenn die Rolle ebenso wie die Galvanometerrolle mit Brücke versehen war, stieg der Ausschlag wieder auf 13,1 Scalentheile (oder ungefähr gleichviel wie ohne Rolle). Die in der Rolle entstandenen Extraströme nehmen dann gröfstentheils ihren Weg durch die Brücke, die viel geringeren Widerstand hatte, als der Zweig, worin sich der Funke befand. Dieser letzte Versuch beweist, dafs die Ursache zur Verminderung des Ausschlages nicht *darin* liegen kann, dafs der Leitungswiderstand durch das Einsetzen der Rolle vergröfsert wurde, denn in solchem Falle hätte sich auch eine Verminderung zeigen müssen, wenn die Rolle mit Brücke eingesetzt war, weil der Widerstand im metallischen Theil der Leitung auch dann mit 460 Cm. oder einem Viertel seiner Gröfse ohne Rolle erhöht war.

Versuch 3. Dieser Versuch wurde angestellt, um den Einflufs, den ein Disjunctionsfunke in der secundären Leitung auf einen Disjunctionsstrom in der tertiären haben kann, zu erforschen. Zu diesem Zwecke wurde ein Funkenapparat bei *n* (Fig. 4 Taf. V) eingesetzt. Der Versuch führte zu folgendem Resultat. So lange die beiden Funken im Verhältnifs zu der Schlagweite kurz waren,

schlug immer die Nadel im Sinne eines dem ersten Strome dritter Ordnung entgegengerichteten Stromes aus. Wenn hingegen der Funke bei *p* zu seiner Maximallänge getrieben wurde, beruhte die Richtung des Ausschlages auf der Länge des Funkens bei *n*. Wenn nämlich auch dieser Funke mehr und mehr verlängert wurde, schlug die Nadel endlich nach der entgegengesetzten Seite aus, und dies desto mehr, je länger der Funke bei *n* wurde. Die Ausschläge waren jedoch der Gröfse nach etwas schwankend, weil der Funke bei *p* bei einigen Entladungen ausblieb; deshalb wurden keine Ablesungen, um die Abhängigkeit des Ausschlages von der Länge des Funkens bei *n* genauer zu erforschen, vorgenommen. Wenn die Schlagweite 24 Mm., der Funken bei *p* 5 Mm. und der Funken bei *n* 3 Mm. war, schlug die Nadel im Sinne des Disjunctionsstromes von *Aa* 55 Scalentheile aus. Bei ungefähr 5 Mm. Funkenlänge bei *n* wechselte die Richtung des Ausschlages. Wenn der Funke bei *n* seine Maximallänge 6 Mm. erhalten hatte, erreichte der Ausschlag in der neuen Richtung seinen gröfsten Werth 12 Scalentheile. Der Wechsel in der Richtung des Ausschlages wird auf folgende Weise erklärt: Wenn sich kein Funke in der secundären Leitung befindet, ist in der tertiären der Disjunctionsstrom des Stromes *Aa* der herrschende. Wird dagegen die secundäre Leitung bei *n* abgebrochen, entsteht daselbst in entgegengesetzter Richtung gegen *A* ein Disjunctionsstrom *D'*. Dieser Strom inducirt in der tertiären Leitung zwei wahrscheinlich sehr intensive Ströme, welche mit *Ad* und *Bd* bezeichnet werden sollen. Der erste *Ad* von diesen geht gegen *Aa* und schwächt denselben. Dadurch wird die Elektricitätsmenge, die sich in der Richtung von *Aa* bewegt, vermindert; wenn diese Menge hinreichend klein wird, tritt bei ihrem weiteren Abnehmen auch eine Verminderung der Intensität des Disjunctionsstromes ein, wie in dem Folgenden (§. 6) dargelegt werden wird. Es ist defshalb nicht unerwartet, dafs der Disjunctionsstrom, welcher die unmittelbar darauf in der Richtung von *Ad* vorsichgehende Entladung einer mit der Länge des Funkens *n*

keine Wirkung hervorbringen, weil sie selbst bei dicker Schicht durch das Chlorophyll nicht absorbirt werden.

In dem oben citirten Aufsatz hatte ich nur das erste dem Streifen I entsprechende Maximum erwähnt, weil ich die Streifen II, III und IV in dem Spectrum des durch frische Blätter gegangenen Lichtes nicht wahrgenommen hatte. Sie sind aber, wie ich mich seitdem überzeugt habe, in der That vorhanden, erscheinen jedoch sehr viel schwächer als bei der Lösung, und sind daher leicht zu übersehen. Dieses Verhalten läfst sich leicht erklären; ein Antheil des durch das Blatt gesendeten Lichts geht neben den Chlorophyllkörnern durch den farblosen Zellsaft hindurch; dieses *weifse* Licht erzeugt nothwendig ein continuirliches Spectrum, welches sich wie ein Flor über das Absorptionsspectrum ausbreitet; dadurch werden die schwächeren Absorptionsstreifen undeutlich gemacht oder ganz verwischt, während dem intensiven Streifen I nur wenig Abbruch geschieht.

Mit besonderem Bezug auf jenes Hauptmaximum zwischen *B* und *C* hatte ich hinzugefügt, dafs die mir bekannten Versuche über die Assimilationsthätigkeit der Pflanzen in verschiedenfarbigem Licht die obigen Sätze bestätigen oder wenigstens keinen Widerspruch dagegen enthalten, hatte mich jedoch begnügt, nur auf die neueste damals vorliegende Versuchsreihe von Hrn. Pfeffer [1]) hinzuweisen. Durch eine Bemerkung des Hrn. Gerland gegen Ende seiner schätzenswerthen Abhandlung „über die Einwirkung des Lichtes auf das Chlorophyll" [2]) sehe

1) Arbeiten des botanischen Instituts in Würzburg, herausgegeben von Prof. Dr. Julius Sachs. Heft I. Dr. W. Pfeffer: die Wirkung farbigen Lichtes auf die Zersetzung der Kohlensäure in Pflanzen. Leipzig, Engelmann 1871.

2) Pogg. Ann. Bd. CXLIII S. 585. Hr. Gerland sagt nämlich, indem er sich auf die Versuche der HH. Draper, Sachs und Pfeffer stützt: „Wenn also nach den gegebenen Daten der genaue Verlauf der Assimilationscurve auch noch nicht angegeben werden kann, so darf doch als feststehend bezeichnet werden, dafs ihr Maximum im gelben Lichte liegt."

ich mich aber veranlaſst, noch einige andere Arbeiten über Kohlensäurezerlegung in verschiedenfarbigem Licht von dem hier in Betracht kommenden Gesichtspunkt aus einer kurzen Besprechung zu unterwerfen.

Bei der Mehrzahl dieser Versuche [1]) wurden zur Herstellung des farbigen Lichtes absorbirende Medien (gefärbte Gläser und Lösungen) verwendet. Das so erhaltene farbige Licht ist bekanntlich weit davon entfert, homogen zu seyn; sämmtliche Absorbentien lassen mehr oder minder beträchtliche Strecken des Spectrums durch. Am homogensten zeigt sich noch das durch rothe Medien (z. B. Kupferoxydulglas oder Anilinlösung) gegangene Licht, welches bloſs die rothen und orangegelben Strahlen bis *D* enthält. Die gelben Absorbentien dagegen (z. B. doppelt chromsaures Kali) lassen die gesammte weniger brechbare Hälfte des Spectrums nämlich Roth, Orange und Grün, ungeschwächt durch. Die grünen Medien (z. B. Lösung von Chlorkupfer) sind durchlässig für Gelb, Grün und Blau, die blauen (z. B. Kupferoxydammoniak) für Blaugrün, Blau und Violett.

Die Kohlensäuremengen, welche hinter solchen gefärb-

Es sey mir verstattet eine in derselben Abhandlung vorkommende irrthümliche Auffassung des Hrn. Gerland hier im Vorbeigehen zu berichten. Hr. Gerland sagt nämlich S. 603: „Von der Ansicht, daſs festes Chlorophyll und mithin das der Blätter auſser Streifen I keinen Absorptionsstreifen zeigt, ausgehend, haben neuerdings die HH. Hagenbach und Lommel die Fluorescenz des festen Chlorophylls in Abrede gestellt.“ Nun wurde aber die Fluorescenz des festen Chlorophylls von uns in Abrede gestellt, einzig aus dem Grunde, weil wir sie *nicht gesehen haben*. Von einem theoretischen Zusammenhang mit der Abwesenheit jener Absorptionsstreifen ist nirgends die Rede.

1) Es gehören hierher folgende Arbeiten: Daubeny, *Philosophical transact. t.* 126, 1836. — Hunt, übers. aus dem Engl. in Bot. Zeitung 1851. — Cloëz und Gratiolet, *Ann. de Chimie et Physique*, 3. *Série, t.* 32, 1851. — Sachs, Bot. Zeitung 1864. — Cailletet, *Comptes rendus*, *T.* 65, 1867. — Timirjaseff, Bot. Zeitung 1869. — Prillieux, *Ann. des sciences naturelles* 1869. — Pfeffer, Arbeiten des botanischen Inst. in Würzburg, Heft I., 1871. — Baranetzky, Bot. Zeitung 1871.

des durchgelassenen Lichts, und betrachtet den so erhaltenen Mittelwerth als die dem mittleren Strahle des jeweiligen Spectrums entsprechende Zersetzungskraft. Indem er diese Werthe als Ordinaten an den entsprechenden Stellen des als Abscissenlinie dienenden Spectrums aufträgt, erhält er eine Curve, welche das Gesetz der Assimilation ausdrücken soll. Er findet, daſs diese Curve mit der Wärmecurve des Sonnenspectrums nahe übereinstimmt, und schlieſst daraus, *„daſs die Zersetzung den Erwärmungskräften der Sonnenstrahlen proportional sey.“*

Dieses Rechnungsverfahren kann von Willkührlichkeit nicht freigesprochen werden. Es wurde der Rechnung, wie es scheint, das gewöhnliche prismatische Spectrum (das Dispersionsspectrum), wie man es etwa mittels eines Flintglasprismas erhält, zu Grunde gelegt; wäre statt dessen das normale Spectrum (das Diffractionsspectrum), in welchem die weniger brechbaren Strahlen eine verhältniſsmäſsig gröſsere Ausdehnung besitzen, angewendet worden, so hätten sich für diese Strahlen nothwendig kleinere Mittelwerthe ergeben müssen, und die Annäherung an die Wärmecurve wäre dadurch weniger auffällig geworden. Auch die Errichtung der Ordinaten gerade in der Mitte des jeweils durchgelassenen Spectrums erscheint willkührlich. Auſserdem muſs, wie bei allen diesen Versuchen, geltend gemacht werden, daſs dieselben in völliger Strenge nicht mit einander vergleichbar sind. Daſs übrigens der obige Satz, so wie ihn Hr. Timirjaseff ausspricht, nicht wahr seyn kann (nach unserer Ansicht enthält er allerdings die *Hälfte* der Wahrheit), beweist schon der Umstand, daſs unter dem Einfluſs der dunkeln ultrarothen Strahlen, welche als die *wärmsten* des Spectrums nach jenem Satze für die Assimilation am meisten leisten müſsten, nicht nur keine Kohlensäure zersetzt, sondern sogar Kohlensäure ausgeschieden wird.

Die HH. Prillieux und Baranetzky, in der Absicht, den Einfluſs der Lichtstärke auf die Zersetzungskraft zu prüfen, suchten sich Lösungen herzustellen, welche

[redacted]

verschiedene Farben mit gleicher Helligkeit durchließsen, und bedienten sich, um diesen Zweck zu erreichen, der Methode der Vergleichung der Schatten (Rumford's Photometer). Diese Methode kann aber nur mit Sicherheit angewendet werden, wenn die zu vergleichenden Lichtsorten gleichfarbig sind; ist die Farbe der Lichtsorten und demnach auch diejenige der Schatten verschieden, so wird unser Urtheil über deren gleiche Helligkeit (Lichtstärke) unsicher. Auch würde jedenfalls eine blaue Lösung z. B., damit sie unserem Auge gleich hell erschiene wie eine gelbe, so schwach gemacht werden müssen, dafs sie nicht nur blaue und violette, sondern auch noch grüne, gelbe und rothe Lichtstrahlen durchliefse. Das Mifslichste aber bei diesen Versuchen ist, dafs in sie ein physiologisches Moment hineingetragen wird, welches der zu erforschenden Erscheinung völlig fremd ist. In der That, was hat die subjective Empfindungsstärke des menschlichen Auges für verschiedene Farben mit dem objectiven Vorgang der Assimilation in der Pflanze zu thun?

Auf Grund dieser Versuche ziehen die HH. Prillieux und Baranetzky den Schlufs, *dafs die Assimilation allein von der Intensität des Lichts bedingt sey, unabhängig von dessen Farbe und anderen Eigenschaften.* Wir wollen untersuchen, was dieser Ausspruch zu bedeuten habe.

Wir haben gesehen, dafs die Zahlenangaben, welche Hr. Pfeffer für die Zersetzungskraft der einzelnen Farbenbezirke macht, auf der Voraussetzung beruhen, dafs die durch die einzelnen Lösungen gegangenen farbigen Lichtmengen dieselbe Intensität haben, wie die entsprechenden Theile im Spectrum des weifsen Lichts, welches durch eine gleichdicke Schicht klaren Wassers gegangen ist. Es hat daher einen ganz bestimmten klaren Sinn, wenn z. B. die Zersetzungskraft der blauvioletten Strahlen zu 7,6 Proc. angegeben wird; es heifst das, die Wirkung der blauvioletten Strahlen, wenn sie in der verhältnifsmäfsigen Intensität angewendet werden, wie sie im weifsen Sonnenlicht enthalten sind, beträgt 7,6, wenn die des weifsen

Lichts 100 beträgt. Damit ist zugleich gesagt, dafs, wenn die Intensität des Blau-Violett 13,2mal so stark gemacht wird, ihre Wirkung ebenfalls 100 seyn werde. Etwas ähnliches haben die HH. Prillieux und Baranetzky gethan; sie haben sich durch ihr Verfahren von dem Intensitätsverhältnifs der einzelnen Farben im Sonnenspectrum weit entfernt, indem sie die brechbareren Farben, welche auf unser Auge einen schwachen Eindruck hervorbringen, in verhältnifsmäfsig viel gröfserer Stärke einwirken liefsen als die weniger brechbaren, für welche das Auge viel empfindlicher ist. Das gefundene Resultat ist daher nicht nur nicht zu verwundern, sondern wäre sogar vorauszusehen gewesen. Aber eben darum ist es völlig nichtssagend, und kann gegen den Satz, *dafs jeder Spectralfarbe eine specifische Zersetzungskraft zukommt*, nichts beweisen.

Durch die bisher besprochenen Versuche ist demnach weder bewiesen, dafs die *hellsten* (gelben) Strahlen, wie Hr. Pfeffer meint, noch dafs die *wärmsten* Strahlen (nach Hrn. Timirjaseff) die wirksamsten seyen, noch auch, wie die HH. Prillieux und Baranetzky wollen, dafs die Zersetzungskraft von der Farbe unabhängig sey. Das grofse Verdienst dieser und der übrigen oben citirten Arbeiten (welche hier einzeln zu besprechen unnöthig erscheint), besteht vielmehr darin, gezeigt zu haben, *dafs die für die Kohlensäurezerlegung wirksamsten Strahlen der weniger brechbaren Hälfte des Spectrums angehören;* sie haben damit zugleich das Vorurtheil beseitigt, als ob die brechbareren Strahlen, welche auf die Silberhaloidsalze zersetzend wirken, vorzugsweise „chemisch wirksame" Strahlen seyen und so benannt werden müfsten.

Dieses Ergebnifs hat Hr. Sachs, als Schlufsfolgerung aus seinen Versuchen, in exacter Weise ausgesprochen: „Das *gemischte orange* Licht, dessen Einflufs auf das photographische Papier während der Beobachtungszeit unmerklich war, leistete bei der Gasabscheidung fast eben so viel wie das weifse Licht; während das blaue, trotz



der energischen Bräunung des photographischen Papiers, nur unbedeutend auf die Pflanze einwirkte."

Aufserdem scheint mir aber aus den oben erwähnten von Hrn. Pfeffer mit Chlorophyllösung angestellten Versuchen noch mit Sicherheit hervorzugehen, *dafs die für die Kohlensäurezerlegung wirksamen Strahlen gerade diejenigen sind, welche vom Chlorophyll absorbirt werden.*

Wir kommen jetzt zu den Versuchen, welche unter der directen Einwirkung der Strahlen des Sonnenspectrums ausgeführt wurden. Wenn wir die Versuche des Hrn. Gardner[1]), welcher keine Gasbestimmungen ausführte, sondern nur beobachtete, dafs junge etiolirte Pflanzen unter der Einwirkung der gelben Strahlen am schnellsten ergrünten, bei Seite lassen, so haben wir zunächst die Versuche des Hrn. Draper[2]) in Betracht zu ziehen. Hr. Draper brachte grüne Pflanzentheile (Grashalme) mehrere Tage lang in der Dunkelheit unter mit Kohlensäure gesättigtes Wasser, um die an ihrer Oberfläche etwa adhärirende Luft zu entfernen. Sodann füllte er sieben Glasröhren von 13^{mm} Durchmesser und 18^{cm} Länge mit reinem kohlensäurehaltigem Wasser; er kehrte sie um in einer mit dem nämlichen Wasser gefüllten kleinen Wanne, und brachte in ihren oberen Theil die nämliche Anzahl Grashalme, indem er Sorge trug, dafs dieselben einander möglichst gleich waren. Sämmtliche Röhren wurden vertical und parallel neben einander in der Wasserwanne aufgestellt.

Er stellte nun diesen Apparat so auf, dafs ein mittelst Heliostat und Prisma entworfenes Spectrum auf die Theile der Röhren fiel, welche die Halme enthielten, derart, dafs jede derselben eine durch eine bestimmte Farbe charakterisirte Strecke des Spectrums einnahm. Nach einigen Minuten fing in den Röhren, welche von den orangefarbenen, gelben und grünen Strahlen getroffen wurden, die Gasentwicklung an; nach Verlauf von 1½ Stunde war die Gasmenge beträchtlich genug, um eine Messung zu ge-

1) *Philosoph. magazine*, 1844 (*Vol. XXIV, p.* 1).
2) *Philosoph. magazine*, 1844 (*Vol. XXV, p.* 169).

statten. Die Resultate der zwei in dieser Weise angestellten Versuche sind folgende:

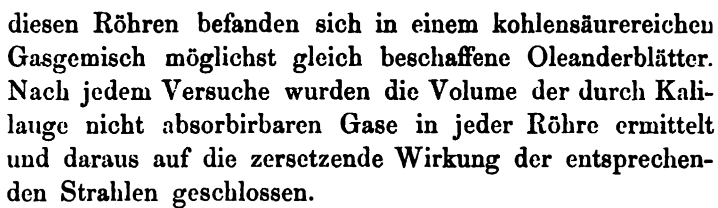
Farbe des einfallenden Lichts	Volum. des entwickelten Gases	
	I. Versuch	II. Versuch
Dunkelroth	0,33	—
Roth und Orange	20,00	24,75
Gelb und Grün	36,00	43,75
Grün und Blau	0,10	4,10
Blau	—	1,00
Indigo	—	—
Violett	—	—

Danach käme dem Farbenbezirk „Gelb und Grün" die höchste Zersetzungskraft zu.

Hr. Gerland beruft sich besonders auf diese im objectiven Spectrum erhaltenen Resultate des Hrn. Draper, wenn er es in der oben bereits citirten Abhandlung als feststehend bezeichnet, daſs das Maximum der Zersetzungskraft im gelben Lichte liegt. Auf die Autorität der Draper'schen Versuche gestützt, stellt Hr. Gerland sogar die Vermuthung auf, daſs die Assimilation nicht durch das Chlorophyll, sondern durch einen dem Chlorophyll beigemengten Stoff bedingt werde, der im Gelb einen nach beiden Seiten langsam in Helligkeit übergehenden dunkeln Absorptionsstreifen haben, und dessen Farbe demnach bläulich seyn müsse.

Die Draper'schen Resultate sind aber durch eine jüngst erschienene Arbeit [1]) des Hrn. N. J. C. Müller vollständig widerlegt. Hr. Müller hat, in ähnlicher Anordnung wie Hr. Draper, 9 Versuchsreihen durchgeführt, in welchen von 4 bis 9 Absorptionsröhren gleichzeitig verschiedenen Theilen des Spectrums ausgesetzt waren. In

1) Botanische Untersuchungen von Dr. N. J. C. Müller. I. Untersuchungen über die Sauerstoffausscheidung der grünen Pflanzen im Sonnenlicht; Heidelberg 1872.



diesen Röhren befanden sich in einem kohlensäurereichen Gasgemisch möglichst gleich beschaffene Oleanderblätter. Nach jedem Versuche wurden die Volume der durch Kalilauge nicht absorbirbaren Gase in jeder Röhre ermittelt und daraus auf die zersetzende Wirkung der entsprechenden Strahlen geschlossen.

Das Ergebniſs der Untersuchungen des Hrn. Müller läſst sich in folgenden Worten zusammenfassen:

Die Assimilation der Kohlensäure hat in dem rothen Ende des Spectrums ihr Maximum, und zwar liegt dieses Maximum, dem ersten Absorptionsstreifen des Chlorophylls entsprechend, zwischen B und C. Ein zweites aber kleineres Maximum kommt dem zweiten Absorptionsstreifen bei D zu.

Die Existenz des Hauptmaximums der Assimilation im Roth zwischen *B* und *C*, sowie des zweiten Maximums im Orange, ist hiemit erwiesen und es läſst sich hoffen, daſs bei genauerer Untersuchung der Assimilation im Gelb und Grün auch die den Absorptionsbändern III und IV entsprechenden Maxima nachgewiesen werden. Wie Hrn. Draper jenes Hauptmaximum entgehen konnte, läſst sich vielleicht in folgender Weise erklären. Bei der von ihm getroffenen Anordnung seiner Röhren konnte es geschehen, daſs die schmale Zone des Roth zwischen *B* und *C* zwischen die erste und zweite Röhre fiel, während das zweite Maximum auf die zweite, das dritte und vierte Maximum auf die dritte Röhre traf. Bei dieser Annahme, zu deren Bestätigung freilich jeder positive Anhaltspunkt fehlt, würden sich die Draper'schen Zahlangaben leicht erklären.

Daſs das Maximum der Zersetzungskraft für Kohlensäure den *mittleren rothen* Strahlen (zwischen *B* und *C*) zukomme, dürfte hienach als eine wohlbewiesene Thatsache zu betrachten seyn. Worauf ich aber noch ganz besonders und wiederholt aufmerksam machen möchte, ist der enorme Unterschied, welcher hinsichtlich ihrer assimilirenden Wirkung zwischen diesen *mittleren* und zwischen den *äuſseren rothen* Strahlen (von *A* bis nahe vor *B*) bestehen muſs, wenn anders die Eingangs aufgestellten theoretischen

[redacted]

Gesichtspunkte richtig sind. Während jene, energisch absorbirt und von großer Intensität, die höchste Zersetzungskraft besitzen, werden diese bei noch größerer Intensität gar nichts leisten, weil sie nicht absorptionsfähig sind. Diesen diametralen Gegensatz in der Wirkung zweier schmalen Spectralzonen, welche unmittelbar an einander gränzen, nach der Draper-Müller'schen Methode durch Assimilationsversuche in den Strahlen des objectiven Spectrums nachzuweisen, dürfte äußerst schwierig seyn. Um nun diesen Gegensatz augenfällig zu machen, habe ich im Juli 1871 folgenden einfachen Versuch angestellt.

In einer Anzahl Blumentöpfen wurden Bohnenpflanzen (sog. Ackerbohnen) erzogen. Zwei derselben, welche möglichst gleich waren, jede mit vier völlig entwickelten Blättern und mehreren noch unentwickelten Blättchen, beide gleich kräftig, wurden unter würfelförmigen Käfigen, deren Wände und Decke durch in Nuthen eingeschobene Glastafeln gebildet waren, vor ein Fenster gestellt, an welches Vormittags einige Stunden lang die Sonne schien, und daselbst eine Woche lang stehen gelassen.

Jede Wand des einen Käfigs bestand aus einem blauen Kobaltglas und einem rothen Kupferoxydulglas, beide übereinandergeschoben. Die Combination dieser beiden farbigen Gläser läßt, wie ich früher [1]) gezeigt habe, nur das äußere Roth von *A* bis *B* durch.

Die Wände des zweiten Käfigs bestanden ebenso aus je einer rothen und einer violetten Glastafel; durch sie konnte nur das mittlere Roth in merklicher Stärke hindurchgehen.

Beide Gläsercombinationen waren von so dunkler Nüance, daß man von außen die unter den Käfigen stehenden Pflanzen kaum sehen konnte; die zweite war jedoch ein wenig heller; mit dem Thermomultiplicator geprüft, zeigten sie nur einen sehr geringen Unterschied in ihrer Durchlässigkeit für Wärmestrahlen, und zwar ebenfalls zu Gunsten der zweiten.

1) Erythroskop und Melanoskop; Ann. Bd. 143 S. 483.

Die erste Bohnenpflanze befand sich demnach unter der Einwirkung der äuſseren, die zweite unter der Einwirkung der mittleren rothen Strahlen.

Nach Verlauf einer Woche zeigte sich die erste Pflanze in ihrem Wachsthum zurückgeblieben und vollständig vergilbt; die jungen Blättchen hatten sich nicht weiter entwickelt, sondern hatten noch dieselbe Gröſse wie bei Anfang des Versuchs.

Die zweite Pflanze dagegen war bis zur Decke ihres Käfigs emporgewachsen, ihre Blätter waren kräftig grün, die jungen Blättchen hatten sich ausgebreitet bis zur doppelten Gröſse. Die Pflanze unterschied sich in nichts von ihren gleichaltrigen Schwestern, welche unterdessen dem diffusen Tageslicht ausgesetzt gewesen waren.

Dieser einfache Versuch zeigt, daſs die *mittleren rothen* Strahlen für sich allein schon das Wachsthum einer Pflanze unterhalten können, die *äuſsern rothen* Strahlen aber hiezu unfähig sind.

Er zeigt ferner, daſs es bei dieser Wirkung durchaus nicht auf die *Leuchtkraft* (denn jenes Roth war sehr dunkel), d. i. auf die im menschlichen Auge erregte Stärke der Empfindung, sondern einzig auf die *richtige Qualität* der Strahlen ankommt.

Erlangen, im December 1871.

VI. *Ein Käfer-Eudiometer, Vorschlag zu einem Vorlesungsversuch; von W. Müller in Perleberg.*

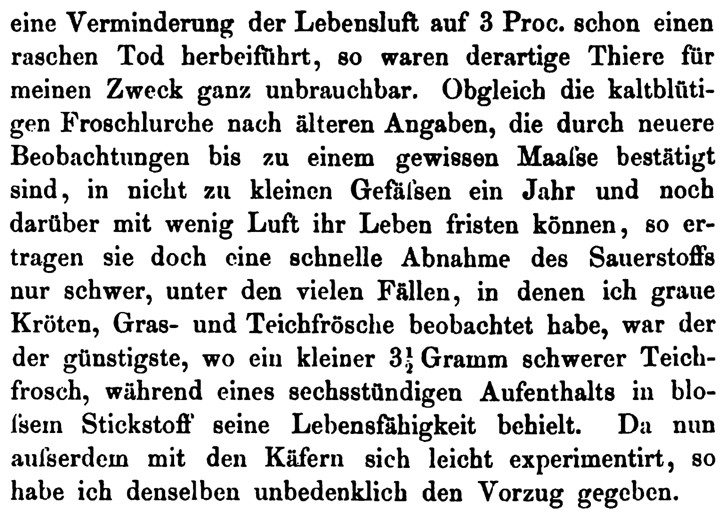
Ausgehend von dem Gedanken, ob bei ähnlich organisirten Thieren in der Menge der beim Athmen consumirten Sauerstoffs unter Berücksichtigung des Körpergewichts der Athmenden ein Anhalt zu gewinnen sey für die Charakteristik derselben, hatte ich eine Reihe von Versuchen

mit vorzugsweise wirbellosen Thieren, namentlich mit Käfern ausgeführt und dabei beobachtet, dafs einzelne Arten den Sauerstoff aus der Luft überraschend vollständig aufzunehmen im Stande sind. Sie zeigen sich dabei zum Theil so zählebig, dafs sie selbst nach vielstündigem Aufenthalt in der sauerstofffreien Atmosphäre, während dessen sie in Erstarrung verfallen, durch nachherige Berührung mit frischer Luft allmählig die gewöhnlichen Lebensfunktionen wieder aufnehmen und dann nach der Lebhaftigkeit ihrer Bewegungen und der Gröfse ihres Appetits zu urtheilen für eine auf mehrere Tage sich erstreckende Beobachtung sich vollkommen gesund erweisen. Die genannten Thiere erscheinen daher sehr geeignet, um die Eigenschaft des Sauerstoffs als Lebensluft zu demonstriren.

Drei Arten von kräftigen Raubkäfern habe ich speziell für den erwähnten Zweck geeignet gefunden, den gemeinen Gelbrand *Dyticus marginalis*, einen kleineren Schwimmkäfer *Acilius sulcatus* und einen Laufkäfer *Carabus granulatus*. Die beiden letzteren können nach meinen Erfahrungen die Abwesenheit des Sauerstoffs länger überdauern als der Gelbrand — in einem Falle hatte der Laufkäfer 60 Stunden in der Stickstoffatmosphäre zugebracht, und doch genügte ein Aufenthalt an frischer Luft von einigen Minuten um ihn munter einherlaufen zu lassen —, indessen empfehle ich trotzdem den Gelbrand für den Versuch, weil er leichter zu haben ist. Im Freien kann man denselben zu jeder Jahreszeit, selbst im Winter unter dem Eise, ziemlich häufig antreffen, und dann ist er jetzt in gröfseren Städten für die Zimmeraquarien vielfach käuflich zu haben. Auch läfst er sich in einem kleinen Wasserbehälter ohne Schwierigkeit lange Zeit aufbewahren, wenn man ihn nur gut mit Futter, Regenwürmern, kleinen Wasserthieren versorgt.

Weil nach den Untersuchungen von W. Müller [1]) Säugethiere bei einem Gehalt an Sauerstoff von 4 bis 5 Proc. bald krankhafte Athmungssymptome erkennen lassen und

1) Ann. d. Chemie und Pharm., CVIII, 257.



eine Verminderung der Lebensluft auf 3 Proc. schon einen raschen Tod herbeiführt, so waren derartige Thiere für meinen Zweck ganz unbrauchbar. Obgleich die kaltblütigen Froschlurche nach älteren Angaben, die durch neuere Beobachtungen bis zu einem gewissen Maafse bestätigt sind, in nicht zu kleinen Gefäfsen ein Jahr und noch darüber mit wenig Luft ihr Leben fristen können, so ertragen sie doch eine schnelle Abnahme des Sauerstoffs nur schwer, unter den vielen Fällen, in denen ich graue Kröten, Gras- und Teichfrösche beobachtet habe, war der der günstigste, wo ein kleiner $3\frac{1}{2}$ Gramm schwerer Teichfrosch, während eines sechsstündigen Aufenthalts in blofsem Stickstoff seine Lebensfähigkeit behielt. Da nun aufserdem mit den Käfern sich leicht experimentirt, so habe ich denselben unbedenklich den Vorzug gegeben.

Zu dem Versuche bedient man sich einer einfachen Glasröhre, welche in der Art eines gewöhnlichen Eudiometers getheilt ist. In dieselbe sperrt man den Käfer vermittelst eines kreisförmig geschnittenen Stückes Drahtnetz ein. Auf dieses Drahtnetz ist ein federnder Messingstreifen gelöthet, welcher nach unten gebogen, das Ganze in der Eudiometerröhre festhält. Ein auf der unteren Seite des Messingstreifens befindlicher Haken trägt einen kleinen Eimer, in welchem sich pulvrisirtes Kalkhydrat befindet, das die Kohlensäure aufnimmt. Die Glasröhre wurde gewöhnlich durch Wasser abgesperrt und am Steigen desselben der Verbrauch des Sauerstoffs erkannt. Soll der Käfer während des Athmens im Wasser sich aufhalten, so mufs man durch Aufsetzen der Eudiometerröhre auf den Boden des Wassergefäfses sein Entweichen verhindern, im Uebrigen kann die Einrichtung des Apparates ganz ungeändert bleiben. Zeigt die Unveränderlichkeit im Stande des Sperrwassers das Ende des Versuchs an, so zieht man der Reihe nach die im oberen Theile der Eudiometerröhre befindlichen Gegenstände nach einander unter das Wasser derselben und ermittelt so ihr Volumen. Unter den zahlreichen Versuchen, die in der beschriebenen Weise aus-

geführt wurden, seyen zwei in der ersten Hälfte des Oktober angestellte genau nach ihren Resultaten angegeben. In dem ersten wurde bei Anwendung von 66,6 CC. atomosphärische Luft nach 72 Stunden die letzte Veränderung im Volumen des abgesperrten Gases constatirt, während der dann folgenden 22 Stunden blieb dasselbe völlig ungeändert, und die jetzt folgenden Messungen ergaben eine Verringerung im Volumen der Luft von 20,88 Proc. Der Käfer zeigte sich ganz regungslos, 12 Stunden später bewegten sich einzelne Glieder, und nach 2 Tagen frafs er gierig an einem Regenwurm, mit dem er behend im Wasser umherschwamm. Der zweite Versuch wurde bei 57,4 CC. Luft nach 64 Stunden als beendet erkannt und 6 Stunden später wurden Drahtnetz und Käfer entfernt. Es waren 20,94 Proc. vom Volumen der Luft verschwunden. Das rückständige Gas wurde mit $\frac{1}{28}$ atmosphärischer Luft versetzt, und mittelst eines Platindrahts eine Phosphorkugel hinzugebracht, es bildeten sich sofort Nebel, und der Phosphor leuchtete stark. Am folgenden Tage war das Volumen des Gases um $\frac{1}{5}$ der zugesetzten Luft verringert, und das Leuchten des Phosphors hatte aufgehört, ein zuverlässiger Beweis, dafs der athmende Käfer den Sauerstoff vollständig aus der Luft entfernt hatte.

Die gefundenen Zahlen stimmen mit anderen Luftanalysen in einem Grade überein, wie es kaum zu erwarten war, so z. B. giebt Bunsen in seinen „gasometrischen Methoden“ nach dem Ergebnifs von 26 Analysen den Sauerstoffgehalt der Luft zwischen den Gränzen von 20,84 und 20,97 Procent schwankend an.

Die Lebensthätigkeit des Käfers war übrigens im zweiten Falle wegen des kürzeren Aufenthalts im Stickstoff weniger erschöpft als bei dem vorigen, denn aus seinem Behältnifs herausgebracht bewegte er sofort die Fühler — nach allen Beobachtungen der erste Anfang der Regsamkeit —, und nach Verlauf einiger Stunden hatte er sich ganz erholt.

Ein im Wasser befindlicher Gelbrand entfernte aus

94,2 CC. Luft des Eudiometers nach einer im Monat September angestellten Beobachtung binnen 80 Stunden 21,1 Volumprocente, und somit bewährt sich das Eudiometer in beiderlei Gestalt. Nur darf nicht unerwähnt bleiben, daſs bei einigen, im Monat Juni, angestellten Versuchen eine viel gröſsere Menge Gas übrig blieb und mehrmals die Käfer starben, bevor noch das Volumen des Gases als ein constantes erkannt werden konnte. Die während dieser Zeit wahrscheinlich eintretende Steigerung in der Wirksamkeit der Lebensfunctionen scheint demnach die Accommodation der Thiere an verschiedenartig zusammengesetzte Luft zu erschweren, und auſserdem mag hier auch die von vielen Beobachtern [1]) wahrgenommene Abscheidung von Stickstoff in erheblichem Maſse hinderlich werden. Ob ähnliche Störungen in den Monaten Juli und August stattfinden, ist nicht ausgemacht.

Der vorgeschlagene Versuch bleibt selbst dann noch recht lehrreich, wenn der Käfer seine Lebensthätigkeit nach Beendigung desselben nicht wieder aufnehmen kann, erwacht das Thier jedoch aus seiner Erstarrung durch die Zufuhr frischen Sauerstoffs, so ist die Eigenschaft des letzteren als Lebensluft so greifbar dargestellt wie es nur gewünscht werden kann.

VII. *Ueber Aetzfiguren an Krystallen; von Dr. Heinr. Baumhauer,*

Lehrer am Technicum zu Frankenberg bei Chemnitz.

Ehe ich einige weitere bei der Untersuchung der Aetzfiguren an Krystallen von mir erhaltene Resultate den schon früher in diesen Annalen [2]) mitgetheilten hinzufüge,

1) Despretz, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 2 *Série*, XXVII. — Marchand, Journ. f. pr. Chem., XLIV, 1.

2) Siehe besonders Bd. 138, S. 563, Bd. 139, S. 349 und Bd. 140, S. 271.

mufs ich auf einen Punkt in meiner letzten ausführlicheren Abhandlung kurz zurückkommen. Ich bemerkte am Schlusse derselben folgendes: „Obschon die Aetzfiguren an Krystallen mit den Flächen und Spaltungsrichtungen derselben in engem Zusammenhange stehen, so lassen dieselben sich doch nicht durch solche allein erklären". Je mehr ich inzwischen über diesen Gegenstand nachdachte, um so mehr drängte sich mir die Ueberzeugung auf, dafs die Aetzfiguren eigentlich ganz unabhängig von den Spaltungsrichtungen der betreffenden Krystalle, ja manch mal im Widerspruch mit denselben auftreten, und dafs man nur Beziehungen zwischen ihnen und den allgemeinen Form- und Symmetrieverhältnissen der Krystalle aufzufinden versuchen kann. Wollte man von der Voraussetzung ausgehen, die Aetzfiguren seyen unabhängig von den Spaltungsrichtungen, so würde man offenbar beim Hauptrhomboëder des Calcits, sowie bei der tafelartigen Fläche *M* des doppeltchromsauren Kalis eher vier- als dreiseitige Vertiefungen, wie sie in Wirklichkeit auftreten, erwarten. Dies führt zu dem berechtigten Schlusse, dafs die Krystallflächen, resp. die Masse der Krystalle, gegen corrodirende Mittel sich anders verhalten als gegen Spaltung, — dafs also in chemischer Hinsicht eine andere Cohäsion, wenn ich so sagen darf, existirt oder doch existiren kann als in physikalischer. Beide Trennungsrichtungen kann man als zwei besondere Aeufserungen des allgemeinen freilich noch unbekannten Gesetzes der Krystallaggregation betrachten. Damit öffnet sich ein weites Feld der Forschung, welches leider bis jetzt nur sehr wenig bebaut wurde. Doch ist kaum zu bezweifeln, dafs wir erst dann zu einer allseitigen Kenntnifs der Natur der Krystallindividuen gelangen werden, wenn auch die auf chemischem Wege aufdeckbaren Structurverhältnisse genau erforscht sind. Es mufs eine chemisch-mikroskopische Anatomie der Krystalle ausgebildet und meiner Ansicht nach in gewisser Beziehung noch Vieles geleistet werden, bevor die Mineralogie auf der Höhe der übrigen beschreibenden

Naturwissenschaften stehen wird. Das Mikroskop hat der Mineralogie noch zu wenig Dienste geleistet.

Bisher haben sich hauptsächlich Leydolt, v. Kobell und K. Haushofer mit der Erforschung der Structur geätzter Krystallflächen beschäftigt, deren Erfahrungen ich verschiedenes Neue hinzufügte. Nachfolgendes möge als weiterer, wenn auch kleiner Beitrag in dieser Hinsicht angesehen werden. Zunächst habe ich den triklinen Kupfervitriol untersucht. Mit Wasser geätzt, zeigen seine Flächen *M*, *T*, *n*, *P* die auf Taf. V Fig. 6*a* und 6*b* abgebildeten vertieften Figuren. Die genannten Flächen [1]) erhalten folgende Formeln:

$$M = a : b' : \infty c$$
$$T = a : b : \infty c$$
$$n = a : \infty b : \infty c$$
$$P = a : c : \infty b$$

Haushofer bildet in seiner Schrift: „Ueber den Asterismus und die Brewster'schen Lichtfiguren am Calcit" einige Aetzfiguren für die Hauptrhomboëderfläche des Dolomits ab, die er mittelst kochender verdünnter Salpetersäure oder Salzsäure hervorrief, und die untereinander sowohl wie von denjenigen des Calcithauptrhomboëders in Bezug auf Gestalt und Lage bedeutend abweichen. Eine Form, welche er an Dolomitspaltungsrhomboëdern durch Aetzen mit verdünnter Salzsäure erhielt, ist in Fig. 7 Taf. V wiedergegeben. Fast ebenso verhält sich der Spatheisenstein, dessen Spaltungsrhomboëder (von Neudorf im Harz) nach dem Aetzen mit kochender concentrirter Salzsäure gleichfalls dreiseitige sehr kleine Vertiefungen (mit etwas gedehnter Spitze) zeigt, die mit ihrer Basis dem Scheiteleck des Rhomboëders zugewandt liegen (Fig. 8). Diese Vertiefungen zeigen sich mit großer Deutlichkeit auf gewissen unregelmäßig vertheilten Streifen der Rhomboëderflächen, welche beim Aetzen verhältnißmäßig glänzend bleiben und deßhalb leicht zu finden sind. Diese Streifen sind nur von wenigen einzelstehenden Vertiefungen

1) S. Quenstedt, Mineralogie S. 531.

bedeckt, wogegen letztere gewöhnlich so dicht neben einander auftreten, daſs die Fläche dadurch keine deutliche Structur mehr aufweist. Die Aetzfiguren des Dolomits und des Spatheisensteins, gegenüber denjenigen des Calcits, müſsten uns in der Ansicht bestärken, daſs wir über die näheren Bedingungen der Art ihres Auftretens noch durchaus im Unklaren sind. Je unerwarteter aber die Thatsachen sind, welche uns auf diesem Gebiete begegnen, um so mehr darf man davon überzeugt seyn, daſs die Mineralogen dieselben in Zukunft einer aufmerksameren Betrachtung würdigen werden, als es bis jetzt im allgemeinen geschehen ist.

Interessant ist auch das Verhalten des Eisenvitriols, den man aus mit Kupfervitriol ziemlich stark versetzten Lösungen in prachtvollen scheinbaren Rhomboëdern krystallisirt erhält. Haüy und Mitscherlich nahmen ihn auch rhomboëdrisch. Er ist jedoch monoklin, und die scheinbaren Rhomboëder bestehen aus der Säule T mit der scharfen Kante von 82° 21′ und der Schiefendfläche P, welche hinten die scharfen Kanten $\frac{P}{T}$ 80° 37′ bildet, die nur 1° 44′ vom vorderen Säulenwinkel $\frac{T}{T}$ abweichen. Trocknet man die aus der Mutterlauge genommenen Krystalle sorgfältig mit Flieſspapier ab, so findet man, daſs die Flächen P sich durch die Lage ihrer Aetzfiguren von den Flächen T deutlich unterscheiden, wie dies Fig. 9 zeigt. Die Vertiefungen auf P gehen parallel mit der Diagonale zwischen den stumpfen Winkeln der gleichmäſsig ausgebildeten Fläche.

Endlich habe ich noch Arragonitkrystalle untersucht und theile die Ergebnisse zur Erweiterung des schon von Leydolt[1]) Gefundenen mit. Die Fläche $M = a : b : \infty c$ zeigt mit verdünnter Salzsäure geätzt Vertiefungen, wie sie Fig. 10 $a - f$ wiedergiebt. Dieselben richten ihre Spitze der stumpfen Säulenkante zu. Die Fläche $P = b : c : \infty a$

1) Sitzungsber. d. Wien. Akad. 1856. 19. 10.

[redacted]

liefert nach dem Aetzen mit verdünnter Salzsäure vertiefte Formen, wie sie Taf. V Fig. 6 $a-c$ zeigt. Sie sind in der Richtung des beistehenden Pfeiles der Kante $\frac{P}{P}$ 108° 28' zugewandt.

Frankenberg (Sachsen), im November 1871.

VIII. *Ueber einige Folgerungen aus der heutigen Lehre vom Kosmos; von E. Budde.*

§. 1.

Wir gehen von der Voraussetzung aus, dafs die Sternschnuppen oder Aerolithen kleine Weltkörper seyen und dem Newton'schen Gravitationsgesetze gehorchen. Ein beliebiger solcher Weltkörper p befinde sich innerhalb des Anziehungsgebietes der Erde, jedoch, wie wir zunächst annehmen wollen, aufserhalb der Atmosphäre. Zu irgend einer Zeit t sey seine Entfernung vom Erdmittelpunkt r, seine *relative* Geschwindigkeit gegen denselben v, zugleich sey U_r der Werth, den die Potentialfunction der Erde an dem augenblicklichen Orte von p hat. Dann sind zwei Fälle möglich: entweder ist $\frac{v^2}{2}$ kleiner als U_r, oder es ist nicht kleiner. Im letzteren Falle wirkt die Erdanziehung nur als vorübergehende Störung auf den Aerolithen; im ersteren ist der kleine Weltkörper ein Satellit der Erde. Ich glaube nun, dafs bei der enormen Menge der im Sonnensystem umherschweifenden kleinen planetarischen Massen, bei der unendlichen Mannigfaltigkeit ihrer Bahnen und der möglichen Störungen der Fall $\frac{v^2}{2} < U_r$ für einzelne, ja viele derselben wirklich vertreten ist, dafs also die Erde aufser dem Monde noch ein Heer von kleinen, dunklen Begleitern auf ihrem Wege um die Sonne mit sich führt.

Die Wahrscheinlichkeit, dafs einzelne Insassen des Sonnensystems sich in geschlossener Bahn um die Erde bewegen, ist von derselben Ordnung wie die Wahrscheinlichkeit, dafs einzelne Angehörige des Weltsystems um die Sonne kreisen — und die letztere ist Gewifsheit.

Giebt man das Vorhandensein solcher „Mikrosatelliten“ zu, so tritt natürlich sofort die Frage auf, ob wohl einzelne derselben für uns sichtbar werden können. Man sieht leicht ein, dafs dazu besondere Glücksumstände gehören: hervorragende Gröfse und verhältnifsmäfsige Nähe des Körpers, so wie ein Hintergrund, von dem er sich abhebt — ein Durchgang durch die Mondscheibe könnte vielleicht zuerst die Gelegenheit darbieten, einen Mikrosatelliten unzweideutig zu beobachten; ebenso, aber weniger sicher, ein Durchgang durch die Sonne oder die Milchstrafse.

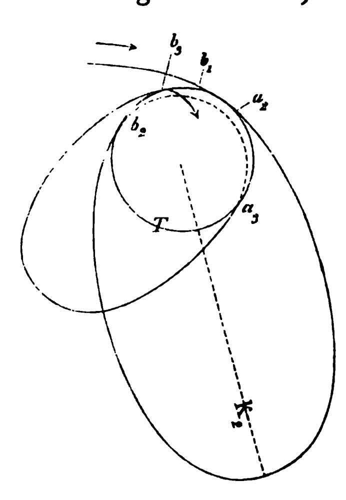
Wie der Erde, so wird man auch dem Monde und den anderen grofsen Massen des Sonnensystems winzige Begleiter zuschreiben müssen. Die Zahl derselben kann variiren: abgesehen davon, dafs etwa ein vorüberfahrender Komet einige mit fortreifst oder auch absetzt, wird dasselbe widerstehende Mittel, welches die Umlaufszeit des Enke'schen Kometen verkürzt, oder was sonst von ponderablen Theilen durch das ganze Sonnensystem verbreitet ist, auch die Mikrosatelliten, und diese wegen ihrer geringen Masse ganz besonders, afficiren, ihrem Centralkörper nähern, sie mit dessen Atmosphäre, wenn eine vorhanden, in Berührung und somit über kurz oder lang zum Sturze auf denselben bringen. Ferner kann ein vagirender Aerolith durch irgend eine Störung (letzteres Wort im weitesten Sinne genommen) in der Nähe der Erde resp. eines anderen Planeten in Verhältnisse kommen, welche ihn zum dauernden oder temporären Trabanten derselben machen.

§. 2.

Einen interessanten Fall, dessen Eintreffen zugleich die Eigenschaft hat, dafs seine Wahrscheinlichkeit sich aus



der Erörterung selbst ergiebt, erhält man, wenn man die Einwirkung der Planetenatmosphären mit in Betracht zieht. Wir denken uns jetzt wieder einen Aerolithen p im Bereich der Erde, setzen aber diesmal voraus, daſs er bei seiner Bewegung die Erdatmosphäre streife. Zur Vereinfachung des Ausdrucks wollen wir dabei die Atmosphäre so behandeln, als ob sie eine scharf begränzte Masse, aus ruhenden nach oben dünner werdenden Schichten zusammengesetzt, sey — man wird leicht sehen, daſs an dem Folgenden durch das Aufgeben dieser Vereinfachung nichts Wesentliches geändert werden würde. Ferner möge vorerst ein schematischer, in Bezug auf die Einzelnheiten prägnant und willkürlich hingestellter Fall betrachtet und nachher erst gezeigt werden, wie die Erörterung der Wirklichkeit sich an ihn anlehnt. (Vgl. zum Folgenden die Figur, die übrigens nur als qualitativer Anhalt für die Vorstellung dienen soll.)



Wir denken uns also, der Meteorit trete bei b_1, nahezu tangential bewegt, in die höchsten Schichten der Atmosphäre T mit der relativen Geschwindigkeit v_1 ein, der Werth der Potentialfunction U daselbst sey U_b'; er verlasse die Atmosphäre bei a_2 mit der Geschwindigkeit v_2 und unter dem Werthe U_a'' von U. Es ist nun die Oberfläche des ruhenden Luftmeeres eine Niveaufläche, sämmtliche U also sind für dieselbe gleich einem constanten Werth U_0, und wenn das Gesetz der Erhaltung der Kraft für die Massenbewegung von p gültig wäre, so müſste wegen $U_b' = U_a''$ auch $v_2^2 = v_1^2$ seyn. Der Widerstand der Atmosphäre ändert aber diese Beziehung in dem Sinne, daſs

$$v_2^2 < v_1^2$$

wird. Es soll nun die Bewegung von p der Art seyn, daſs die beiden Ungleichungen

$$\left.\begin{aligned}\frac{v_1^2}{2} > U_0 \\ \frac{v_2^2}{2} < U_0\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

für dieselbe gültig sind. Dann ist der Körper als selbstständiger Planet in die Atmosphäre eingetreten und verläſst sie als Satellit der Erde. Nach seinem Austritt bei a_2 beschreibt er eine Ellipse, deren groſse Axe K_2 sey; sein Perigäum würde bei ungehinderter Bewegung in einen Punkt von K_2 fallen, der in der Erdatmosphäre liegt. Aber an der Stelle b_2, symmetrisch zu a_2 gelegen, beginnt wieder die Wirkung des Luftwiderstandes; die Form der Bahn ändert sich, er erreicht nicht wieder den Punkt a_2. Wir nehmen an, er verlasse die Atmosphäre diesmal bei a_3 mit der Geschwindigkeit v_3. Dann ist offenbar $v_3^2 < v_2^2$; der Mikrosatellit beschreibt also eine neue, anders orientirte und kleinere Ellipse. Diese führt ihn bei b_3 zum dritten mal in die Atmosphäre; die Störung durch Luftwiderstand wiederholt sich, u. s. w. Der Körper p beschreibt nacheinander eine Reihe von n verschiedenen Bahnen. Mit Ausnahme der letzten besteht eine jede von diesen aus zwei Theilen, einem elliptisch-spiraligen Stück ba und einem rein elliptischen Stück ab. Das letztere wird von Bahn zu Bahn kleiner, und bei der allerletzten Bewegung kommt es gar nicht mehr zu Stande: das Stück ba wird dadurch unterbrochen, daſs es den Körper auf Theile der Erde führt, die durch ihren groſsen Widerstand die Geschwindigkeit v vernichten. Der Meteorit wird ein Theil der Erde.

In dieser Darstellung des Verlaufes der Bewegung von p ist Verschiedenes willkürlich angenommen, Anderes ungenau.

Zunächst ist die Annahme ohne Motivirung hingestellt, daſs die Ungleichungen (1) für irgend welche Aerolithen



gültig seyen; ferner ist willkürlich angenommen, dafs der betrachtete Körper wirklich noch die Atmosphäre ein oder mehrere Male an den Stellen a verlasse. Wenn man nun aber die unendliche Mannigfaltigkeit in den Bewegungen, in der Tiefe des Eindringens, in dem Grade des Aufleuchtens und der entsprechenden Verminderung von v^2 für die beobachteten Sternschnuppen erwägt, wenn man ferner bedenkt, dafs wir allen Grund haben, für die nicht beobachteten Durchgänge von Aerolithen, namentlich durch die höchsten Luftschichten, eine noch sehr viel gröfsere Häufigkeit und annähernd eben so grofse Mannigfaltigkeit vorauszusetzen, wie für die beobachteten, dann wird man, wie ich glaube, den folgenden Schlüssen eine gewisse Berechtigung nicht versagen können:

1) Die Wahrscheinlichkeit, dafs die Ungleichungen (1) überhaupt jemals für irgend eine Sternschnuppe gültig waren, sind, oder seyn werden, ist $= 1$.

2) Die Wahrscheinlichkeit, dafs das ziemlich häufig eintritt, ist nicht gering. Es ist sogar nicht unwahrscheinlich, dafs die Existenz eines oder mehrerer temporären Satelliten von der Art des oben betrachteten Körpers p die Regel, das gänzliche Fehlen derselben für längere Zeit die Ausnahme sey.

3) Die Wahrscheinlichkeit, dafs von Zeit zu Zeit Sternschnuppen auftreten, welche nicht blofs einen, sondern mehrere Umläufe um die Erde machen, ehe sie die letzte Curve ba beschreiben, welche ihrer relativen Bewegung ein Ende macht, ist auch noch von merklicher Gröfse. Uebrigens ist sie eine Function der Zahl n der Umläufe und nimmt bei wachsendem n schnell ab, weil jede folgende Bahncurve ba den Körper tiefer in die Atmosphäre hineinführt, die Abnahme der lebendigen Kraft also schliefslich sehr rasch erfolgt. Man sieht, dafs die Zahl n um so gröfser wird, je kleiner die Differenz der Gröfsen v_1^2 und v_2^2 ist; denn diese Differenz ist unmittelbar durch die Tiefe des ersten Eindrigens bestimmt und sie bedingt

ihrerseits die Tiefe der zweiten Immersion, diese die der dritten u. s. w. Mit der Abnahme des Werthes $v_1^2 - v_2^2$ vermindert sich aber auch sehr rasch die Wahrscheinlichkeit, daſs die Gröſse U_0 zwischen $\frac{v_1^2}{2}$ und $\frac{v_2^2}{2}$ falle.

Zu bestimmten Rechnungen fehlen noch die Anhaltspunkte.

Ungenau ist in der obigen Darstellung die Vernachlässigung derjenigen Störungen, welche durch die Attraction anderer Weltkörper hervorgebracht werden können; ferner die Behandlung der Atmosphäre als ruhende Masse, welche von einer Niveaufläche begränzt wird. Doch sind diese Ungenauigkeiten nicht der Art, daſs sie das Gesagte wesentlich unrichtig machen. Und es kommt mir einstweilen nur darauf an, die Existenz der Mikrosatelliten und die eigenthümlichen Erscheinungen des Umlaufs, welche durch die Wirkung der Atmosphäre hervorgerufen werden können, wahrscheinlich zu machen.

§. 3.

Ein Aerolith, wie der in §. 2 betrachtete, der mehrere Umläufe macht und die Atmosphäre streift, ist in doppelter Beziehung eine interessante Erscheinung; erstens wegen des eigenthümlichen Verlaufes seiner Bewegung, zweitens aber, weil er ein periodisch erglühendes (oder wenigstens sich erwärmendes) Gestirn darstellt, oder vielmehr, weil er mit der Erde zusammen ein periodisch sich erhitzendes System bildet. Das Phänomen, welches er darbietet, wird im Weltraum an zahlreichen Stellen, theilweise in groſsem Maſsstabe, wiederkehren. Erstens muſs man voraussetzen, daſs es sich in ähnlichen Verhältnissen überall da zeigen kann, wo gröſsere kosmische Massen von zahlreichen zerstreuten kleinen Meteoriten umschwärmt werden z. B. bei den Planeten unserer Sonne überhaupt; zweitens wird es, schon erheblich vergröſsert, bei den Massen auftreten, welche in sehr excentrischen Bahnen um die Sonne kreisen — Meteorite und Kometen [1]) — ja

schon bei denjenigen, welche das Zodiakallicht durchschneiden (sollte nicht das letztere wesentlich die Substanz seyn, welche den Encke'schen Kometen retardirt?); drittens ist es immerhin denkbar, daſs zwei groſse Weltkörper sich in so excentrischer Bahn umeinander drehen, daſs sie ihrer Minimaldistanz einander anstreifen. Leichte Berührung ihrer äuſsersten Atmosphären könnte Jahrtausende lang sich periodisch wiederholen, ohne einen für die übrigen Sonnensysteme merkbaren Effect zu haben; endlich aber würden ihre dichteren Theile aufeinander stoſsen, und sie würden der Welt das Schauspiel eines Systemes bieten, welches in langen, aber immer sich verkürzenden, Perioden plötzlich und mächtig erglüht, endlich jedoch nach einem letzten Aufleuchten in dauernde Lichtabnahme versinkt. So stellt sich eine vage Möglichkeit dar, Erscheinungen begreiflich zu machen, wie die vermuthete Periodicität des tychonischen Sternes von 1572 — mehr als eine solche Möglichkeit kann natürlich nicht angedeutet werden. (Siehe Humboldt, Kosmos Bd. III, Artikel „neue Sterne“ und Anmerkung *i* zu demselben.) Uebrigens beanspruchen die vorstehenden Erörterungen, wenn man ihre Richtigkeit zugiebt, auch als Beiträge zur Kosmogonie ein gewisses Interesse; sie zeigen, unter welcher Form das Anwachsen der Weltsysteme in einzelnen Fällen vor sich geht.

Bonn, Januar 1872.

IX. *Ueber das physikalische Verhalten der Kohlensäure; von G. Recknagel.*

Im 5. Ergänzungsbande dieser Annalen S. 563 habe ich eine Gleichung aufgestellt, welche als eine Erweiterung oder Vervollständigung des Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetzes gelten kann und von dieser Glei-

1) Man sollte z. B. bei den Kometen von 1680 und 1843 das Merkbarwerden desselben erwarten.

chung nachgewiesen, daſs sie die von Regnault an Kohlensäure beobachteten Erscheinungen in Zusammenhang bringt.

Es befindet sich in derselben

$$Pv = A_0 (1 + \alpha t)\left(1 - \frac{B_t}{v}\right) \quad . \quad . \quad . \quad \text{(Ia)}$$

eine Gröſse (B_t), welche bei Veränderungen der Dichtigkeit $\left(\frac{1}{v}\right)$ constant, aber eine Function der Temperatur (t) ist. Da sie mit der Spannkraft (M_t) des gesättigten Dampfes in der einfachen Beziehung

$$B_t = A_0 (1 + \alpha t) \frac{1}{4 M_t}$$

steht und mit dem specifischen Volumen (V) dieses Dampfes in dieser

$$B_t = \frac{V}{2},$$

so bietet die Gleichung (Ia) den erheblichen Vortheil, daſs man von den Erscheinungen, welche der gesättigte Dampf zeigt, auf die des Gases (überhitzten Dampfes) und umgekehrt durch eine sehr einfache Rechnung übergeht.

Ich konnte damals wegen mangelnden Beobachtungsmaterials die Möglichkeit nicht ausschlieſsen, daſs die berechneten und S. 576 der citirten Abhandlung eingetragenen Dampfdichten ungenau seyen. Während nun meine Abhandlung zum Drucke bereit lag, ist mir mit dem ersten Hefte des 5. Ergänzungsbandes dieser Annalen die Publication der Arbeiten von Andrews zugekommen, worin Messungen mitgetheilt werden, welche der Autor bei verschiedenen Temperaturen (13° — 48°) an dem spec. Volumen der Kohlensäure in der Nähe ihres Condensationspunktes vorgenommen hat. Diese Beobachtungsresultate sollen im Folgenden zur Prüfung der Gleichung (Ia) benutzt werden.

Bei den Versuchen von Andrews war die Kohlensäure in einer Capillare durch Quecksilber abgeschlossen, welches mit dem Quecksilber eines Luftmanometers communicirte, so daſs auf die Spannkraft der Kohlensäure aus

dem spec. Volumen von Luft geschlossen wird, welche mit jenem Gase gleiche Spannkraft besitzt. Wird dieser Schluss durch Anwendung des Mariotte'schen Gesetzes gemacht, so erhält man wegen der Abweichung der Luft von diesem Gesetze etwas zu grofse Spannkräfte, und Andrews meint, dafs die Abweichung bei den gröfseren Drucken auf eine Atmosphäre anwachsen könne. Ich habe mich aus nahe liegenden Gründen [1]) von dem Versuche einer Correktur dieser Ungenauigkeit dispensirt und einfach die reciproken Werthe der Luftvolumina als Spannkräfte angenommen.

Die von Andrews mitgetheilten Volumina der Kohlensäure sind auf dasjenige Volumen als Einheit bezogen, welches dieselbe Gewichtsmenge dieses Gases bei der *Temperatur des Versuchs* unter dem Drucke einer Atmosphäre haben würde. Da diese Einheit mit der Temperatur veränderlich ist, habe ich jene Volumina durch Multiplication mit $(1 + 0{,}0037\,t)$ auf die Einheit reducirt, welche der Gleichung (Ia) zu Grunde liegt und die reducirten Volumina in der Form vierstelliger Decimalbrüche zu den Vergleichungen verwendet.

Es erscheint zweckmäfsig, diese Vergleichungen in drei Abtheilungen vorzunehmen. Die erste bezieht sich auf gesättigten Dampf, die zweite auf überhitzten Dampf, die dritte auf die Temperaturen über 31° C.

I.

Beobachtung. Bei 13°,09 Temperaturangabe eines Quecksilberthermometers nach Celsius erfolgte Liquefaction, während der Druck von 48,89 auf 49,00 Atmosphären stieg und das Volumen von 0,0120 auf 0,0099 sank.

Rechnung. Aus Taf. III, S. 576 der cit. Abhandlung, welche aus Regnault's Beobachtungen der Maximal-

1) Der wichtigste war mir der, dafs die Correctur die Differenzen zwischen Andrews' und Regnault's Resultaten, die ohnehin schon beinahe 1 Atmosphäre betragen, vergröfsern müfste.

$V_{21,46} = 0.$

II.

Die folgende Tafel I entl
beobachteten und berechneten
schwach überhitzten Dampfe l
13° und 21°,5 zukommen.

Die in Spalte 3 als berecl
erhält man aus Gleichung (Ia)
die Form

$$v = \frac{a}{2P}\left(1 + \sqrt{\right.$$

hat. Darin ist zur Abkürzung
gesetzt. Die B_t sind aus Taf.
handlung entnommen. In Spalt
eingetragen, welche Kohlensä
Temperaturen und Drucken ha
Mariotte'schen Gesetze fol
Differenzen dieser letzteren Za
achteten.

Tafel

1	2	3	4
Temperat.	Druck	Volumen (v)	
	10.	berechnet	beobac

III.

Bei Temperaturen über 31° konnte Andrews optische Anzeichen eingetretener Liquefaction nicht mehr wahrnehmen, obwohl der Druck bis über 100 Atmosphären gesteigert wurde; Regnault giebt allerdings Spannkräfte von nach seiner Meinung gesättigtem Dampfe bis zu 42° C. an, er hat aber die Beschaffenheit seiner Kohlensäure, die in einem kupfernen Behälter eingeschlossen war, optisch überhaupt nicht controlirt, sondern sich nur nach jedem Versuche durch *Wägung* des Ballons, wie er glaubte, versichert, daſs noch ein Vorrath von flüssiger Säure vorhanden war. Wenn also Andrews[1]) auf seine Versuchsresultate die Ansicht stützt, daſs Kohlensäure von höherer Temperatur als 31° ein permanentes Gas sey, so stehen Regnault's Versuche diesem Schlusse nicht entgegen. Noch ehe mir die Versuche von Andrews bekannt waren, war ich durch Rechnungen, welche S. 583 der citirten Abhandlung auf Grundlage der Regnault'schen Beobachtungen durchgeführt sind, zu dem Schlusse gekommen, daſs sich der Dampf der Kohlensäure von 40° bis 100° nicht mehr den gesättigten Dämpfen analog verhalte, indem er durch Temperaturerhöhung keinen Zuwachs an Dichtigkeit erfahre. Dieses Rechnungsresultat erhält nun die bestimmtere Deutung, daſs ein gesättigter Dampf der Kohlensäure über 31° überhaupt nicht mehr existirt.

Damit verliert für höhere Temperaturen die Gleich. (Ia), deren Construction der Gedanke zu Grunde liegt den Einfluſs der Nähe des Condensationspunktes zu formuliren, ihre Basis und die Function *B*, ihre Bedeutung. Deſsungeachtet haben mich theils die allgemeine Rücksicht auf eine zu erwartende Continuität, theils die specielle Erfahrung, daſs die Gleichung auch bei 100° bis zu einem Drucke von 17 Atmosphären genügt (S. 580 d. c. Ab.) bestimmt, die Vergleichung derselben mit den Versuchen weiter fortzusetzen. Dieselbe führt zu folgenden Resultaten.

1) Andrews, Pogg. Ann. Ergbd. V S. 86. Noch präciser zieht diesen Schluſs Mendelejeff in Pogg. Bd. 141, S. 618.

Man findet aus Tafel III (S. 576 der c. Ab.)

$$B_{31,1} = 0,00380,$$

somit genau denselben Werth, welchen ich nach Zusammenfassung des ganzen Materials auch für B_{100} als wahrscheinlich gefunden habe (S. 583 d. c. Ab.). Dadurch wird man zu der Annahme geführt, daſs die in Gleich. (Ia) eingeführte Temperaturfunction B_t bei 31° zu einer Constanten wird, und für alle höheren Temperaturen constant bleibt. Unabhängigkeit des B von der Temperatur würde aber bedeuten:

a) Für alle Temperaturen über 31° ist die Compressibilität der Kohlensäure (ihre Abweichung vom Mariotte'schen Gesetze) die gleiche;

b) das Gay-Lussac'sche Gesetz ist oberhalb der genannten Gränze insofern streng giltig, als für Erwärmung bei constantem Volumen gilt:

$$P_t = P_0\,(1 + 0,0036421\,t)\ \text{Constante}\,[1] \quad . \quad (3)$$

Vielleicht sind dieses die Eigenthümlichkeiten, wodurch sich Kohlensäure, deren Temperatur den „critical point" überschritten hat, auszeichnet.

Es bleibt indessen daneben wegen des durch die Fehlergränze der Beobachtungen für die Werthe von B_t gelassenen Spielraums die Möglichkeit, daſs das Rechnungsresultat $B_{31} = B_{100}$ nicht die ihm eben beigelegte exacte Bedeutung hat, sondern so aufzufassen ist, daſs B_t von 41° bis 100° nur sehr wenig (um 2 Einheiten der 4. Decimale) abnimmt.

Zur kritischen Beleuchtung dieser Frage dient Folgendes.

1. Regnault [2]) findet, daſs ein Luftthermometer und ein Kohlensäurethermometer zwischen 100° und 323° ziemlich genau übereinstimmen, wenn die Temperatur bei jenem durchaus mit dem Spannungscoëfficienten 0,003665,

1) Diese Constante hat für die Normaldichte den Werth 1,0033, für andere Dichtigkeiten (D_0) wird sie aus der Gleichung

$$\text{Const.} = \frac{1 - 0,0038\,D_0}{1 - 0,00705\,D_0}$$

berechnet.

2) Regnault, *Mém. de l'Akad. t.* 21, *p.* 187.



bei diesem ebenso mit dem Coëfficienten 0,003695 gerechnet wird.

Legt man die durch Gleichung (3) ausgedrückte Hypothese für Kohlensäure zu Grunde, so folgt, dafs der mittlere Spannungscoëfficient der atm. Luft von 100° bis 323° nicht unbedeutend abnimmt und bei letzterer Temperatur den Werth 0,003633 hat. In der That führt jede Rechnung, welche man auf Grundlage der von Regnault über Compressibilität und Ausdehnungscoëfficienten der Luft gemachten Messungen anstellt, zu dem Resultate, dafs der Spannungscoëfficient der Luft von normaler Dichte bei einer Temperaturerhöhung von 0° bis 100° merklich abnimmt. Es wird somit höchst wahrscheinlich, dafs sich diese Abnahme auch über 100° hinaus fortsetzt, ob sie indessen so beträchtlich ist, wie oben berechnet, mufs vorerst dahin gestellt bleiben.

Würde man hingegen den Spannungscoëfficienten 0,003665 von der Temperatur unabhängig annehmen, so müfste die Hypothese der Gleichung (3) fallen, B_t würde mit wachsender Temperatur abnehmen, bei 261° Null werden und bei 323° den Werth — 0,00037 haben. Es würde demnach Kohlensäure bei 261° dem Mariotte'schen Gesetze folgen und bei höheren Temperaturen im Sinne des Wasserstoffs von demselben abweichen. Wenn man auch diesen Gang der Werthe von B_t der Art nach als möglich zulassen mufs, so ist doch mit Rücksicht auf das vorhin über den Spannungscoëfficienten der Luft Gesagte die Temperatur, bei welcher Kohlensäre dem Mariotte'schen Gesetze folgt, wenn sie überhaupt existirt, jedenfalls jenseits 261° zu suchen.

2) Die Gleichung (Ia) giebt auch über 31° für jede Temperatur ein Maximum (M_t) der Spannkraft (P), welches, wenn man B_t constant nimmt, aus der Gleichung

$$M_t = \frac{1{,}0071\,(1 + 0{,}003642\,t)}{4\,.\,0{,}0038} = 66{,}26\,(1 + 0{,}003642\,t)$$

in Atmosphären berechnet wird.

Da das Volumen (v) für gröfsere Drucke imaginär wird,

so bezeichnet dieser Druck die Gränze, bis zu welcher die Gleichung (Ia) verwendbar ist. Es scheint nun, daſs auch diesen Gränzwerthen noch eine physikalische Bedeutung zukommt. Sie bezeichnen nämlich Drucke, bei deren Ueberschreitung das Volumen des Gases einen sehr bedeutenden *Abfall* zeigt und sich gleichsam sprungweise von dem bisher befolgten Gesetze los macht. Andrews[1]) selbst bemerkt über den Gang seiner Beobachtungen bei 35°,5: „Am beträchtlichsten ist er“ (der Fall) „zwischen 76 und 87 Atmosphären, wo ein Anwuchs von $\frac{1}{7}$ im Druck eine Verringerung des Volumens auf die Hälfte bewirkt“. Der Druck von 76 Atmosphären liegt sehr nahe an dem berechneten Gränzdrucke 74,82 Atmosphären. Noch entschiedener tritt dieser „Fall“ bei den Temperaturen 31°,1 und 32°,5 hervor. Man findet denselben in der folgenden Tabelle vom Standpunkte des Mariotte'schen Gesetzes aus beleuchtet, indem die Verhältnisse $\frac{P'}{P}$ und $\frac{v}{v'}$, welche diesem Gesetze gemäſs gleich seyn sollten, mit den zugehörigen Anfangsdrucken P zusammengestellt sind.

No.	P	$\frac{P'}{P}$	$\frac{v}{v'}$
1.	73,26	1,008	1,032
2.	**73,83**	**1,021**	**1,784**
3.	75,40	1,030	1,186
4.	77,64	1,029	1,038
5.	79,92	1,032	1,033
6.	82,44	1,033	1,025

Der berechnete Gränzdruck ist 73,76 Atmosphären.

Bemerkenswerth ist auch, daſs zuletzt die Compressibilität des Glases kleiner wird als sie nach dem Mariotte'schen Gesetze seyn sollte, so daſs der Gedanke an ein gasförmiges Gränzvolumen nahe gelegt wird.

3) Als weiteres Material zur Prüfung der Hypothese (3) habe ich in der folgenden Tafel 2 sämmtliche von Andrews oberhalb 31° erhaltenen Beobachtungsresultate,

1) Andrews, a. a. Ort. S. 80.



welche in das Bereich der Gleichung (Ia) fallen, nach der Temperatur geordnet mit den Rechnungsergebnissen zusammengestellt. Die Einrichtung der Tafel 2 ist die nämliche, wie die der Tafel 1.

Tafel 2.

1 Temperat. t^0 C.	2 Druck P Atmo.	3 Volumen (v) berechnet	4 Volumen (v) beobachtet	5 Diffzen. $R - B$	6 Volumen nach M. G.	7 Diffzen. $R - B$
31,17	54,79	0,0154	0,0139	+ 15	0,0204	+ 65
31,22	55,96	0,0149	0,0134	+ 15	0,0199	65
31,15	57,18	0,0146	0,0129	+ 17	0,0195	66
31,19	58,46	0,0140	0,0124	+ 16	0,0191	67
31,18	59,77	0,0135	0,0119	+ 16	0,0187	68
31,20	61,18	0,0130	0,0114	+ 16	0,0182	68
31,19	62,67	0,0124	0,0108	+ 16	0,0178	70
31,13	64,27	0,0119	0,0102	+ 17	0,0174	72
31,19	65,90	0,0113	0,0096	+ 17	0,0173	77
31,15	67,60	0,0107	0,0090	+ 17	0,0165	75
31,03	69,39	0,0100	0,0083	+ 17	0,0161	78
31,06	71,25	0,0093	0,0075	+ 18	0,0156	81
31,09	73,26	0,0083	0,0066	+ 17	0,0152	86
31,65	71,75	0,0092	0,0075	+ 17	0,0156	81
31,91	47,45	0,0190	0,0174	+ 16	0,0236	62
32,50	57,38	0,0145	0,0130	+ 15	0,0195	65
32,34	71,52	0,0093	0,0080	+ 13	0,0157	77
32,45	73,60	0,0083	0,0072	+ 11	0,0152	80
32,46	74,02	0,0076	0,0070	+ 6	0,0150	80
33,15	73,92	0,0081	0,0071	+ 10	0,0152	81
33,58	73,77	0,0083	0,0074	+ 9	0,0152	81
35,00	73,89	0,0085	0,0078	+ 7	0,0153	75
35,49	56,80	0,0149	0,0137	+ 12	0,0199	62
35,54	59,34	0,0139	0,0127	+ 12	0,0191	64
35,52	62,15	0,0129	0,0117	+ 12	0,0182	65
35,51	65,23	0,0118	0,0107	+ 11	0,0173	66
35,47	68,66	0,0110	0,0096	+ 14	0,0170	74
35,48	72,45	0,0092	0,0084	+ 8	0,0156	72
36,03	73,89	0,0086	0,0081	+ 5	0,0152	72
47,95	62,60	0,0136	0,0138	— 2	0,0188	50
48,05	68,46	0,0116	0,0118	— 2	0,0172	54
48,12	75,58	0,0092	0,0100	— 8	0,0156	+ 56

Man sieht, dafs die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung hier weniger gut ist, als dieses bisher bei allen Vergleichungen der Fall war. Das von 31° bis 36° constante Vorzeichen der Fehler würde eine

kleine Aenderung (Vergröfserung) im Werthe der Constante 0,0038 andeuten, wenn diese Fehler mit wachsendem Drucke rasch zunähmen. Da dieses nicht der Fall ist, sind sie in dieser Beziehung für B_t indifferent. Etwas bemerkenswerther ist der Gang derselben mit der Temperatur, der unverkennbar als Abnahme hervortritt. Dieser Gang richtet sich wohl gegen die Annahme, dafs B_t von 31° an streng constant sey, und deutet ein langsames Abnehmen dieser Function um etwa 2 Einheiten der vierten Decimale an; zur Entscheidung der Frage ist dieses aber offenbar nicht hinreichend.

4) Das Resultat der bisherigen Erörterungen ist nun allerdings nicht die vollständige Lösung der Frage, ob B_t von 31° an aufwärts constant ist oder nur sehr langsam abnimmt, jedoch ist letzteres etwas wahrscheinlicher geworden. Eine graphische Darstellung der gröfstmöglichen Veränderungen von B_t führt auf einen zwischen 50° und 70° liegenden Wendepunkt.

IV.

Es ist vielleicht nicht ohne Interesse, wenn hier noch auf die aufserordentlich starke *Ausdehnung* aufmerksam gemacht wird, welche sich aus der Rechnung in Uebereinstimmung mit den Beobachtungen Andrews' für den Fall ergiebt, dafs man gesättigten Dampf der Kohlensäure bei constantem Drucke überhitzt. Setzt man 10000 für das Volumen, welches eine bestimmte Gewichtsmenge Kohlensäure bei 0° und einer Atmosphären Spannkraft besitzt, so ist das Volumen des bei 13° gesättigten Dampfes 106, und dessen Spannkraft 49,77 Atmosphären. Erwärmt man nun diese Gewichtsmenge unter constantem Drucke auf 20°, 35°, 48°, so wird das Volumen beziehungsweise 150, 180, 190.

V.

Bezeichnet man mit V das spec. Volumen des gesättigten Dampfes, mit v das spec. Volumen des Gases bei gleicher Temperatur und beliebigem Drucke, mit ϱ und r die ent-

sprechenden mittleren Molekulardistanzen, so erscheint das neu eingeführte Glied

$$\frac{B_t}{v} = \frac{1}{2}\frac{V}{v} = \frac{1}{2}\left(\frac{\varrho}{r}\right)^3$$

nur von dem Verhältnifs der genannten Molekulardistanzen abhängig.

Kommt der Gleichung (Ia) eine theoretische Bedeutung zu, so beschränkt sie sich demgemäfs auf die Darstellung der *einen* Wirkung, welche durch die von den Gasmolekülen selbst auf einander ausgeübten Anziehungen hervorgebracht werden, und bei fortschreitender Annäherung und Verminderung der Geschwindigkeit schliefslich zu Bewegungen in relativ geschlossenen Curven führen. Diejenigen Abweichungen der Gase vom Mariotte'schen Gesetze, welche in der condensirenden Wirkung der Gefäfswände ihren Grund haben, folgen jedenfalls einem anderen Gesetze. Zwar nimmt auch diese Wirkung, wie Magnus [1]) an schwefliger Säure nachgewiesen hat, mit Erhöhung der Temperatur ab, aber es mufs sich ihr Einflufs zugleich um so mehr abschwächen, je mehr sich das Verhältnifs der Dichtigkeit des übrigen Gases zur Dichtigkeit der Wandschichte der Eins nähert, je gröfser also die Dichtigkeit des Gases selbst wird.

Ich habe mich in der That durch Vergleichung der Originalbeobachtungen Regnault's [2]) überzeugt, dafs auch bei Kohlensäure von 3° C. in den anfänglichen, auf geringern Dichtigkeiten bezüglichen Compressibilitätsversuchen ein kleiner Theil (c. $\frac{1}{7}$) der Abweichungen $\left(\frac{P'v'}{Pv} - 1\right)$ durch die nach Gleichung (Ia) ausgeführte Rechnung nicht mit inbegriffen ist, während schon bei einer Drucksteigerung von 2 auf 4 Atmosphären die Uebereinstimmung vollkommen wird. Ich zweifle nicht, dafs es diesem Einflusse zuzuschreiben ist, dafs die permanenten Gase, insbesondere atmosphärische Luft, sich der Gleichung (Ia) nicht völlig fügen, da ihre kleine Abweichung bei niedriger Temperatur

1) Magnus, Pogg. Ann. Bd. 59 S. 604.
2) Regnault, *Mém. de l'Acad.* t. 21, p. 398.

wohl zum gröſseren Theile von der Verdichtung an der Gefäſswand herrührt.

Was die Beziehung der Gleichung (Ia) zu den übrigen condensirbaren Gasen betrifft, so paſst nur noch das mit Kohlensäure physikalisch vielfach analoge Stickoxydul in die einfache geschlossene Form derselben. Hält man es also für eine Forderung der Methode, daſs das Spannungsgesetz für alle Gase die gleiche Form habe, so wird man die rechte Seite der Gleichung (Ia) als die ersten beiden Glieder einer Reihenentwicklung ansehen, deren übrigen Glieder zwar für Kohlensäure bedeutungslos sind, für andere Gase aber beigezogen werden müssen.

Die Rechnung wird dann complicirter und die Bedeutung der Constanten weniger prägnant.

München, 2. Januar 1872.

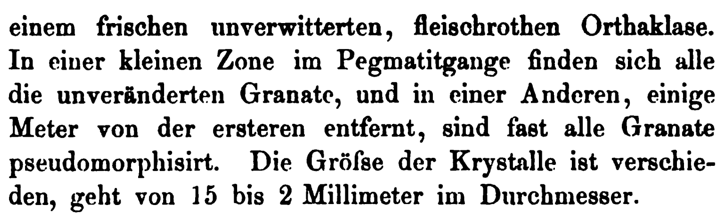
X. *Zwei Pseudomorphosen; von Amund Helland.*

Amanuensis am metallurgischen Laboratorium zu Christiania.

I. Glimmer nach Granat.

In einem Pegmatitgange von Röstöl bei Arendal kommen Granat und Glimmer in Pseudomorphosen nach Granat vor. Der Pegmatitgang besteht aus Orthoklas mit Oligoklas, Quartz und Magnesia- mit Kaliglimmer; im Gange befinden sich verschiedene seltene Mineralien wie Euxenit, Alvit und Orthit; ferner kommt Magneteisenstein vor.

Der Granat ist röhtlich braun, häufig durchscheinend und wie gewöhnlich in granitischen Gesteinen in Leucitoëdern krystallisirt; er findet sich auch in kleinen derben Stücken. Der Glimmer ist ein grüner Kaliglimmer, der mit Talk verwechselt werden könnte. Der unveränderte Granat wie die Glimmerpseudomorphosen sitzen häufig in



einem frischen unverwitterten, fleischrothen Orthaklase. In einer kleinen Zone im Pegmatitgange finden sich alle die unveränderten Granate, und in einer Anderen, einige Meter von der ersteren entfernt, sind fast alle Granate pseudomorphisirt. Die Gröfse der Krystalle ist verschieden, geht von 15 bis 2 Millimeter im Durchmesser.

Der Beweis, dafs der Glimmer hier eine Pseudomorphose nach Granat ist, geht aus der Form hervor; ferner daraus, dafs in einigen Exemplaren der äufsere Theil aus Glimmer besteht, während der innere noch unveränderter Granat ist. Die Krystalle, die nicht aus Granat bestehen, sind gewöhnlich ganz in Glimmer umgewandelt; die nur zum Theil umgewandelten sind selten. Der Umwandlungsprocefs scheint hier mit keiner wesentlichen Veränderung des Volumens verknüpft zu seyn; denn die Glimmerkrystalle haben oft eine sehr regelmäfsige Form, sind nicht hohl und sitzen fest im Orthoklase wie der Granat.

Der Granat schmilzt vor dem Löthrohr leicht, der Glimmer schwer.

Ich habe den Granat und die Glimmerpseudomorphosen analysirt; die Zusammensetzung ist:

	Granat	Sauerstoff	Glimmer	Sauerstoff
Kieselsäure	37,60	20,05	48,29	25,08
Thonerde	15,64		30,88	
Chromoxyd	1,25	10,02	1,25	16,30
Eisenoxyd	7,70		4,69	
Eisenoxydul	16,16		—	
Manganoxydul	16,49		Spur	
Kalk	3,98	9,04	1,00	2,78
Magnesia	1,36		0,93	
Kali	—		9,63	
Natron	—		1,88	
Glühverlust	0,65		1,96	
	100,83		100,78	
Spec. Gewicht	4,099		2,830.	

Das Eisenoxyd des Granates ist nicht direct bestimmt.

Die Sauerstoffquotienten sind im Granate 0,9 : 1 : 2

oder nahe 1 : 1 : 2 und im Glimmer 1,02 : 6 : 9,05 oder nahe 1 : 6 : 9. Der Granat ist also ein eisenreicher Mangan-Thongranat von der gewöhnlichen Zusammensetzung $3\dot{R}^3\dddot{Si} + \overset{\cdots}{R}^2\dddot{Si}^3$; der Glimmer ist ein Kaliglimmer $\dot{R}^3\dddot{Si}^3 + 2\overset{\cdots}{R}^2\dddot{Si}^3$.

Die Pseudomorphose ist unzweifelhaft eine Umwandlungspseudomorphose durch Austausch von Bestandtheilen. Interessant in dieser Hinsicht ist die Gegenwart des nicht sehr häufig vorkommenden Chromoxydes, dessen gröfster Theil bei dem Glimmer geblieben ist.

Der grofse Unterschied der specifischen Gewichte bewirkt, dafs die procentische Zusammensetzung des Granates und des Glimmers nicht direct verglichen werden können. Da aber das Volumen bei der Umwandlung sich nicht wesentlich verändert hat, so kann man das specifische Gewicht mit dem procentischen Gehalt der Bestandtheile multipliciren und so den Inhalt per Kubikcentimeter vergleichen. Man erhält dann

	Inhalt in einem Kubikcentimeter			
	Granat	Glimmer	ausgesch.	aufgenom.
Kieselsäure	1,542gr.	1,367gr.	0,175gr.	
Thonerde	0,641	0,874	—	0,233gr.
Chromoxyd	0,051	0,036	0,016	—
Eisenoxyd	0,316	0,140	0,176	—
Eisenoxydul	0,662	—	0,662	—
Manganoxydul	0,675	Spur	0,675	—
Kalk	0,163	0,028	0,135	—
Magnesia	0,056	0,026	0,030	—
Kali	—	0,273	—	0,273
Natron	—	0,053	—	0,053
Wasser	0,027	0,055	—	0,028
	4,133	2,851	1,870	0,587

oder in Procenten:

aus dem unveränderten Granate weggeführt	
Kieselsäure	4,27 Proc.
Chromoxyd	0,39
Eisenoxyd	4,29
Eisenoxydul	16,16
Manganoxydul	16,49
Kalk	3,29
Magnesia	0,73
	45,62 Proc.

dem Glimmer zugeführt	
Thonerde	8,23 Proc.
Kali	9,63
Natron	1,88
Wasser	1,02
	20,76 Proc.



Bei dieser Umwandlung ist also gegen die Hälfte der Bestandtheile des Granates weggeführt. Das Uebrige ist geblieben und hat mit den 20 aufgenommenen Procenten den Glimmer gebildet.

Das leichtlösliche Kali mit Natron hat hier die schwerer löslichen Verbindungen, das Eisenoxydul, Manganoxydul, Kalk und Magnesia (wahrscheinlich als Carbonate) verdrängt. Die Ursache einer solchen Verdrängung schwerlöslicher Verbindungen durch leichter lösliche liegt natürlich in der Schwerlöslichkeit des neu gebildeten Minerals, des Glimmers.

2. Speckstein nach Augit.

Bei Nordre Olafsby in Snarum, ungefähr ½ Meile von dem Findorte der berühmten Serpentinpseudomorphosen nach Olivin, findet sich Speckstein in den Formen des Augites. Das Mineral bildet mit Apatit und Rutil kleine Gänge in den hier seiger gegen Osten fallenden Schiefern der azoischen Formation.

Die Krystalle sind bis zu 8 Centimeter lang und 3 Centimeter breit; die gewöhnliche Gröſse ist 3 Centimeter lang und 1 Centimeter breit. Die Formen sind die bei dem Augite häufig auftretenden: das Prisma, das Ortho- und Klinopinakoid, die Pyramide und das Hemidoma.

Die Krystalle zeigen zwei verschiedene Stufen der Umwandlung. Einige Krystalle haben noch Spaltbarkeit in einer Richtung, einen ebenen Bruch, sind grünlich schwarz und an den Kanten nicht durchscheinend; sie haben eine geringe Härte. Andere Krystalle haben die Spaltbarkeit verloren, sind grau, an den Kanten durchscheinend, im Bruche ausgezeichnet splittrig, und haben die Härte des Specksteins. Häufig ist der innere Theil besonders gröſserer Krystalle auf der ersten Stufe der Umwandlung, während eine äuſsere Schale einen splittrigen Bruch ohne Spaltbarkeit hat, und diese äuſsere Schale ist bei anderen Krystallen dicker geworden, so daſs die nur zum Theil umgewandelte Substanz einen kleinen Kern

mitten im Krystalle bildet; bei einigen besonders kleinen Krystallen ist dieser Kern ganz verschwunden.

Die ganz unveränderte Substanz, der Augit, ist am Fundorte nicht bekannt.

Die zwei Stufen der Umwandlung zeigen keine sehr grofse Verschiedenheit in dem specifischen Gewichte oder in der chemischen Zusammensetzung wie folgende Analysen zeigen:

	Zum Theil in Speckstein umgewandelt	In Speckstein umgewandelt
Kieselsäure	58,96	59,33
Thonerde	1,33	1,22
Eisenoxydul	4,48	2,62
Kalk	1,43	0,72
Magnesia	29,72	30,89
Wasser	4,98	5,89
	100,00	100,67
Specifisches Gewicht	2,737	2,786.

Mit dem Verluste von einigem Eisenoxydul und Kalk und mit der Aufnahme von etwas Wasser und Magnesia hat also die Substanz ihre Spaltbarkeit verloren, hat ihre Farbe verändert u. s. w.

Vergleicht man die Zusammensetzung des Augites mit der der Pseudomorphosen, so zeigt sich der Umwandlungsprocefs als eine Verdrängung des Kalkes und Eisenoxyduls, wahrscheinlich auch der Thonerde, durch Magnesia; Wasser wird aufgenommen.

Die Umwandlung hat hier keine wesentliche Veränderung des Volumens bewirkt, denn die Krystalle sind solid, und die Winkel stimmen, wie die Messung mit dem Goniometer zeigt, ganz mit denen des Augits überein.



XI. *Ueber die Empfindlichkeit von Collodien bei verschiedenem Gehalt an Pyroxylin und Jodirungssalzen; von Emil Zettnow.*

Soviel mir bekannt, ist Hr. Dr. Vogel (Photogr. Mitth. 1871 Aprilheft) der einzige, welcher einige Versuche darüber angestellt hat, wie stark man ein bestimmtes Rohcollodium jodiren darf; er fand als bestes Verhältniſs für das verwendete circa $1\frac{3}{4}$ Proc. Jodirungssalze entsprechend $1\frac{1}{4}$ Proc. Jod und Brom. Um nun nicht nur den Einfluſs, welchen ein steigender Gehalt an Jodirungssalzen, sondern auch an Pyroxylin hervorbringt, kennen zu lernen, setzte ich 42 verschiedene Collodien an, welche, wie aus der unten folgenden Tabelle ersichtlich ist, 7 verschiedene Reihen à 6 Stück bildeten, so daſs bei demselben Gehalt an Jodirungssalzen der Gehalt an Pyroxylin von $\frac{1}{4}$ bis $1\frac{1}{2}$ Proc. schwankte. Vorläufige Versuche hatten ergeben, daſs ein Collodium von 1 Proc. Gehalt an Pyroxylin 5 Proc. Jod und Brom entsprechend circa 7 Proc. Salzen, aufnehmen kann, ohne daſs beim Silbern die Schicht Jod- und Bromsilber fahren läſst.

Die Collodien wurden innerhalb zwei Tagen folgendermaſsen angesetzt:

Das zur Darstellung verwendete Collodiumpapier war lufttrocken, wurde in kleine Stücke zerschnitten und von demselben innerhalb $1\frac{1}{4}$ Stunde sämmtliche 42 Proben abgewogen und in die bereit stehenden Flaschen gethan. Vorversuche hatten gezeigt, daſs ein Collodium von $1\frac{1}{2}$ Proc. Gehalt an Papier sich auf Visitenplatten noch gieſsen lieſs, während es bei $1\frac{3}{4}$ Proc. nicht mehr verarbeitet werden konnte.

Alsdann wurde von ein und demselben Alkohol bei 17° bis 18° C. die berechnete Menge aus einer in $\frac{1}{5}$ CC. getheilten Bürette abgelassen; hierauf der Aether und schlieſslich die Jodirung in derselben Art hinzugefügt und

die Collodien bis zur Lösung des Papiers, welches einen kaum bemerkbaren Satz hinterliefs, tüchtig geschüttelt. Das spec. Gewicht des Alkohols betrug bei 17½ C. 0,816; dasjenige des Aethers 0,725. Die Jodirung, welche keine Kadmiumsalze enthielt, wog 1,036; dieselbe enthielt 20 Proc. Jod und Brom entsprechend 27 bis 28 Proc. festen Salzen und kam in derselben auf 3 Theile Jod, 1 Theil Brom. Dafs das Abmessen statt des Abwägens hinreichende Genauigkeit gewährte, hatten 6 Controllversuche gelehrt; bei denselben wogen die abgemessenen Quantitäten statt 100,0 1) 100,2 2) 100,1 3) 99,9 4) 100,1 5) 100,0 6) 100,2.

In allen Collodien verhielt sich die Menge des Alkohols zu der des Aethers wie 2 : 1.

Tabelle.

I. Reihe. Collodien mit ½ Proc. J + Br.

1.

0,25	Papier.			
2,5	Jodirung	1,8 64,3 66,1	=	2,3 CC.
64,3	Alk		=	78,8 „
33,0	Aeth		=	45,2 „
100,0;	¼ Proc. P;	½ Proc. J + Br.		

2.

0,5	Papier.			
2,5	Jodirung	1,8 64,1 65,9	=	2,8 CC.
64,1	Alk		=	78,6 „
32,9	Aeth		=	75,1 „
100,0;	½ Proc. P;	½ Proc. J + Br.		

3.

0,75	Papier.			
2,5	Jodirung	1,8 64,0 65,8	=	2,3 CC.
64,0	Alk		=	78,2 „
32,8	Aeth		=	44,9 „
100,0;	¾ Proc. P;	½ Proc. J + Br.		

4.

1,0	Papier.			
2,5	Jodirung	$\frac{\overset{1,8}{62,8}}{65,6}$	=	2,3 CC.
63,8	Alk		=	78,2 „
32,7	Aeth		=	44,8 „
100,0;	1 Proc. P; ½ Proc. J + Br.			

5.

1,25	Papier.			
2,5	Jodirung	$\frac{\overset{1,8}{63,0}}{65,4}$	=	2,3 CC.
63,6	Alk		=	78,0 „
32,7	Aeth		=	44,8 „
100,0;	1¼ Proc. P; ½ Proc. J + Br.			

6.

1,5	Papier.			
2,5	Jodirung	$\frac{\overset{1,8}{63,4}}{65,2}$	=	2,3 CC.
63,4	Alk		=	77,8 „
32,6	Aeth		=	44,7 „
100,0;	1½ Proc. P; ½ Proc. J + Br.			

II. Reihe. Collodien mit 1 Proc. J + Br.

7.

0,25	Papier.			
5,0	Jodirung	$\frac{\overset{3,5}{62,1}}{65,6}$	=	4,8 CC.
62,7	Alk		=	76,1 „
32,7	Aeth		=	44,8 „
100,0;	¼ Proc. P; 1 Proc. J + Br.			

8.

0,5	Papier.			
5,0	Jodirung	$\frac{\overset{3,5}{61,8}}{65,3}$	=	4,8 CC.
61,8	Alk		=	75,7 „
32,7	Aeth		=	44,8 „
100,0;	½ Proc. P; 1 Proc. J + Br.			

[redacted]

9.

0,75 Papier.

5,0 Jodirung 3,5 + 61,7 = 65,2 = 4,8 CC.

61,7 Alk = 75,3 „

32,6 Aeth = 44,5 „

100,0; $\frac{3}{4}$ Proc. P; 1 Proc. J + Br.

10.

1,0 Papier.

5,0 Jodirung 3,5 + 61,5 = 65,0 = 4,8 CC.

61,5 Alk = 75,3 „

32,5 Aeth = 44,5 „

100,0; 1 Proc. P; 1 Proc. J + Br.

11.

1,25 Papier.

5,0 Jodirung 3,5 + 61,3 = 64,8 = 4,8 CC.

61,3 Alk = 75,1 „

32,4 Aeth = 44,4 „

100,0; 1$\frac{1}{4}$ Proc. P; 1 Proc. J + Br.

12.

1,5 Papier.

5,0 Jodirung 3,5 + 61,2 = 64,7 = 4,8 CC.

61,2 Alk = 75,0 „

32,3 Aeth = 44,3 „

100,0; 1$\frac{1}{2}$ Proc. P; 1 Proc. J + Br.

III. Reihe. Collodien mit 1$\frac{1}{2}$ Proc. J + Br.

13.

0,25 Papier.

7,5 Jodirung 5,3 + 59,7 = 65,0 = 7,2 CC.

59,7 Alk = 73,2 „

32,6 Aeth = 44,7 „

100,0; $\frac{1}{4}$ Proc. P; 1$\frac{1}{2}$ Proc. J + Br.

14.

0,5	Papier.		
7,5	Jodirung 5,3 / 59,5 / 64,8	=	7,2 CC.
59,5	Alk	=	73,0 „
32,5	Aeth	=	44,5 „
100,0;	½ Proc. P; 1½ Proc. J + Br.		

15.

0,75	Papier.		
7,5	Jodirung 5,8 / 59,4 / 64,7	=	7,2 CC.
59,4	Alk	=	72,8 „
32,4	Aeth	=	44,4 „
100,0;	¾ Proc. P; 1½ Proc. J + Br.		

16.

1,0	Papier.		
7,5	Jodirung 5,3 / 59,2 / 64,5	=	7,2 CC.
59,4	Alk	=	72,5 „
32,3	Aeth	=	44,3 „
100,0;	1 Proc. P; 1½ Proc. J + Br.		

17.

1,25	Papier.		
7,5	Jodirung 5,3 / 59,1 / 64,4	=	7,2 CC.
58,1	Alk	=	72,4 „
32,1	Aeth	=	44,1 „
100,0;	1¼ Proc. P; 1½ Proc. J + Br.		

18.

1,5	Papier.		
7,5	Jodirung 5,3 / 58,9 / 64,2	=	7,2 CC.
58,9	Alk	=	72,2 „
32,1	Aeth	=	44,0 „
100,0;	1½ Proc. P; 1½ Proc. J + Br.		

IV. Reihe. Collodien mit 2 Proc. J + Br.

19.

0,25	Papier.			
		7,2		
10,0	Jodirung	57,5	=	9,7 CC.
		64,7		
57,5	Alk		=	70,5 „
32,3	Aeth		=	44,3 „
100,0;	$\frac{1}{4}$ Proc. P; 2 Proc. J + Br.			

20.

0,5	Papier.			
		7,2		
10,0	Jodirung	57,3	=	9,7 CC.
		65,4		
57,5	Alk		=	70,3 „
32,3	Aeth		=	44,1 „
100,0;	$\frac{1}{2}$ Proc. P; 2 Proc. J + Br.			

21.

0,75	Papier.			
		7,2		
10,0	Jodirung	57,1	=	9,7 CC.
		64,3		
57,1	Alk		=	70,0 „
32,2	Aeth		=	44,1 „
100,0;	$\frac{3}{4}$ Proc. P; 2 Proc. J + Br.			

22.

1,0	Papier.			
		7,2		
10,0	Jodirung	56,9	=	9,7 CC.
		64,1		
50,9	Alk		=	69,8 „
32,1	Aeth		=	44,0 „
100,0;	1 Proe. P; 2 Proc. J + Br.			

23.

1,25	Papier.			
		7,2		
10,0	Jodirung	56,7	=	9,7 CC.
		63,9		
56,7	Alk		=	69,5 „
32,0	Aeth		=	43,9 „
100,0;	1$\frac{1}{4}$ Proc. P; 2 Proc. J + Br.			

24.

1,5	Papier.		
		7,2	
10,0	Jodirung	56,6	= 9,7 CC.
		63,8	
56,0	Alk		= 69,4 „
31,9	Aeth		= 43,7 „
100,0;	$1\frac{1}{2}$ Proc. P; 2 Proc. J + Br.		

V. Reihe. Collodien mit 3 Proc. J + Br.

Dieselbe umfaßte die No. 25 bis 30. Da diese 4 Proc. Collodien ebenso wie die der Reihe VI und VII mit 5 Proc. J + Br keine brauchbaren Resultate ergab, so übergehe ich ihre genauere Zusammensetzung und führe nur die aus diesen Reihen geprüften No. 25, 35, 40 an.

25.

0,25	Papier.		
		10,8	
15,0	Jodirung	52,0	= 14,5 CC.
		63,7	
52,9	Alk		= 64,9 „
31,9	Aeth		= 43,7 „
100,0;	$\frac{1}{4}$ Proc. P; 3 Proc. J + Br.		

35.

1,25	Papier.		
		14,4	
20,0	Jodirung	47,7	= 19,4 CC.
		62,1	
47,7	Alk		= 58,5 „
31,1	Aeth		= 42,6 „
100,0;	$1\frac{1}{4}$ Proc. P; 4 Proc. J + Br.		

40.

1,0	Papier.		
		17,9	
25,0	Jodirung	43,4	= 24,2 CC.
		81,3	
43,4	Alk		= 53,2 „
30,6	Aeth		= 41,9 „
100,0;	1 Proc. P; 5 Proc. J + Br.		

Ungefähr drei Wochen nach dem Ansetzen der Collodien wurden dieselben geprüft. (Diese Versuche wurden mit freundlicher Erlaubnifs des Hrn. Dr. Vogel in dem photographischen Atelier der Königl. Gewerbe-Akademie ausgeführt, wozu ich Betreffendem zu tiefstem Dank verpflichtet bin.) Mit Ausnahme von 4 Stück waren sie sämmtlich farblos geblieben und wurden mit einigen Tropfen einer Auflösung von Jod in Alkohol versetzt, so dafs sie weingelb erschienen. Sie arbeiteten alsdann schleierfrei, während sie sonst bedeutend unempfindlicher waren und schleierige Bilder zeigten.

Die Prüfung geschah an wolkenlosen Tagen Ende Dezember und Anfang Januar, im Durchschnitt von 11 bis $1\frac{1}{2}$ Uhr. Von jedem Collodium wurden zwei Platten gemacht in dieser Reihenfolge: 1 und 2; 2 und 3; 3 und 4; 4 und 5 usw. Das von der Platte ablaufende Collodium wurden in einer Abgufsflasche aufgefangen; da sonst bei der zweiten Platte nicht dasselbe Collodium in Anwendung gekommen wäre, wie bei der ersten. Die Platten waren mit Eiweifs überzogen; das Silberbad blieb während der Versuche dasselbe und es wurde in zwei Schalen gesilbert. Die Entwickelung geschah mit dem gewöhnlichen, mit etwas Schwefelsäure angesäuerten Entwickeler; die Fixirung mit unterschwefligem Natron. Als Object bei den Aufnahmen diente eine Gypsbüste mit schwarzer Draperie.

Zu dünn beim Giefsen erwiesen sich sämmtliche Collodien mit $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{2}$ Proc. Papiergehalt; gut liefsen sich die Collodien mit $\frac{3}{4}$ und 1 resp. für kleine Platten $1\frac{1}{4}$ Proc. giefsen, während die Collodien mit $1\frac{1}{2}$ Proc. Papiergehalt sich viel zu dick erweisen und sehr leicht Gufsstreifen zeigten.

Als Resultate nach dem Vergleichen der Bilder ergeben sich folgende:

1) Bei demselben Gehalte an Pyroxylin bedingt die Vermehrung der Jodirungssalze bis zu einem gewissen Punkte eine gröfsere Empfindlichkeit, während sie bei weiterer Steigerung nicht nur abnimmt, sondern auch die Bilder

[redacted]

unklarer und verschwommener werden. Die Collodien 1; 7; 13; 19; 25 enthielten je $\frac{1}{4}$ Proc. Pyroxylin und $\frac{1}{2}$; 1; $1\frac{1}{2}$; 2; 3 Proc. J+Br. Das relativ beste Bild lieferte 13, während bei 7 und 19 das Bild stärker war, als bei 1; unbrauchbar zeigte sich 25, da die Schicht beim Waschen unter starkem Strahle sich stellenweise ablöste. Aehnlich verhielten sich die Nummern 2; 8; 14; 20; 26 mit je $\frac{1}{2}$ Proc. Pyroxylin und 3; 9; 15; 21; 27 mit je $\frac{3}{4}$ Proc. Die besten Bilder lieferten die Nummern 14 und 15, während 26 und 27 verschwommen und unklare Bilder gaben, welchen diejenigen von No. 3; 8; 9 vorzuziehen waren.

2) Die Empfindlichkeit und Schönheit des Bildes steigt mit dem Gehalt an Pyroxylin und zwar so bedeutend, daſs diese durchaus nicht der dickeren Jod- und Bromsilberschicht zugeschrieben werden, welche sich in Folge der dickeren Consistenz des Collodiums bildet. Als Beispiel führe ich folgende Bilder an: No. 6 ($1\frac{1}{2}$ Proc. Pyroxylin, $\frac{1}{2}$ Proc. J+Br.) gab nach dem Silbern eine Schicht, welche die meiste Aehnlichkeit mit No. 7 ($\frac{1}{4}$ Proc. Pyroxylin, 1 Proc. J+Br.) hatte; eher war die letztere undurchsichtiger. Die erhaltenen Bilder waren jedoch auſserordentlich verschieden. Während Bild No. 6 in den Schwärzen mit 20 Sekunden sich völlig ausexponirt erwies, zeigte No. 7 selbst mit 30 Sekunden keine genügenden Details in denselben, ferner war der Gyps in 7 nicht so brillant als in 6. Beide Platten waren dicht hinter einander geprüft. No. 6 ähnelte am meisten No. 11. Aehnliches ergab sich beim Betrachten der Bilder von No. 12 und 13. Gleich starke und gut entwickelte Bilder zeigten No. 2 und 7; ferner 3 und 13; während 19 ebenso stark als 3 und 13, zeigte es sich jedoch nicht so brillant als diese. Es scheint fast, als ob in diesen Fällen ein gewisser Antheil Pyroxylin ($\frac{1}{4}$ Proc.) dieselbe Wirkung ausübt wie ein gröſserer Antheil an Jodirungssalzen ($\frac{1}{2}$ Proc.).

3) Sämmtliche Collodien mit $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ Proc. Papiergehalt arbeiten flauer als die mit gröſserem Papiergehalt.

4) Eine zu schwache ($\frac{1}{2}$ bis 1 Proc.) Jodirung sowohl

[redacted]

XIII. *Antwort an Hrn. Clausius; von Prof. S. G. Tait in Edinburg* [1].

When Prof. Clausius succeeds in making his own countrymen regard him as the discoverer of the Dissipation of Energy (see, for instance, Helmholtz, Populäre Wissenschaftliche Vorträge, Heft 2, S. 117) it will be time enough to complain that foreigners do not give him that credit.

As regards the question to whom is due the credit of first correctly adapting Carnot's magnificently original methods to the true theory of heat, it is only necessary to compare the *Axiom* of Prof. Clausius' first paper (the only one which has a chance of priority over Thomson) with the behaviour of a thermoelectric circuit in which the hot junction is at a temperature higher than the neutral point, and where therefore heat *does, of itself, pass from a colder to a hotter body*. A thermoelectric batterie worked with ice and boiling water is capable of raising to incandescence a fine wire, giving another excellent instance of the fallacy of the so-called Axiom.

Prof. Clausius has rendered many services to science, especially in the kinetic theory of Gases; but he has done, and seems still to take credit in doing, uncompensated mischief by his introduction of what he calls „*innere Arbeit*" and „*Disgregation*". In our present ignorance of the nature of matter, such ideas can do only harm; and no one will dispute his full claim to originality as regards *them*.

1) Um jedem Mifsverständnifs vorzubeugen, gebe ich diese Replik im Original, obgleich mir der Hr. Verf. auch eine Uebersetzung eingesandt hat. P.

A. W Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47

[redacted]

1872. ANNALEN № 4.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CXLV.

I. *Untersuchung über elektrische Disjunctionsströme; von A. F. Sundell.*

(Schlufs von S. 442.)

§. 4.

Folgende Versuche wurden angestellt, um die Richtigkeit der in § 1 ausgesprochenen Ansicht zu bekräftigen, dafs der Extrastrom *A* von der Rolle *R* (Fig. 1, Taf. V) eine erhöhte Zerreibung bei *pq* zu Stande bringt.

Auf Hrn. Edlund's Vorschlag wurde die Rolle bei *R* statt des Drahtes *en* eingeschaltet und ein gerader Draht als Brücke zwischen *d* und *e* gesetzt. Es ist klar, dafs, falls der (§. 1, Reihe 3) beobachtete Zuwachs im Ausschlage nicht durch die erhöhte Zerreibung, sondern durch die magnetische Wirkung der Inductionsströme aus der Rolle bei *R* hervorgebracht wurde, dieses auch, wenn die Rolle bei *R'* ist, eintreten mufs, weil in diesem Falle *B*, zufolge der doppelten Leitung durch den Funken bei *pq* und den Zweig *mGn*, intensiver als *A* wird. Inzwischen wird der Ausschlag immer bedeutend *vermindert*, wenn die Rolle bei *R'* eingesetzt wird. Bei der Anordnung in der Versuchsreihe 3, §. 1 ging nämlich der Ausschlag dadurch bei einem Versuche von (im Mittel) 11,4 bis 7,1 Scalentheilen, bei einem anderen von 27,4 bis 16,7 Scalentheilen herab. Da die Rolle bei *R* und *R'* also Veränderungen entgegengesetzter Natur in der Gröfse des Ausschlages hervorbrachte, konnten diese Veränderungen nicht ihren Hauptgrund in der Wirkung der Extraströme

auf die Nadel haben, sondern es mufste eine Modification in der Zerreibung der Polflächen die Ursache hievon seyn. Wie die Veränderung des Ausschlages durch Einsetzung der Rolle bei *R* erklärt werden mufs, ist schon oben (am Ende des §. 1) angeführt. Wenn die Rolle sich bei *R'* befindet, mufs bemerkt werden, dafs die Entladung zwischen *p* und *q* mit *verminderter* Elektricitätsmenge anfängt, weil der zuerst auftretende Extrastrom *A* jetzt in *nqpm* dem Entladungsstrom entgegenarbeitet; diefs hat eine verminderte Zerreibung, sowie eine Abnahme im Ausschlage des Disjunctionsstromes zur Folge.

Da also die Zerreibung durch auftretende Inductionsströme verändert wird, könnte man vermuthen, dafs, auch wenn die Brücke *dRe* fort ist, der Betrag der Abnahme im Ausschlage des Disjunctionsstromes (vom Funken bei *pq*) darauf beruhe, ob die Rolle zwischen *n* und *q* oder zwischen *n* und *s* eingesetzt werde. Um zu erforschen, in wie fern diefs der Fall sey, wurden folgende Versuche angestellt.

Die Brücke *dRe* (Fig. 1, Taf. V) wurde fortgenommen; *a* und *m*, sowie *m* und *p* wurden mit kurzen und dicken Kupferdrähten verbunden; *n* wurde mit *q* und *s* durch zwei 915 Cm. lange Kabeldrähte vereinigt. Die Leitung zwischen *m* und *s* entsprach 915 Cm. Kabeldraht. Kein Rheostat befand sich in der Leitung. Statt *qn* oder *ns* konnte ein in 20 Windungen aufgerollter 915 Cm. langer Kabeldraht eingesetzt werden. Schlagweite 12 Mm.; Funken 3 Mm., 6 in der Secunde; kleine Zinnkugeln.

	1. Ohne Rolle	2. Rolle in *nq*	3. Rolle in *ns*	4. Rolle in *nq*	5. Ohne Rolle
Ausschlag (Mittel)	46,1	11,7	21,3	11,1	50,5

Mittel von 1 und 5 = 48,3, von 2 und 4 = 11,4 Scalentheilen.

Das Einsetzen der Rolle statt *nq* verursachte also eine Verminderung im Ausschlage von 36,9 (= 48,3 — 11,4) Scalentheilen, wogegen bei Rolle statt *ns* die Her-

absetzung nur 27 (= 48,3 — 21,3) Scalenth. betrug. Zu diesem Unterschied in der Herabsetzung in beiden Fällen kann eine Verschiedenheit im Verlauf der Induction nicht die einzige Ursache seyn. In beiden Eällen werden zwei Extraströme *A* und *B* hervorgebracht. Wenn die Rolle in *ns* ist, durchgeht *A* in gröſster Proportion den Funken *pq*; von den Extraströmen einer Rolle in *nq* ist aber *B* der stärkere. Weil sich kein Grund zu der Annahme findet, daſs dieser intensiver[1]) als der Strom *A* (von der Rolle in *ns*) wäre, muſste die Herabsetzung nun höchstens gleich mit der bei Rolle in *ns* werden. Die Versuche zeigen dagegen, daſs die Herabsetzung gröſser wird; also kann sie ihren Grund nicht ausschlieſslich in der Wirkung der Inductionsströme auf die Magnetnadel haben. Dagegen wird das Phänomen ohne Schwierigkeit als eine Folge der durch die Extraströme veränderten Zerreibung der Polflächen erklärt. Wenn nämlich die Rolle in *ns* ist, hat der Strom *A* in *pq* gleiche Richtung mit dem Entladungsstrom. Die dadurch erhöhte Zerreibung hebt theilweise die Herabsetzung auf, den derselbe Strom *A* verursachen sollte. Wenn dagegen die Rolle statt *nq* eingesetzt ist, wird durch das gleichzeitige Auftreten der Ströme *U* und *A* die Zerreibung *vermindert.* In diesem Falle wird also der Ausschlag aus zwei Gründen herabgesetzt; 1) weil einer der Inductionströme (nämlich *B*) den Funken bei *pq* mit Leichtigkeit durchgeht; 2) weil die elektromotorische Kraft der Disjunction in Folge der Induction geringer wird. Die Herabsetzung muſs also (wie auch die angestellten Versuche zeigen) bei Rolle in *nq* gröſser als bei Rolle in *ns* werden.

Hr. Prof. Edlund hat vor Kurzem[2]) durch Versuche die Ventilnatur des Funkens bestätigt. Eine fernere Be-

1) Falls die Induction in *nq* und *ns* von verschiedener Stärke ist, ist sie wahrscheinlich auf der letzteren Stelle kräftiger, weil ein gröſserer Theil der Entladung durch den Zweig *mrGsn* geht.

2) *Oef. af K. Vet.-Akad. Förh.* 1869, *S.* 705; Pogg. Ann. Bd. 139, S. 369.

stätigung liegt auch in den soeben hier angeführten Thatsachen. Durch das Einsetzen der Rolle statt *ns* wurde nämlich der Ausschlag, ungeachtet der erhöhten Zerreibung, um 27 Scalenth. oder um mehr als die Hälfte seiner ursprünglichen Gröſse herabgesetzt. Der durch die Ventilnatur des Funkens verursachte Unterschied zwischen den Intensitäten der beiden Extraströme übersteigt somit 27 Scalentheile.

§. 5.

Folgende Versuche verdienen genannt zu werden, weil sie einen neuen Beweis für das Daseyn der elektromotorischen Kraft der Disjunction ausmachen.

Läſst man den Entladungsstrom von einer isolirten Kugel *d* (Fig. 2 Taf. V) nach zwei anderen Kugeln *e* und *f* überschlagen, welche vermittelst der Drähte *eRk*, *fGk* und *kc* in Verbindung mit der Kugel *c* stehen, müssen zwei Disjunctionsströme *D* und *D'* entstehen, welche die Leitung *kedfk* in entgegengesetzten Richtungen durchlaufen. Indem man die Länge der beiden Funken gehörig abpaſst, muſs man ihre Disjunctionsströme gleich stark machen können, so daſs sie einander aufheben. Dieſs gelang auch bei den Versuchen ziemlich vollständig.

Versuch 1. Die Kugel *d* war von Messing, die Kugeln *e* und *f* von Eisen. Das Galvanometer war bei *G* eingesetzt und hatte wie gewöhnlich Brücke *rs* und Ableitungsdraht *st* zur Erde. Auch in *ek* wurde bei *R* eine Rolle eingeschaltet, mit der Galvanometerrolle vollkommen gleich und mit einer Brücke von derselben Beschaffenheit wie die des Galvanometers versehen. Man konnte also dadurch, daſs man die beiden Rollen den Platz mit einander tauschen lieſs, die Stromstärke in *ek* erforschen. Wenn der Funken *fd* 9 Mm. und *de* 8 Mm. lang war, verschwand der Ausschlag in *fGk* fast gänzlich. Wenn dann die Rollen *G* und *R* ihre Plätze vertauschten, ohne daſs die Kugeln *e*, *d* und *f* bewegt wurden, erhielt man einen kleinen (1,7 Scalenth.) Ausschlag im Sinne eines in

gleicher Richtung mit dem Entladungsstrome gehenden Stromes. Dieser Ausschlag ist leicht zu erklären. Wie oben erwähnt, wurden die Funkenlängen so abgespaſst, daſs der Ausschlag verschwand, wenn das Galvanometer in *fk* war. Der Funke *df* muſste dann ein wenig länger als *dc* genommen werden, so daſs der Strom *D'* nicht nur *D*, sondern auch den Theil von *U* aufhob, welcher *dfk* durchgeht. In *ek* muſste man also Ausschlag für den Unterschied zwischen *D'* und *D*, vermehrt mit dem Theil von *U*, welcher diesen Weg geht, erhalten.

Versuch 2. Weil die Stärke eines Disjunctionsstromes auf der Funkenlänge beruht und mit derselben wächst, ist es zu erwarten, daſs man, indem man den einen Funken im Verhältniſs zu dem anderen groſs macht, nach Gefallen entweder *D* oder *D'* zum herrschenden Strom werden lassen kann, so daſs der Ausschlag im Galvanometer (eingesetzt z. B. in *fk*) bald nach der einen Seite, bald nach der anderen geschieht. Dies gelang auch auf folgende Weise. Wenn ein feiner Neusilberdraht als Rheostat z. B. in *ek* eingesetzt wurde, konnte man den Funken *df* gröſser als *de* machen, so daſs der Strom *D'* die Oberhand bekam. Wurde aber der Rheostat in *fk* angebracht, konnte der Funken *de* verlängert werden, so daſs *D* die Richtung des Ausschlages bestimmte. Auf diese Weise wurde folgender Versuch angestellt. Das Galvanometer befand sich in *fk* bei *G*. Die Funken hatten zusammen eine Länge von 8 Mm.; der kleinere Funke war ungefähr 3,5 Mm., der gröſsere 4,5 Mm. lang. Schlagweite ungefähr 6 Mm.

	1.	2.	3.
	$df > de$	$de > df$	$df > de$
Ausschlag:	+ 17,2	— 10,4	+ 18,4.

Die Zeichen + und — geben Ausschläge nach entgegengesetzten Seiten der Scale an. Der Maschinenstrom allein gab einen negativen Ausschlag. Also war in 1 und 3 der Strom *D'*, in 2 aber *D* der herrschende, welches durch einen Blick auf die Figur 2, Taf. V klar wird, wo die Richtungen aller Ströme durch Pfeile angegeben sind.

Wenn die beiden Disjunctionsströme nicht da wären, würde der Wechsel in der Richtung des Ausschlages unerklärlich seyn.

Versuch. 3. Wenn der Draht *kc* mit *a* und *dha* mit *c* vereinigt wurde, konnten die Funken ungleich lang gemacht werden, auch wenn der Rheostat entfernt wurde. Der Ausschlag zeigte sich dann so empfindlich für Differenzen zwischen den beiden Funkenlängen, daſs es mir nicht glückte, ihn gänzlich verschwinden zu lassen. Der Wechsel der Ablenkungsrichtung gelang aber bei dieser Anordnung vortrefflich. Die Kugel *d* war von Zinn, *e* und *f* von Eisen; Funkenlänge wie oben Versuch 2. Schlagweite 8 Mm.

	1.	2.	3,
	$df > de$	$de > df$	$df > de$
Ausschlag:	— 24	+ 19,9	— 35,7.

In Folge davon, daſs die Drähte *kc* und *dha* auf oben angeführte Weise die Plätze mit einander vertauscht hatten, gingen in diesen Versuchen alle Ströme durch das Galvanometer in einer der vorigen entgegengesetzten Richtung, so daſs der Entladungsstrom nun einen positiven Ausschlag gab. Folglich wurde der Ausschlag in 1 und 3 durch den Strom *D'*, der in 2 durch *D* bestimmt.

Die Versuche 2 und 3 sind wichtig, weil sie unwidersprechlich beweisen, daſs die elektromotorische Kraft der Disjunction mit der Funkenlänge wächst. Der Widerstand in der Leitung *dfked* war nämlich derselbe, es mochte *df* oder *de* der längere Funken seyn, da ihre zusammengelegte Länge constant gehalten wurde. Der einzige Grund dafür, daſs der Disjunctionsstrom des längeren Funkens die Richtung der Ablenkung bestimmt, muſs folglich die gröſsere elektromotorische Kraft dieses Funkens seyn.

§. 6.

Um eine erweiterte Kenntniſs der Eigenschaften des Disjunctionsstromes des elektrischen Funkens zu erhalten, ist es nothwendig zu erforschen, wie dieser Strom von

der entladenen Elektricitätsmenge und deren Spannnng abhängig ist. Um die Menge variiren zu können, ohne dafs die Spannung verändert wird und umgekehrt diese, während jene constant bleibt, mufs man eine elektrische Batterie mit veränderlicher Fläche anwenden. Die in vorhergehenden Versuchen benutzte Methode mit discontinuirlichen Strömen, hervorgebracht durch Entladungen eines Ladungsapparates mit constanter Fläche (die Flaschen der Elektromaschine) wurde deshalb aufgegeben. In den folgenden Versuchen wurde der Disjunctionsstrom durch eine einzige Entladung aus einer grofsen Ladungsflasche oder einer Batterie von mehreren Flaschen hervorgerufen; der nach der Entladung beobachtete Ausschlag ist (wie bei anderen schnell verlaufenden Strömen) dem Product der Mittelintensität des Stromes in seine Dauer proportional.

Die Anordnung der Versuche wird durch Fig. 5, Taf. V erläutert. *E* ist die elektrische Batterie. Wenn es nicht besonders bemerkt ist, wurden Ladungsflaschen angewandt, deren äufsere Belegung ungefähr 1200 Quadratctm. ausmachte. Ihre Höhe war 45, ihr Durchmesser 9 Ctm. und die Dicke des Glases 1 Mm. Von der isolirten äufseren Belegung der Batterie führt der Draht *eb* zu dem negativen Einsauger, und der Draht *ek* zu der einen (isolirten Kugel *k* eines Entladungsapparates, ähnlich dem von Riefs[1]) beschriebenen. Die zweite Kugel *l* dieses Apparates war auf einer Metallstange befestigt, welche vermittelst eines hölzernen Klotzes so gestellt werden konnte, dafs die Kugel *l* auf einem bestimmten Abstande über *k* stand. Die Kugeln *k* und *l* hatten 15 Mm. im Diameter. Die Drähte *eb*, *ek*. *ln*, *nq*, *mp* und *md* sind kurz und dick, und haben folglich geringen Widerstand. Die Leitung *mrGsn* entspricht der gleichbezeichneten in den Figuren 1 und 3. Der Metalldraht *st* ist an den Wasserleitungsröhren befestigt. Die von der inneren Belegung der Batterie während des Ladens vertriebene negative Elektricität geht also

1) Die Lehre von der Reibungselektricität, Bd. I, S. 352.

durch die Leitung *dmrGst* in die Erde[1]). Der Widerstand im Zweige *mrGsn* war ungefähr 1000 Ctm. In eine Entfernung von 7 Mm. von der Kugel *a* (Durchmesser derselben 33 Mm.) des positiven Einsaugers wurde eine Messingkugel *c* (Durchmesser 21 Mm.) gestellt, von der ein Metalldraht zu dem Streifen von Messingblech, welcher die äufseren Belegungen der Maschinenflaschen mit einander verband, führte; von derselben Kugel *c* ging der Draht *cw* nach den Gasleitungsröhren. Als die Maschine in Gang gesetzt wurde, verbreitete sich die negative Elektricität auf der äufseren Belegung der Batterie; die positive sammelte sich in der zum positiven Einsauger gehörenden Ladungsflasche, bis ein Funke zur Kugel *c* übersprang, wobei sich die Flasche entlud, um von neuem geladen zu werden. Die Gröfse der Batterieladung wird durch die Anzahl solcher Funken angegeben, welche beobachtet wurden, bis die Batterie entladen wurde. Die Entladung konnte auf zweierlei Weise geschehen. Wenn man, nachdem die Batterie mit einer gewissen Menge Elektricität geladen worden, den hölzernen Klotz schnell fortstiefs, fiel die Kugel *l* auf *k* hinunter, wobei sich die Batterie entlud. Die zweite Art der Entladung bestand darin, dafs die Kugel *l* in einem bestimmten Abstande (*der Schlagweite*) über *k* gestellt wurde. Die Maschine wurde nachher im Gange erhalten, bis sich die Batterie von selbst entlud, als die Elektricität auf der Kugel *k* die nöthige Spannung erhalten hatte. Diese Entladungsart wurde immer, wenn es nicht besonders bemerkt wird, angewandt, weil sie gleichmäfsigere Ausschläge als die erst beschriebene Art gab.

Um die Abhängigkeit der Disjunction von der entladenen Elektricitätsmenge *q* zu ermitteln, wurde eine Batterie von 1 bis 6 Flaschen zu einer bestimmten Schlagweite ge-

1) Ein Theil dieser Elektricität ging durch das Galvanometer und versetzte die Nadel in kleine Oscillationen, deren Amplitude jedoch nimmer einen Scalentheil überschritt. Wenn die Ausschläge, welche gemessen werden sollten, sehr klein waren, wurde diese Fehlerquelle dadurch vermieden, dafs der Draht *st* bei *r* befestigt wurde.

laden. Zu Polen für den Disjunctionsfunken wurden Zinnkugeln von 17 Mm. im Diameter angewandt. Wir führen hier die Mittel *n* der erhaltenen Ausschläge an, nebst den wahrscheinlichen Fehlern *sf*.

Reihe 1. Schlagweite 11 Mm., Funkenlänge 7 Mm.

Anzahl der Flaschen	*s*	1	2	3	4
Elektricitätsmenge (Mittel)	*q*	29	60	85,5	107
Ausschlag (Mittel)	*u*	41,1	47,7	51,9	51,8
	sf	±0,53	±0,18	±0,80	±0,41.

Reihe 2. Schlagweite 11 Mm., Funkenlänge 6 Mm.

s	1 [1])	2 [2])	1 [3])	1	2	3	4	5	6
q	9,7	16,2	23,0	29,5	53,3	82,7	108,7	133,5	154,5
u	14,7	21,8	18,6	27,9	29,8	32,2	34	34,5	36,6
sf	±1,62	±0,89	±0,74	±0,80	±0,59	±0,65	±0,43	±0,45	±0,49.

Wie man erwarten konnte, gaben die Ausschläge einen Strom an, welcher im Funken in entgegengesetzter Richtung gegen die Entladung ging. Aus den angeführten Reihen kann man die Schlufsfolge ziehen, *dafs der Ausschlag des Disjunctionsstromes freilich mit der Menge der entladenen Elektricität wächst, aber in immer abnehmendem Verhältnifs, so dafs derselbe sich einer Gränze nähert, welche er nicht zu überschreiten scheint.*

Man findet hier also den Disjunctionsstrom wesentlich verschieden von dem Entladungsstrome, denn dieser letztere verursacht Ausschläge, *welche der Menge der entladenen Elektricität proportional sind.* Wenn nämlich die Kugeln *p* und *q* so weit von einander entfernt wurden, dafs kein Funke zwischen ihnen bei der Entladung überschlug, erhielt man folgende Ausschläge.

1) Hier wurde eine kleinere Ladungsflasche mit einer äufseren Belegung von 274 Quadrat-Cm. benutzt.

2) Die äufsere Belegung jeder Flasche 274 Quadrat-Cm.

3) Die äufsere Belegung 506 Quadrat-Cm.

Reihe 3. Schlagweite 11 Mm. [1]).

n	1	2	3	4	5	6
q	25	45,4	63,2	84	104	123,5
u	1,98	3,42	4,62	6,26	7,96	9,00
sf	±0,065	±0,142	±0,125	±0,059	±0,069	±0,107.

Dividirt man jedes *u* mit entsprechendem *q* und nimmt das Mittel der Quotienten, erhält man die Zahl 0,07525. Wenn nun der Ausschlag der Menge der entladenen Elektricität proportional ist, so mufs man durch Multiplication der Zahl 0,07525 mit dem Quotienten *q* Zahlen erhalten, welche sich wenig von den beobachteten Ausschlagszahlen unterscheiden. Die auf solche Weise berechneten Ausschläge sind folgende.

Flaschenzahl	1	2	3	4	5	6
Berechneter Ausschlag	1,88	3,42	4,76	6,32	7,83	9,29
Beobachteter Ausschlag	1,98	3,42	4,62	6,26	7,96	9,00
Differenz	—0,10	±0,00	+0,14	+0,06	—0,13	+0,29.

Wenn wir keine Rücksicht auf die kleinen Differenzen nehmen, können wir also als Resultat dieser Reihe feststellen, dafs der Ausschlag des elektrischen Entladungsstromes mit der Menge der entladenen Elektrictät in geradem Verhältnisse steht, auch wenn die Entladung durch einen kurzen metallischen Bogen stattfindet.

Reihe 4. Der Funkenapparat wurde bei *u* eingeschaltet; zwischen *m* und *n* wurde als Brücke ein 1260 Cm. langer Kabeldraht gesetzt. Schlagweite 11,3 Mm., Funkenlänge 7 Millimeter.

s	1	2	3	4
q [2])	36	60	86,5	111
u	15,6 ± 0,43	19,3 ± 0,92	18,9 ± 0,41	21,7 ± 0,35.

1) Vor dieser Versuchsreihe wurden die Kugeln *a* und *c*, sowie *k* und *l* von Neuem in gehörigen Abständen eingestellt, wobei ein geringer Unterschied der entsprechenden Abstände in den Reihen 1 und 2 entstanden seyn mufs, welcher die Verkleinerung der zum Laden erforderlichen Elektricitätsmenge erklärt.

2) In dieser Reihe waren die Kugeln *k* und *l* des Entladungsapparates mit zwei gröfseren (Diam. 17 Mm.) vertauscht.

Hier schlug die Nadel in einer der vorigen entgegengesetzten Richtung aus; was die Gröfse des Ausschlages betrifft, so wird, wie man sieht, durch diese Reihe das aus den Reihen 1 und 2 hervorgegangene Gesetz bestätigt.

Man könnte möglicherweise vermuthen, dafs das Vorhandenseyn eines Disjunctionsfunkens auf irgend eine eigenthümliche Weise den Entladungsstrom veränderte, so dafs dessen Einflufs auf die Nadel des Galvanometers vergröfsert und von der Quantität der Entladung beinahe unabhängig würde. Wäre dies der Fall, müfste man, wenn das Galvanometer zwischen *l* und *n* eingesetzt wird, mit Funken bei *pq* ähnliche Ausschläge wie in den Reihen 1, 2 und 4 erhalten. Diese Vermuthung bestätigte sich jedoch nicht; die Ausschläge wurden bei dieser Anordnung der Menge proportional und von derselben Gröfse, wie in der Reihe 3, befunden.

§. 7.

Um zu erforschen, ob die Tension irgend einen Einflufs auf den Ausschlag des Disjunctionsstromes habe, wurden folgende Versuche angestellt.

Die entladene Elektricitätsmenge war bei allen zu derselben Reihe gehörenden Ausschlägen constant. Die Tension wurde dadurch vermindert, dafs man die Flaschenzahl der Batterie vergröfserte; zugleich wurden die Kugeln *k* und *l* einander genähert, so dafs (in deu Reihen 2, 3 und 4) die Entladung von selbst eintrat, wenn dieselbe constante Elektricitätsmenge in die Batterie eingeführt war. Nur in der Reihe 1 geschah die Entladung dadurch, dafs man die Kugel *l* auf *k* hinunter fallen liefs. Die Mittel der erhaltenen Ausschläge[1]) sind nebst den wahrscheinlichen Fehlern in folgender Tabelle angeführt. Die Verticalcolumnen entsprechen an verschiedenen Tagen angestellten Versuchsreihen. Die Elektricitätsmengen *q* weisen auf die Vertical-, die Flaschenzahl *s* auf

1) Es wurde immer eine desto gröfsere Anzahl solcher genommen, je mehr sie hinsichtlich ihrer Gröfse variirten.

die Horizontalcolumnen hin. Funken bei *pq* zwischen Zinnkugeln. Funkenlänge 2 Mm.

Versuchsreihe	1	2	3	4
Elektricitätsmenge	$q = 28$	$q = 38$	$q = 38,8$	$q = 36,5$
Flaschenzahl $s = 1$	3,8 ± 0,53	8,0 ± 0,62	3,7 ± 0,11	5,0 ± 0,39
2	18,0 ± 2,0	8,4 ± 0,55	4,0 ± 0,17	5,6 ± 0,21
3	32,6 ± 2,29	10,5 ± 0,92	5,0 ± 0,30	6,6 ± 0,55
4	—	19,0 ± 1,66	6,3 ± 0,23	15,2 ± 1,05.

Diese Reihen führen zu folgenden Resultaten: 1) So lange die Tension bedeutend ist, hat eine Veränderung derselben wenig Einfluſs auf den Ausschlag des Disjunctionsstromes. Die Tension $\frac{q}{s}$ muſs nämlich von 39 bis wenigstens 20 abnehmen, ohne daſs die Veränderung im Ausschlage den wahrscheinlichen Fehler übersteigt. 2) Die Tension darf bei einem bestimmten Abstande zwischen den Kugeln *p* und *q* nicht unter einem Minimalwerth sinken, sofern ein Funken daselbst gebildet werden soll. Bei den hier angeführten Versuchen entsprach dieser Minimalwerth der Schlagweite 10 Mm. (ungefähr) bei 2 Mm. Funkenlänge. Wenn die Tension sich diesem Minimum nähert, wird der Ausschlag des Disjunctionsstromes merklich erhöht, öfters (in den Reihen 1, 2 und 4) ganz bedeutend.

Daſs die Tension ohne Einfluſs auf den allein durch den Entladungsstrom hervorgebrachten Ausschlag ist, wird durch folgende Reihe bewiesen, in welcher die Kugeln *p* und *q* so weit von einander entfernt waren, daſs sich kein Funken zwischen ihnen bei der Entladung zeigte.

s	1	2	3	4
q	35	40	40	40
$\frac{q}{s}$	35	20	13,3	10
u	2,5	3	3,03	2,96
sf	∓ 0	± 0	± 0,023	± 0,027

Der Ausschlag für $q = 40$ wird im Mittel 3 Scalenth.; für $q = 35$ müſste man also $u = \frac{35}{40} \cdot 3 = 2,63$ Scalenth. statt $u = 2,5$ erhalten. Der geringe Unterschied rührt

von dem Elektricitätsverlust her, welcher bei hoher Tension durch die Zerstreuung in die Luft entsteht.

§. 8.

Folgende Versuche wurden angestellt, um die Abhängigkeit des Ausschlages von der Funkenlänge zu erforschen. Die Anordnung zeigt die Fig. 5, Taf. V. Batterie 1 grofse Flasche; Schlagweite 11 Mm.

Reihe 1. Zinnkugeln.

Funkenlänge (Millim.)	2	3	4	5	6	7	8
Ausschlag	2,5	3,5	9	9	17	37	+ 58
	1,5	3,5	7	10	17	36	— 4
	1,5	4,5	5	11	19	49	+ 4
	2,0	2,5	6	11	22	36	+ 6
			6			39	— 44
							+ 4
							— 22
							— 12
							+ 60
Mittel	1,9	3,5	6,6	10,2	18,7	39,4.	

Reihe 2. Eisenkugeln.

Funkenlänge (Millim.)	2	5	6	7	8
Ausschlag	4	15	31	41	67
	4	15	45	59	47
	6	12	31	64	46
	4	14	37	44	7
				39	45
				44	4
				42	47
					47
					50
Mittel	4,5	14	33,5	47,6.	

Diese Reihen zeigen, dafs der Ausschlag mit der Funkenlänge wächst. Wenn die Zinnkugeln angewandt werden, weichen die einzelnen Ausschläge bei irgend einer Funkenlänge wenig vom Mittel ab, so lange der Funken *pq* nicht 7 Mm. Länge überschreitet. Wird der Funken länger, hört der Ausschlag auf constant zu seyn, wie die

[redacted]

Zahlen bei Funkenlänge = 8 Mm. zeigen. Nicht einmal die Bewegungsrichtung der Nadel liefs sich dann im Voraus bestimmen. Die Ausschläge ohne Zeichen sowie die mit + bezeichneten gaben wie gewöhnlich einen Strom an, der im Funken in entgegengesetzter Richtung gegen den Entladungsstrom ging; wogegen die Nadel bei den mit — bezeichneten im Sinne eines diesem Strome gleichgerichteten ausschlug. Auch mit Eisenkugeln wurden, wie die Reihe 2 zeigt, die Ausschläge bei 8 Mm. Funkenlänge variabel; doch blieb ihre Richtung die gewöhnliche. Die Ursache dieser Variationen soll unten (§. 10) angedeutet werden. Bei gröfserem Abstande zwischen den Polen als 8 Mm. schlug der Funken nicht über.

§. 9.

Hr. Prof. Edlund hat in einem Aufsatze [1]) seine Ueberzeugung ausgesprochen, dafs auch der Funken, welcher bei der Entladung zwischen zwei Wassermassen entsteht, elektromotorisch ist. Um dies experimentell nachzuweisen, wurden folgende Versuche angestellt.

Der positive Pol *p* (Fig. 5, Taf. V.) bestand aus der freien Oberfläche des Wasser in einem cylindrischen Messinggefäfse; als negativer Pol diente eine senkrechte Wassersäule, welche in einer am oberen Ende verschlossenen Glasröhre vom Luftdrucke getragen wurde. Das untere Ende der Wassersäule stand 3 bis 5 Mm. über der Wasserfläche im Gefäfse; ihr oberes Ende war in leitender Verbindung mit *n*. Wenn dem Wasser einige Tropfen Schwefel- oder Salpetersäure zugesetzt wurden, erhielt man, wenn eine grofse Flasche (zu 11 Mm.. Schlagweite geladen) entladen wurde, immer einen Funken bei *pq*. Eine gröfsere Anzahl Ausschläge wurde sowohl mit als ohne Funken bei *pq* genommen; die Mittel der erhaltenen Ausschlagszahlen sind folgende.

1) *Oev. af K. Vet.-Akad. Förh.* 1869, *S.* 705. Pogg. Ann. Bd. 139, S. 368.

	Funken bei pq	Ohne Funken	Funken bei pq
Ausschlag (Mittel)	2,5 ± 0,042	1,96 ± 0,026	2,24 ± 0,063

Die Ausschläge mit und ohne Funken bei pq geschahen nach derselben Seite der Scale. Ein zweiter Versuch, wobei die kleinen Flaschen der Elektromaschine als Ladungsapparat benutzt wurden, gab für den continuirlichen Strom (6 Funken in der Secunde) folgende

	Funken bei pq	Ohne Funken	Funken bei pq
Ausschlag (Mittel)	1,68 ± 0,07	1,0 ± 0	1,75 ± 0,083

Darauf wurde der Funkenapparat in die Leitung zwischen m und v bei u eingesetzt; die Puncte m und n wurden durch eine metallische Leitung verbunden. Bei der Entladung einer Batterie von 4 grofsen Flaschen (Schlagweite 11 Mm.) erhielt man den Ausschlag 0,83 ± 0,033 Scalenth., einen Strom von entgegengesetzter Richtung gegen den Entladungsstrom anzeigend.

Diese Versuche zeigen, dafs ein Disjunctionsfunken zwischen zwei Wassermassen den Ausschlag des Entladungsstromes ganz auf dieselbe modificirt wie ein solcher Funken zwischen Metallpolen. Daraus folgt, dafs auch die Entladung zwischen zwei Wassermassen von einem Disjunctionsstrome begleitet ist.

§. 10.

Eine elektrische Entladung durch die Luft zwischen zwei Metallkugeln hinterläfst immer auf denselben Spuren des Funkens [1]. Um zu erforschen, in wie fern die Beschaffenheit dieser Spuren in irgend einem Zusammenhange mit dem Ausschlage des Disjunctionsstromes steht, wurden nachfolgende Versuche angestellt.

Bei der gewöhnlichen Anordnung (Fig. 5, Taf. V) wurde der Funke zwischen p und q so lang genommen, als es

1) Priestley war der erste, der die Spuren eines elektrischen Funkens zwischen zwei Metallflächen genauer beobachtete (*Histoire de l'électricité, T. III, p.* 325 ff.). Er redet (S. 328 bis 330) von zwei verschiedenartigen Spuren, welche identisch mit den hier beschriebenen Narben und glänzenden Flecken zu seyn scheinen.

bei der vorhandenen Schlagweite nur möglich war. Nach jeder Entladung wurde die Beschaffenheit der Funkenspuren auf den Kugeln *p* und *q* (von Zinn) beobachtet und zugleich der Ausschlag gemerkt. Vor jedem Versuche wurden die Spuren der vorhergehenden Entladung entfernt, so dafs der Funken immer zwischen glattpolirtem Metall überschlug. In der Reihe 1 bestand die Batterie aus einer grofsen Flasche, in den Reihen 2, 3 und 4 aus zwei solchen. Die Schlagweite war 3 Mm., die Funkenlänge 1 bis 2 Mm. Die mit + bezeichneten Ausschläge gingen nach den höheren Zahlen der Scale, die mit — nach den niedrigeren.

Versuchsreihen	1.	2.	3.	4.
	— 37 *	+58 *	—70 *	+ 8 *
	+ 28 *	—62 *	— 1 **	—20 *
	— 16 *	— 2 **	—61 *	+ 8 *
	— 25 *	—10 *	—34 *	+28 *
	+ 8 *	— 2 **	—18 *	— 2 **
	— 5 *	—27 *	— 2 **	—27 *
	— 2 **	— 6	—60 *	+20 *
	—100 *	— 2 **	—65 *	+25 *
	— 96 *	— 1 **	—42 *	—22 *

Wie man sieht, variiren die Ausschläge aufserordentlich sowohl der Gröfse als der Richtung nach. Man könnte Verdacht haben, dafs etwa elektrische Ladungen des Galvanometerdrahtes die Ursache dieser Variationen wären. Das dies nicht der Fall war, wurden durch denselben Versuch dargelegt, den Hr. Edlund zu diesem Zweck ersonnen hat [1]). Die wahrscheinliche Ursache dieser Variationen, die nicht vorkamen, wenn der Funken *pq* eine im Verhältnifs zur Schlagweite mäfsige Länge hatte, soll am Ende dieses Paragraphen angegeben werden, weshalb wir sogleich zu den Beobachtungen der Funkenspuren übergehen. So oft man einen nicht allzu kleinen Ausschlag erhielt, zeigte sich zwischen den Polen ein bestimmter Unterschied in der Beschaffenheit dieser Spuren. Auf der

1) *Oef. af K. Vet.-Akad. Förh.* 1868, *p.* 462 Pogg. Ann. Bd. 136, S. 343.



einen Kugel, welche hier *A* genannt werden soll, bestanden dieselben aus mehr oder weniger tiefen ***Narben*** (Vertiefungen) mit auswärts gebogenen zackigen Rändern, deutlich zu erkennen gebend, dafs diese Narben dadurch entstanden, dafs Metallpartikeln von der Fläche der Kugel losgerissen und fortgeführt worden waren. Auf der anderen Kugel, *B* genannt, konnten in den meisten Fällen, wenn der Ausschlag bedeutend war, keine solche Narben entdeckt werden; aber als etwas für diese Kugel Charakteristisches fanden sich daselbst sehr kleine ***runde metallisch glänzende Flecke***; bei Vergröfserung zeigte sich in der Mitte derselben eine flache Vertiefung, von einigen erhöhten concentrischen Rändern umgeben. Diese Flecke waren ohne Zweifel aus den von der Kugel *A* losgerissenen Partikeln gebildet, welche sich im geschmolzenen Zustande auf die Kugel *B* abgesetzt hatten [1]). Bei geringen Ausschlägen zeigten sich auch auf *B* Narben solcher Art wie auf *A*, woneben die Anzahl der glänzenden Flecke vermindert wurde, so dafs ***der charakteristische Unterschied zwischen den Funkenspuren auf A und B mit dem Ausschlage abnahm.*** Nach sehr kleinen Ausschlägen (1 bis 2 Scalenth.) konnte kein Unterschied zwischen den auf den Kugeln befindlichen Zeichnungen beobachtet werden, obgleich beide angegriffen und mit Narben versehen waren. Was die Richtung des Ausschlages betrifft, gab sie immer, falls jede Kugel mit den ihr eigenthümlichen Funkenspuren versehen war, einen Strom an, ***welcher im Funken von B nach A ging.*** Im oben angeführten Ausschlagsreihen ist durch einen Stern angedeutet, dafs man den eben beschriebenen Zusammenhang zwischen der Gröfse und

1) Wenn zwei Zinnkugeln als Pole für einen Disjunctionsfunken von mäfsiger Länge in einer gröfseren Anzahl Versuchen angewandt wurden, ohne dafs man die Spuren nach jeder Entladung entfernte, zeigte sich auf *A* ein grofser zerschmolzener Fleck, auf *B* ein niedriger Kegel, — ein deutlicher Beweis davon, dafs eine gröfsere Menge Metallpartikel von *A* nach *B* übergeführt war, als umgekehrt.

Richtung des Ausschlages und den auf den Kugeln befindlichen Funkenspuren beim Versuche beobachten konnte. Zwei Sterne bezeichnen, dafs sich kein Unterschied zwischen den Zeichnungen auf den Kugeln gezeigt hatte; dies war, wie man sieht, nur bei sehr kleinen Ausschlägen der Fall.

Zwischen den Zeichnungen auf den Kugeln *k* und *l* des Entladungsapparates war kein charakteristischer Unterschied zu entdecken. Auch wenn eine gröfsere Menge Funken nach einander zwischen denselben Stellen der Kugeln überschlug, zeigten sich diese vollkommen gleich angegriffen. Die Ursache hierzu ist ohne Zweifel die, dafs die Entladung durch einen kurzen metallischen Bogen, wie Feddersen gezeigt hat[1]), oscillatorisch ist, d. h. der Entladungsstrom besteht aus mehreren hin und her gehenden Strömen. Da also bald die Kugel *k*, bald *l* den Ausgangspunkt für z. B. die positive Elektricität ausmachte, ist es nicht zu verwundern, dafs sie beide gleich angegriffen wurden. Der auffallende Unterschied zwischen den Zeichnungen auf den Kugeln *p* und *q* mufs in Analogie hiermit seinen Grund darin haben, dafs bei der elektrischen Entladung zwischen ihnen nur eine Oscillation (oder doch nur eine geringere Anzahl solcher) ihre Spuren auf die Kugeln zurückläfst, d. h. Zerreibung und Disjunctionsstrom hervorruft[2]).

1) Pogg. Ann. Bd. 113, S. 437. Bd. 116, S. 132.

2) Hiemit stimmen Feddersen's Beobachtungen überein (Pogg. Ann. Bd. 112, S. 456 und Bd. 116, S. 134). Auch er fand keinen Unterschied zwischen den Zeichnungen auf den Kugeln, wenn die Entladung durch einen kurzen metallischen Leiter geschah und somit oscillatorisch war. Wurde dagegen ein gröfserer Widerstand in den Entladungsbogen eingefügt, so dafs sich nur die erste der Querabtheilungen im rotirenden Spiegel zeigte, so konnten die beiden Kugeln mittelst der Funkenspuren sehr gut von einander unterschieden werden: auf der positiven Kugel zeigte sich ein kleiner energischer Eindruck, auf der negativen ein leichter Schleier, über einen gröfseren Theil der Fläche ausgebreitet. Auch bei meinen Versuchen waren die kleinen Flecke (siehe oben) der Kugel *B* auf einen gefärbten Oxydüberzug gestreut.

[redacted]

Auf diesen Umstand kann man eine Erklärung der in §§. 6 bis 8 erhaltenen Resultate gründen.

Die Versuche in §. 6 zeigten, dafs der Ausschlag bei unveränderter Spannung mit der Elektricitätsmenge auf die Weise wächst, dafs er sich immer mehr einem Maximalwerthe nähert. Die Zeichnungen auf den Polflächen gaben hierzu folgende Versuche an. So lange die Batterie aus nicht mehr als zwei grofsen Flaschen bestand, zeigte sich auf dem positiven Pole nur eine Menge unregelmäfsig geordneter Vertiefungen (Narben), auf dem negativen nur die kleinen glänzenden Flecke. Folglich hatte in diesem Falle nur die erste Oscillation einen kräftigen Disjunctionsstrom verursacht. Die Spuren nahmen übrigens mit der Fläche der Batterie in der Anzahl zu; dieser Umstand erklärt den anfänglich schnellen Zuwachs des Ausschlages. Dafs er defsungeachtet ein Maximum nicht überschreitet, hat wahrscheinlich seinen Grund darin, dafs, wie die Spuren auf den Polflächen andeuteten [1]), bei gröfserer Batteriefläche (drei oder mehrere Flaschen) auch die zweite Oscillation von einem merkbaren Disjunctionsstrom begleitet war, wodurch der Zuwachs in der Stärke des ersten Stromes schliefslich aufgehoben wird.

Wie es möglich ist, dafs die zweite Oscillation bei gröfserer Batteriefläche Zerreibung hervorbringen kann, obgleich dieses bei gleicher Schlagweite und Funkenlänge bei geringer Capacität der Batterie nicht eintritt, läfst sich auf folgende Weise einsehen. Die Menge der entladenen Elektricität wächst, wenn die Schlagweite constant ist, in Proportion mit der Anzahl der Flaschen, wogegen nach Feddersen [2]) die Dauer der Oscillation nur wie die Quadratwurzel aus der Flaschenzahl zunimmt. Das Verhältnifs zwischen Menge und Dauer, worauf die Intensität beruht, mufs also mit der Fläche der Batterie wachsen. Nun ist freilich die Quantität der zweiten Os-

1) Auch auf dem negativen Pole zeigten sich bei gröfseren Batterieflächen merkbare Narben.

2) Pogg. Ann. Bd. 116, S. 153.

cillation geringer als die der ersten; aber nach v. Oettingen [1]) kann das Verhältniſs der Elektricitätsmenge in einer Oscillation (Alternation) zu der Menge der vorhergehenden ziemlich groſs seyn. Bei dem geringsten Widerstande (1500 Meter eines 0,2 Mm. dicken Kupferdrahtes) war dieses Verhältniſs *m* (welches wächst, wenn der Widerstand im Entladungsbogen abnimmt) = 0,69; weil der hier angewandte Bogen einen unvergleichlich viel geringeren Widerstand hat, ist *m* aller Wahrscheinlichkeit nach gröſser, so daſs die zweite Oscillation, welche wie alle die folgenden gleiche Dauer mit der ersten hat [2]), wenig geringer intensiv als diese ist. Deshalb ist es möglich, daſs bei groſser Batteriefläche auch durch die zweite Oscillation ein kräftiger Disjunctionsstrom hervorgebracht wird.

Was ferner das Resultat der Versuche in §. 7 betrifft, wird dieses nach denselben Principien sehr leicht erklärt. So lange die Batteriefläche klein und folglich die Spannung sehr groſs war, hatte auch die zweite Oscillation Intensität genug, um mit Zerreibung der Polflächen überzuschlagen, da der Funken im Verhältniſs zur Schlagweite kurz war. Die Spuren auf den Kugeln zeigten in diesem Falle unzweideutig zwei (oder vielleicht mehrere) gegen einander gehende Disjunctionsströme an, weshalb der Ausschlag unbedeutend wurde. Wenn die Batteriefläche gröſser wird, nimmt die Dauer der Oscillation ab [3]). Weil nun die Elektricitätsmenge constant erhalten wird, muſs die Intensität der Oscillationen bei fortgesetzter Vergröſserung der Fläche, beständig abnehmen; bei einer hinreichend kleinen Capacität der Batterie ist somit der Entladungsschlag so schwach, daſs die zweite Oscillation nicht mehr eine Zerreibung hervorbringen kann, welche der Gröſse nach mit der der ersten Oscillation zu vergleichen ist, weshalb der Disjunctionsstrom derselben allein vorherr-

1) Pogg. Ann. Bd. 115, S. 524.
2) Feddersen, Pogg. Ann. Bd. 116, S. 150.
3) Die Oscillationsdauer ist nach Feddersen (Pogg. Ann. Bd. 116, S. 152) unabhängig von der Schlagweite.

schend wird und den bei grofser Batteriefläche oft sehr bedeutenden Ausschlag verursacht. Auch waren die Polflächen in solchen Fällen charakteristisch verschieden gezeichnet.

Wenn die Intensität des Entladungsstromes constant gehalten wird, wie in §. 8, beruht es auf der Länge des Funkens, in wie fern nur ein Disjunctionsstrom oder mehrere solche bei der Entladung entstehen. Wenn der Funken kurz ist, existiren mehre hin- und hergehende Disjunctionströme, weshalb der Ausschlag klein wird. Je länger der Funken gemacht wird, desto mehr werden der zweite und die folgenden Ströme geschwächt, so dafs bei einer gewissen Funkenlänge der erste Strom mit seiner vollen Kraft wirkt. Daneben mufs die Elektricität bei einem gröfseren Abstande zwischen den Polen gröfsere Tension bekommen, ehe der Funken überspringt, weshalb die Seitenentladung intensiver und die Zerreibung gröfser wird. Es ist also nicht zu verwundern, dafs der Ausschlag in weit gröfserer Proportion als die Funkenlänge zunimmt.

Hat der Funken die gröfstmögliche Länge, die er bei der gegebenen Schlagweite erhalten kann, erreicht, so werden die Ausschläge der Gröfse nach schwankend und wechseln die Richtung (siehe die Ausschläge bei 8 Mm. Funkenlänge in §. 8 sowie die im Anfang dieses Paragraphen). Dies kann so erklärt werden, dafs die Seitenentladung bei pq bei sehr grofser Funkenlänge nicht immer gleich zu Anfang der Entladung eintritt. Es kann nämlich mitunter geschehen, dafs die erste Oscillation gröfstentheils (oder sogar ganz) ohne andere Wirkung als Influenz auf die Molecüle in der Luftschicht zwischen den Polflächen verläuft, wodurch diese Molecüle in Bewegung gesetzt werden und somit das Eintreten der Seitenentladung in einem späteren Momente der Oscillation erleichtert wird. Wenn der Disjunctionsfunken gleichzeitig mit der Entladung selbst entsteht, wird natürlich der Disjunctionsstrom in Hinsicht der grofsen Funkenlänge sehr kräftig und die

Magnetnadel schlägt in gewöhnlicher Richtung mit ein bedeutenden Anzahl Scalentheile aus. Je später die Seite entladung eintritt, desto weniger gewaltsam wird sie; gleichem Maafse nehmen auch alle begleitenden Phänomen nämlich Zerreibung, Disjunctionsstrom und Einwirkun auf die Luftschicht zwischen den Polen ab. Man mu nämlich annehmen, dafs die Molecüle in derselben des gewaltsamer aus der Funkenstrecke geschleudert werde je heftiger die Seitenentladung ist. Wenn diese ab schwach ist, wird die Veränderung der Dichtigkeit d Luftschicht unbedeutend, so dafs die zweite Oscillatio welche, wie oben gezeigt wurde, recht grofse Intensit haben kann, eine in demselben Maafse gröfsere Zerreibu hervorbringt als die Seitenentladnng während der erst Oscillation später eintritt.

Es ist also möglich, dafs der Disjunctionsstrom d zweiten Oscillation schliefslich vorherrscht, so dafs d Richtung des Ausschlages wechselt. Dieser Strom erreic seine höchste Intensität, wenn die ganze erste Oscillati verläuft, ohne dafs wirkliche Seitenentladung eintritt. Dafs bei geringeren Ausschlägen (nach der einen od anderen Seite der Gleichgewichtslage) zwei schwäche Disjunctionsströme wirksam waren, beweisen sowohl d in solchen Fällen wenig energischen Spuren des Funke als auch dessen verminderter Glanz, welche Umstände da auf hindeuten, dafs sich nur eine geringere Anzahl M tallpartikel im Funken befanden. Nach gröfseren Au schlägen konnten die Pole immer durch die oben b schriebenen Funkenspuren von einander unterschied werden.

Nach dem in diesem Paragraph Angeführten schei der durch eine Seitenentladung verursachte Funken, seine Verlauf nach, von einem gewöhnlichen Funken zwisch den Kugeln des Entladungsapparates wesentlich verschi den zu seyn. Es wäre deshalb von Wichtigkeit, dafs d Verlauf des Disjunctionsfunkens genauer untersucht würd Ohne Zweifel würde eine Untersuchung dieses Funke

mit dem rotirenden Spiegel (nach Feddersen's Methode) in Bezug auf dessen Eigenschaften und den damit zusammenhängenden Disjunctionsphänomenen viel sicherern Aufschlufs liefern, als die Spuren auf den Polflächen geben können. Deshalb beabsichtige ich, so bald sich nur Zeit und Gelegenheit darbieten, eine solche Untersuchung vorzunehmen.

Die *Resultate* der vorhergehenden Untersuchung sind folgende:

1. *Die von Hrn. Prof. Buff (Ann. der Chemie und Pharmacie Bd.* 86, *S.* 293) *beobachteten Galvanometerausschläge hatten ihre Hauptursache in elektrischen Disjunctionsströmen; doch wurde die Gröfse dieser Ausschläge durch gleichzeitig wirksame Inductionsströme modificirt.*

2. *Die Zerreibung der Polflächen und die darauf beruhende elektromotorische Kraft der Disjunction wird einigermafsen durch in der Leitung wirksame Inductionsströme verändert; die Art dieser Veränderung ist abhängig von der Stelle in der Leitung, woselbst Induction stattfindet.*

3. *Wenn man den Entladungsstrom in beiden Zweigen des Entladungsbogens Funken bilden läfst (wie in* §. 5), *wird der Ausschlag durch den Disjunctionsstrom des längeren Funkens bestimmt. Dieses ist ein einfaches Verfahren, das Daseyn des Disjunctionsstromes anschaulich zu machen, woneben dieser Versuch beweist, dafs die elektromotorische Kraft des Funkens mit seiner Länge wächst.*

4. *Der elektrische Disjunctionsstrom verursacht einen Ausschlag, der in schwächerem Verhältnifs als die entladene Elektricitätsmenge wächst und sich einem Maximalwerthe zu nähern scheint. Dagegen ist der Ausschlag des Entladungsstromes der entladenen Elektricitätsmenge proportional. Der Disjunctionsstrom ist also in dieser Hinsicht von dem Entladungsstrome wesentlich verschieden.*

5. *Der Ausschlag des Disjunctionsstromes ist bei constanter Elektricitätsmenge unabhängig von der Tension, so lange diese grofs ist, wächst aber, wenn die Tension sich*

dem Minimalwerthe nähert, wobei Seitenentladung nicht mehr eintritt.

6. *Der Grund zu den in* §. 6 *und* 7 *erhaltenen Resultaten, sowie zu den Variationen in der Richtung und Gröfse des Ausschlages, welche bei sehr langen Disjunctionsfunken vorkommen, scheint in dem Umstande zu liegen, dafs die Entladung, wenn der Widerstand im Entladungsbogen (wie hier) klein ist, aus mehreren hin- und hergehenden Strömen (Oscillationen) besteht. Es beruht auf der Intensität der Entladung und auf der Länge des Funkens, in wie fern nur die erste oder auch die folgenden dieser Oscillationen Disjunctionsströme zu Stande bringen.*

7. *Auch der Funken, welcher sich bei elektrischer Entladung zwischen zwei Wassermengen zeigt, ist elektromotorisch.*

II. *Ueber die durch Aetherschwingungen erregten Mitschwingungen der Körpertheilchen und deren Rückwirkung auf die ersteren, besonders zur Erklärung der Dispersion und ihrer Anomalien; von W. Sellmeier.*

(Fortsetzung von S. 421.)

§. 5.

Der Erfahrung zufolge zeigt ein natürlicher Lichtstrahl nie eine Polarisation, weder eine lineare, noch eine kreisförmige, noch eine elliptische. Dagegen lehrt die Theorie, dafs in einem homogenen Lichtstrahl, aus wie viel Theilen man ihn auch zusammensetzen möge, die Bahn, welche ein Aethertheilchen zu einer Zeit durchläuft, nothwendig eine Ellipse ist, wenn man mit diesem Worte auch den Kreis (beide Ellipsenaxen einander gleich) und die gerade

Linie (kleine Axe gleich Null) umfaſst; d. h. es kann ein solcher Strahl nicht anders gedacht werden, als zu jeder Zeit polarisirt, sey es elliptisch, oder kreisförmig, oder geradlinig. Um diesen scheinbaren Widerspruch zu heben, ist die Annahme nothwendig, daſs die elliptische Bahn des Aethertheilchens Veränderungen unterworfen ist, und zwar mit einer solchen Geschwindigkeit, daſs innerhalb jeder noch so kurzen bemerkbaren Zeit alle transversalen Schwingungsrichtungen gleich stark vertreten sind, und daſs in derselben kurzen Zeit die beiden Richtungen, in welchen das Aethertheilchen die Bahn durchlaufen kann, gleich oft vorkommen; es müssen nämlich in diesem Falle die in dem erwähnten Zeitraume nach einander vorkommenden Polarisationszustände des Strahls im Gesichtseindrucke sich gegenseitig aufheben und können daher nicht zur Wahrnehmung gelangen.

Andererseits haben Fizeau und Foucault im Sonnenlicht Interferenzen wahrnehmen können bei einem Gangunterschiede von fast 4000 Wellenlängen; ja später hat Fizeau im Natriumlicht noch bei einer Wegdifferenz von 50,000 Wellenlängen Interferenzen beobachtet. Dies beweist, daſs jene Veränderungen der Bahnellipse des Aethertheilchens keine plötzlichen seyn können, sondern daſs sie, im Verhältniſs zur Geschwindigkeit der Schwingungen, sehr langsam und stetig erfolgen, mögen sie sich beziehen auf die Lage der Ellipsenaxen, oder auf deren absolute Gröſse und ihr Verhältniſs zu einander, oder auf die Richtung, in welcher das Aethertheilchen die Bahn durchläuft, diese Richtung dadurch wechselnd, daſs die kleine Axe durch den Werth Null hindurchgeht.

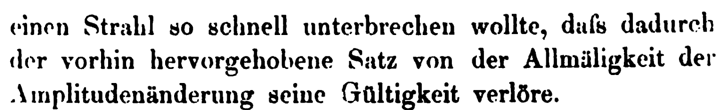
Zerlegt man nun einen natürlichen homogenen Lichtstrahl in zwei senkrecht auf einander polarisirte, bringt die letztern dann in eine einzige Polarisationsebene und läſst sie mit einander interferiren, so kann man aus dem vorhergehenden schlieſsen, daſs innerhalb jeder noch so kurzen bemerkbaren Zeit alle möglichen Phasenunterschiede zwischen beiden Strahlen in gleichem Grade vertreten

seyn, und daſs daher die in demselben kurzen Zeitraum nach einander folgenden Interferenzwirkungen in dem einheitlichen Lichteindrucke sich gegenseitig aufheben werden, oder daſs, wie man es etwas uneigentlich auszudrücken pflegt, solche Strahlen niemals interferiren können, ganz so, wie es mit der Erfahrung übereinstimmt.

Gegenwärtig ist jedoch nur das Verhalten der *Schwingungsamplitude* in einem linear polarisirten Strahl für unsern Gegenstand von Interesse. In Bezug auf diese folgt aus obiger Eigenschaft des natürlichen Lichts:

Die Schwingungsamplitude in einem linearpolarisirten homogenen Lichtstrahl ist nicht constant, sondern veränderlich; sie ändert sich aber nicht plötzlich oder sprungweise, sondern im Verhältniſs zur Geschwindigkeit der Schwingungen sehr langsam und continuirlich.

Auch sieht man ein, daſs die Amplitude zu Zeiten zum Werthe Null herabsinken und daſs alsdann die Phase sich um eine halbe Undulation ändern wird. Für die mittlere Anzahl derjenigen Schwingungen, welche von zwei benachbarten Nullwerthen eingeschlossen sind, und welche wir eine *Schwingungsreihe* nennen wollen, könnte man aus obigen Interferenzbeobachtungen eine untere Gränze bestimmen. Sollen nämlich die beiden Zweige eines Strahls bei ihrer Wiedervereinigung eine bemerkbare Interferenzwirkung hervorbringen, so müssen die zusammenfallenden Schwingungen öfter einer und derselben, als zwei verschiedenen Schwingungsreihen angehören. Demnach muſs im Sonnenlicht eine Schwingungsreihe durchschnittlich mehr als 8000, im Natriumlicht mehr als 100,000 Schwingungen enthalten. Indeſs sind jedenfalls diese Zahlen viel zu klein, besonders die erstere; denn aus den bekannten Oscillationsdauern des Lichts folgt mit Evidenz, daſs wenn in einer Secunde eine Million Schwingungsreihen auf einander folgten, jede derselben doch durchschnittlich aus mehr als 400 Millionen Schwingungen bestehen würde. Aus der Gröſse dieser Zahlen läſst sich auch abnehmen, daſs es wohl eine vergebliche Mühe seyn würde, wenn man



einen Strahl so schnell unterbrechen wollte, daſs dadurch der vorhin hervorgehobene Satz von der Allmäligkeit der Amplitudenänderung seine Gültigkeit verlöre.

Da nun nach dem vorigen Paragraphen die Verschiebungen ξ_0, η_0, ζ_0 des Gleichgewichtsortes jedes Körpertheilchens der Verschiebung ϱ' des Aethers im linear polarisirten Strahl proportional sind, so müssen auch die Schwingungen dieses Gleichgewichtsortes nach jeder der drei Schwingungsaxen aus eben solchen Schwingungsreihen bestehen, deren Amplitude, mit Null beginnend und endend, langsam und stetig zu- und abnimmt. Bei der Integration der Gleichung (2) wurde stillschweigend angenommen, daſs die Amplitude a_0 constant sey, und es ist daher zu untersuchen, welchen Einfluſs ihre Veränderlichkeit auf die Integralgleichungen (3) und (4) ausübt.

Das Zu- und Abnehmen der Schwingungsamplitude des Aethers, also auch der des Gleichgewichtsortes des Körpertheilchens, kann man offenbar ansehen als erzeugt durch das successive Entstehen und Verschwinden von aufeinander gelagerten gleichphasigen elementaren Schwingungsreihen, deren Amplitude unendlich klein, aber constant ist. Das Entstehen wie das Verschwinden jeder dieser elementaren Reihen erzeugt nun Schwingungen des Körpertheilchens, welche einer der Gleichungen (3) und (4) entsprechen müssen, und welche sich ebenfalls auf einander lagern.

Angenommen, es bestehe die Amplitude a_0 aus den zu den Zeiten t_1, t_2, t_3 ... entstandenen unendlich kleinen Elementen $\Delta(a_0)_1$, $\Delta(a_0)_2$ ..., so daſs

$$\xi_0 = [\Delta(a_0)_1 + \Delta(a_0)_2 + \ldots] \sin 2\pi \frac{t+\alpha}{\tau}$$

ist. Dann sind, wenn die Schwingungsdauern δ und ι von einander abweichen, die zu denselben Zeiten entstehenden *wesentlichen* Schwingungen des Körpertheilchens folgende:

$$\frac{\iota^2}{\iota^2-\delta^2}\Delta(a_0)_1 \sin 2\pi \frac{t+\alpha}{\tau}, \quad \frac{\iota^2}{\iota^2-\delta^2}\Delta(a_0)_2 \sin 2\pi \frac{t+\alpha}{\tau} \quad \ldots,$$

Durch die Aufeinanderlagerung derselben entsteht die Summe

$$\frac{\tau^2}{\tau^2-\delta^2}\, a_0 \sin 2\pi \frac{t+\alpha}{\tau},$$

und man sieht also, daſs der Ausdruck für die wesentlichen Schwingungen der Gleichung (3) durch die Veränderlichkeit der Amplitude a_0 keinen Einfluſs erleidet.

Sind dagegen die Schwingungsdauern δ und τ einander gleich, so ist die Summe der zu den Zeiten t_1, t_2 ... entstandenen wesentlichen Schwingungen des Körpertheilchens folgende:

$$-\pi\left[\frac{t-t_1}{\delta}\,\Delta(a_0)_1+\frac{t-t_2}{\delta}\,\Delta(a_0)_2+\dots\right]\cos 2\pi\frac{t+\alpha}{\delta}.$$

Bezeichnet man also die Amplitude der durch den vorstehenden Ausdruck dargestellten Schwingungen mit a, so muſs dieselbe stets der Gleichung

$$\frac{da}{dt}=\frac{\pi}{\delta}\,a_0$$

genügen.

Was endlich die nach einander entstehenden *unwesentlichen* Schwingungen des Körpertheilchens anbetrifft, so haben diese nicht, wie die wesentlichen, gleiche Phase; während bei den letztern der Werth von α überall derselbe, nämlich der in den Schwingungen des Gleichgewichtsorts vorkommende ist, durchläuft bei den unwesentlichen Schwingungen die Gröſse β alle zwischen 0 und δ liegenden Werthe, und zwar sind im Allgemeinen alle diese Werthe in gleichem Grade vertreten. Die Folge davon ist, daſs die aus der Aufeinanderlagerung dieser Schwingungen resultirende Gesammtamplitude nicht die Summe der unendlich kleinen Einzelamplituden ist, sondern daſs vielmehr das *Quadrat* der Gesammtamplitude gleich ist der Summe der *Quadrate* der Einzelamplituden; und daraus folgt, daſs die Gesammtamplitude immer unendlich klein bleibt. Wir wollen dies in Bezug auf die unwesentlichen Schwingungen der Gleichung (3), wo dies

Resultat von besonderer Wichtigkeit ist, specieller ausführen.

Es gehe zur Zeit t' die Amplitude a_0 des Gleichgewichtsorts in $a_0 + \Delta a_0$ über, und es werden dadurch die unwesentlichen Schwingungen

$$\Delta b \sin 2\pi \frac{t+\beta}{\delta}$$

erzeugt. Wenn also vor der Zeit t'

$$\xi = \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a_0 \sin 2\pi \frac{t+\alpha}{\tau} + b \sin 2\pi \frac{t+\beta'}{\delta}$$

war, so ist nach derselben

$$\xi = \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} (a_0 + \Delta a_0) \sin 2\pi \frac{t+\alpha}{\tau} + b \sin 2\pi \frac{t+\beta'}{\delta}$$
$$+ \Delta b \sin 2\pi \frac{t+\beta}{\delta}.$$

Zur Zeit t' kann ξ nur Einen Werth haben, und es müssen daher in Bezug auf diese Zeit beide Ausdrücke einander gleich seyn. Daraus folgt

$$\Delta b \sin 2\pi \frac{t'+\beta}{\delta} = -\frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} \Delta a_0 \sin 2\pi \frac{t'+\alpha}{\tau}.$$

Ebenso mufs die aus beiden Gleichungen bestimmte Geschwindigkeit $\frac{\partial \xi}{\partial t}$ für die Zeit t' dieselbe seyn, woraus folgt

$$\Delta b \cos 2\pi \frac{t'+\beta}{\delta} = -\frac{\delta}{\tau} \cdot \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} \Delta a_0 \cos 2\pi \frac{t'+\alpha}{\tau}.$$

Aus den letzten beiden Gleichungen ergiebt sich für den Werth von β

$$(a) \qquad \operatorname{tg} 2\pi \frac{t'+\beta}{\delta} = \frac{\tau}{\delta} \operatorname{tg} 2\pi \frac{t'+\alpha}{\tau},$$

und für die Amplitude Δb

$$(b) \quad \Delta b^2 = \left(\frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} \Delta a_0\right)^2 \left(\sin^2 2\pi \frac{t'+\alpha}{\tau} + \frac{\delta^2}{\tau^2} \cos^2 2\pi \frac{t'+\alpha}{\tau}\right).$$

Hätte a_0 um Δa_0 ab- statt zugenommen, so würde man, $-\Delta a_0$ für Δa_0 setzend, dieselben Werthe für β und Δb erhalten haben.

Nimmt nun in dem Zeitraum von t_1 bis t_r die Amplitude des Gleichgewichtsortes r Mal um eine Gröfse Δa_0

zu oder ab, so werden dadurch r unwesentliche Schwingungsreihen erzeugt, welche sich auf einander lagern, und indem man die daraus resultirenden Schwingungen durch

$$c \sin 2\pi \frac{t+\gamma}{\delta}$$

darstellt, hat man

$$c \sin 2\pi \frac{t+\gamma}{\delta} = \Delta b_1 \sin 2\pi \frac{t+\beta_1}{\delta} + \Delta b_2 \sin 2\pi \frac{t+\beta_2}{\delta} + \ldots$$
$$= \Sigma \Delta b \sin 2\pi \frac{t+\beta}{\delta},$$

wo die Werthe von β_1, $\beta_2 \ldots$ und die von Δb_1, $\Delta b_2 \ldots$ aus den Gleichungen (a) und (b) zu entnehmen sind, indem man in denselben t_1, $t_2 \ldots$ für t' setzt. Da vorstehende Gleichung gültig seyn muſs für jeden Werth von t, der gröſser ist als t_r, so liefert sie folgende zwei Gleichungen:

$$c \sin 2\pi \frac{\gamma}{\delta} = \Sigma \Delta b \sin 2\pi \frac{\beta}{\delta},$$

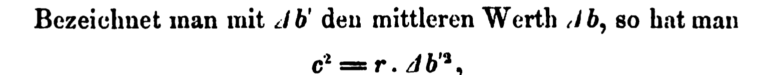
$$c \cos 2\pi \frac{\gamma}{\delta} = \Sigma \Delta b \cos 2\pi \frac{\beta}{\delta},$$

und aus diesen folgt

$$c^2 = \Sigma \Delta b^2 + \Sigma \Delta b_m \Delta b_n \cos 2\pi \frac{\beta_m - \beta_n}{\delta},$$

wo das zweite Glied auf der rechten Seite die Summe der $r(r-1)$ Producte bedeutet, welche man erhält, wenn man jeden der r Werthe von Δb und dem zugehörigen β in der angezeigten Weise mit jedem der $r-1$ andern Werthe von Δb und dem zugehörgen β verbindet. Nimmt die Amplitude des Gleichgewichtsortes langsam und continuirlich zu oder ab, ist also die Zahl r unendlich groſs, dagegen der Werth von Δa_0 unendlich klein, so wird es zu jedem dieser Producte viele andere absolut gleichwerthige geben, in denen aber der Werth von $2\pi \frac{\beta_m - \beta_n}{\delta}$ ebenso oft negativ als positiv ist. Die Summe dieser Producte ist daher gleich Null zu setzen, und die vorstehende Gleichung reducirt sich auf

$$c^2 = \Sigma \Delta b^2.$$



Bezeichnet man mit $\Delta b'$ den mittleren Werth Δb, so hat man

$$c^2 = r \cdot \Delta b'^2,$$

also, da Δa_0 und mithin auch Δb und $\Delta b'$ unendlich klein, dagegen r unendlich grofs ist,

$$c^2 = \infty \cdot \frac{1}{\infty^2} = \frac{1}{\infty}.$$

Wenn daher die Schwingungsreihe des Gleichgewichtsortes mit der Amplitude Null beginnt und schliefst, und wenn diese Amplitude nur langsam und stetig sich ändert, so bleibt während der ganzen Schwingungsreihe die Amplitude der unwesentlichen Schwingungen unendlich klein.

Nur wenn die beiden Schwingungsdauern τ und ϑ nur sehr wenig von einander verschieden sind, können, weil in diesem Falle einestheils nach (b) die Amplitude Δb sehr grofs ist im Vergleich zu Δa_0, anderntheils nach (a) der Werth von β bei der Zunahme der Zeit t' nur langsam sich ändert, die sich auf einander lagernden unwesentlichen Schwingungen einen merklichen Amplitudenwerth erlangen und daher, weil die in ihnen enthaltene lebendige Kraft für immer der Lichtbewegung verloren geht, einen merklichen Lichtverlust erzeugen.

Durch diejenigen Lichtschwingungen, deren Dauer hinlänglich abweicht von den eigenthümlichen Schwingungsdauern eines Körpertheilchens, werden keine merklichen unwesentlichen Schwingungen des letztern erregt.

Es ist dieses Resultat, wie man sieht, einzig die Folge davon, dafs bei einem linear polarisirten homogenen Lichtstrahl die Amplitude des Aethers nur langsam und stetig sich ändert und jede Schwingungsreihe mit Null beginnt und endet. Diese Eigenschaft polarisirter Strahlen ist daher von grofser Wichtigkeit: denn ohne sie würde in Folge der dann auftretenden, das Licht absorbirenden unwesentlichen Schwingungen der Körpertheilchen *die Existenz transparenter Körper kaum als möglich erscheinen.*

Die Ursache dieser Eigenschaft sieht man übrigens leicht ein, wenn man auf die Entstehung des Lichtes zurück-

geht. Alles Licht, dies steht wohl unzweifelhaft fest, wird durch das Schwingen von Körpertheilchen erzeugt. Diese Schwingungen gehen nur sehr langsam an den Aether über, so dafs jedes Körpertheilchen, ähnlich einer Glocke oder Saite, nach jedem empfangenen Impuls eine lange Reihe von Aetherwellen auszusenden vermag, bevor es wieder zur Ruhe kommt. Empfängt, ehe letzteres der Fall ist, das Körpertheilchen einen neuen Impuls, so tritt dessen Wirkung zu den noch vorhandenen Wirkungen der vorhergehenden Impulse hinzu, und man sieht daher ein, dafs, wenn die Impulse sehr schnell auf einander folgen, jeder einzelne von ihnen die Amplitude und Phase der Schwingungen des Körpertheilchens nur sehr wenig verändern kann. Wenn daher bei sehr schneller Aufeinanderfolge der Impulse die Amplitude und Phase merkliche Aenderungen erleiden, so wird man diese als nahezu continuirlich ansehen können. Letzteres ist zwar nicht mehr der Fall, wenn die Impulse seltener sind; es giebt jedoch noch einen andern Umstand, der mit in Erwägung gezogen werden mufs. Ein Lichtstrahl, und wäre derselbe noch so dünn, ist stets das Erzeugnifs einer sehr grofsen Anzahl von Körpertheilen; das, was ein einzelnes dieser Theilchen zu demselben beiträgt, ist verschwindend klein, um so mehr die Wirkung eines einzelnen Impulses, den dasselbe empfängt. Nun ist es möglich, dafs die Impulse, worin dieselben auch bestehen mögen, bald stärker, bald schwächer sind, und dafs sie bald schneller, bald langsamer auf einander folgen. Auch können diejenigen Schwingungen, welche mehr oder weniger einander parallel sind, bei den verschiedenen den Strahl erzeugenden Körpertheilchen bald mehr in gleichem, bald mehr in ungleichem Sinne geschehen. Endlich kann dies Alles, oder das Eine oder Andere, bald mehr in der einen, bald mehr in der andern Richtung der Fall seyn. In Folge dessen wird die Ellipse, welche an einer bestimmten Stelle des Lichtstrahls von einem Aethertheilchen durchlaufen wird, und welche das Resultat der Schwingungen aller jener Körper-

theilchen ist, sich zwar ändern müssen, aber diese Aenderung wird nur eine langsame und continuirliche seyn können, was dann obige Eigenschaft des polarisirten Strahls zur Folge hat. Wenn, wie es vielleicht beim elektrischen Funken der Fall ist, die Körpertheilchen durch einen kräftigen Impuls urplötzlich in starke Schwingungen versetzt werden, so wird dies doch nie gleichzeitig geschehen; von denjenigen Körpertheilchen, welche Theil haben an der Erzeugung des Lichtstrahls, wird immer eines zuerst den Impuls empfangen, und die anderen werden allmählig nachfolgen. Die erwähnte Ellipse wird daher auch in diesem Falle, unendlich klein beginnend und endend, nur allmählig wachsen und wieder abnehmen können; wie es denn überhaupt wohl keine natürlichen Ursachen oder künstlichen Mittel geben wird, durch welche bewirkt werden könnte, daſs die Aenderungen jener Ellipse sprungweise erfolgen.

§. 6.

Den Betrachtungen im vorigen Paragraphen zufolge können wir jetzt in den Schwingungsgleichungen eines Körpertheilchens das unwesentliche Glied fortlassen. Indem wir dann die Zeit t mit einem positiven Durchgange des momentanen Gleichgewichtsortes durch den Ruheort anfangen lassen, fällt auch die Constante α fort, so daſs die Schwingungsgleichung des momentanen Gleichgewichtsortes folgende ist.

$$\xi_0 = a_0 \sin 2\pi \frac{t}{\tau}.$$

Die Verschiebung des Körpertheilchens in der Richtung der x wird dann ausgedrückt

wenn die Schwingungsdauer τ des Lichts von der eigenthümlichen Schwingungsdauer δ des Körpertheilchens verschieden ist,

durch die Gleichung

$$(5) \qquad \xi = \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a_0 \sin 2\pi \frac{t}{\tau} - \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} \xi_0;$$

wenn dagegen beide Schwingungsdauern einander gleich sind,

durch die Gleichungen

$$(6)\qquad \begin{cases} \xi = -a \cos 2\pi \frac{t}{\delta}, \\ \frac{da}{dt} = \frac{\pi}{\delta} \alpha_0. \end{cases}$$

Wir wollen nun die durch diese Gleichungen dargestellten Schwingungen des Körpertheilchens näher ins Auge fassen und zugleich sehen, worin im Allgemeinen ihre Rückwirkung auf die Aetherschwingungen bestehen wird.

1. Die Gleichung (5) betreffend wollen wir zunächst bemerken, daſs dieselbe sehr einfach auf directem Wege sich herleiten läſst. Soll nämlich das Körpertheilchen um seinen Ruheört mit der Schwingungsdauer τ oscilliren, so muſs sich die beschleunigende Kraft X ausdrücken durch die Gleichung

$$X = -\frac{4\pi^2}{\tau^2}\xi;$$

nach (C) wird sie aber auch durch

$$X = -\frac{4\pi^2}{\delta^2}(\xi - \xi_0)$$

ausgedrückt, und daraus folgt sofort

$$\xi = \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2}\xi_0.$$

Aus der Gleichung (5) ergiebt sich nun Folgendes.

Die *Schwingungsdauer* des Körpertheilchens ist gleich der seines Gleichgewichtsortes, also auch gleich der des Aethers. Daraus folgt:

Durch das Licht werden stets nur solche Schwingungen der Körpertheilchen erregt, welche mit den Lichtschwingungen selbst isochron sind.

Hinsichtlich der *Phase* lassen sich zwei wesentlich verschiedene Fälle unterscheiden, je nachdem δ kleiner oder gröſser ist als τ. Im erstern Falle haben die Verschiebungen ξ und ξ_0 gleiche, im letztern entgegengesetzte Vorzeichen.

Wenn also die eigenthümliche Schwingungsdauer des Körpertheilchens kleiner ist als die Schwingungsdauer seines momentanen Gleichgewichtsortes, so bewegen sich beide, das Körpertheilchen und sein Gleichgewichtsort, stets in gleicher Richtung, ist dagegen jene gröfser als diese, so ist die Bewegnng des einen stets der des andern entgegengesetzt.

Im letztern Falle befinden sich daher beide, das Körpertheilchen und sein momentaner Gleichgewichtsort, stets auf entgegengesetzten Seiten des Ruheortes, in diesem sich jedesmal begegnend; im erstern dagegen sind sie stets auf derselben Seite, jedoch nie so, dafs sich das Körpertheilchen zwischen seinem momentanen Gleichgewichts- und seinem Ruheorte befindet, weil die Verschiebung ξ nie kleiner seyn kann als ξ_0; es zeigt dies auch die aus (5) leicht hervorgehende Gleichung

$$\frac{\delta^2}{\tau^2} = \frac{\xi - \xi_0}{\xi},$$

nach welcher ξ nicht kleiner als ξ_0 werden kann, ohne dafs eine der beiden Schwingungsdauern δ und τ imaginair wird.

Die *Amplitude* des Körpertheilchens betreffend sieht man, dafs die Gleichung (5) dieselbe als unendlich grofs ergiebt, wenn die beiden Schwingungsdauern δ und τ einander gleich sind, in welchem Falle jedoch die Gleichungen (6) zur Anwendung kommen. Entfernt sich δ von dem Werthe von τ, sey es durch Zu- oder durch Abnahme, so verkleinert sich die Amplitude, und zwar zuerst sehr schnell, dann immer langsamer. Ist dann δ unendlich klein oder unendlich grofs geworden, so ist die Amplitude des Körpertheilchens im erstern Falle gleich der seines momentanen Gleichgewichtsortes, im letztern gleich Null.

Wenn die eigenthümliche Schwingungsdauer des Körpertheilchens unendlich klein ist, so befindet sich dasselbe stets in seinem momentanen Gleichgewichtsorte;

ist sie unendlich grofs, so verharrt das Körpertheilchen unbeweglich in seinem Ruheorte.

Es verdient nochmals hervorgehoben zu werden, dafs die *wirkliche* Schwingungsdauer eines Körpertheilchens keineswegs immer mit seiner eigenthümlichen übereinstimmt, dafs sie vielmehr in Folge von Oscillationen seines Gleichgewichtsortes jeden Werth haben kann, mag dieser noch so grofs oder noch so klein seyn; *bewegen sich beide, das Körpertheilchen und sein Gleichgewichtsort, stets in gleicher Richtung, so ist die wirkliche Schwingungsdauer gröfser als die eigenthümliche, bewegen sie sich einander entgegengesetzt, so ist sie kleiner.*

Was nun die *Rückwirkung* der durch die Gleichung (5) dargestellten Schwingungen des Körpertheilchens auf die Aetherschwingungen anbetrifft, so mufs man beachten, dafs die Amplitude desselben stets proportional ist der seines Gleichgewichtsortes, mithin auch der des Aethers. Wenn daher die Amplitude des Aethers am Ende einer Schwingungsreihe gleich Null geworden ist, so ist es auch die des Körpertheilchens. Letzteres behält also von der in seinen Schwingungen enthalten gewesenen lebendigen Kraft Nichts zurück, und dieselbe mufs daher der Lichtbewegung vollständig verblieben seyn, d. h. *eine Absorption des Lichts findet durch diese Schwingungen nicht statt.* Dagegen leuchtet ein, dafs dieselben, da durch sie die Masse des Schwingenden vermehrt ist, einen Einflufs auf die *Fortpflanzungsgeschwindigkeit* des Lichts haben werden, d. h.

die durch die Gleichung (5) dargestellten Schwingungen der Körpertheilchen sind als die Ursache der Refraction anzusehen.

Es wird Diefs indefs weiter unten der Gegenstand besonderer und eingehender Betrachtungen seyn.

2. Indem wir zu den Gleichungen (6) übergehen, treten uns in denselben zwei die Phase und die Amplitude des Körpertheilchens betreffende Eigenthümlichkeiten entgegen. Die erste dieser Gleichungen enthält nämlich statt

des in der Schwingungsgleichung des Gleichgewichtsortes vorkommenden Ausdrucks

$$\sin 2\pi \frac{t}{\delta}$$

den Ausdruck

$$-\cos 2\pi \frac{t}{\delta},$$

oder, wie man ihn auch schreiben kann,

$$\sin 2\pi \frac{t - \frac{1}{4}\delta}{\delta}.$$

Man ersieht daraus,

dafs die Schwingungen des Körpertheilchens gegen die seines Gleichgewichtsortes, also auch gegen die des Aethers, um den vierten Theil einer Schwingungsdauer verspätet sind.

Die zweite Eigenthümlichkeit zeigt uns die zweite der Gleichungen (6). Man ersieht nämlich aus derselben unmittelbar,

dafs die Amplitude des Körpertheilchens während jeder Schwingung um die mit der Zahl π multiplicirte Amplitude seines Gleichgewichtsortes zunimmt.

Hieraus erkennt man auch sofort, worin die *Rückwirkung* dieser Schwingungen auf die des Aethers bestehen wird. Dem Gesagten zufolge wächst nämlich die Amplitude des Körpertheilchens so lange, als die Schwingungsreihe des Aethers dauert, und wenn letztere aufhört, hat jene gerade ihr Maximum erreicht. Die in der Schwingungsbewegung des Körpertheilchens enthaltene lebendige Kraft geht daher vollständig der Lichtbewegung verloren, d. h.

die durch die Gleichungen (6) dargestellten Schwingungen der Körpertheilchen sind die Ursache der Absorption.

Die Absorption besteht in einer Verkleinerung der Schwingungsamplitude des Aethers. Diese Verkleinerung setzt voraus,

dafs die Schwingungen des Körpertheilchens wiederum Oscillationen des Aethers erregen, welche gegen die des

erstern um den vierten Theil einer Schwingungsdauer verspätet sind.

Diese erregten Aetherschwingungen sind nämlich dann den erregenden gerade entgegengesetzt, und die algebraische Summe aus beiden hat daher den Erfolg einer Verkleinerung der erregenden Aetherschwingungen.

Hat die Schwingungsreihe im erregenden Lichte ihr Ende erreicht, d. h. ist ihre Amplitude bis zu Null herabgesunken, so werden die Oscillationen der Körpertheilchen, deren Amplitude jetzt gerade im Maximum sich befindet, noch fortdauern, und sie werden auch noch fortfahren, um eine Viertel-Undulation verspätete Aetherschwingungen zu erregen. Da diese aber nicht mehr in entgegengesetzte Aetherschwingungen aufgehen, weil solche nicht mehr vorhanden sind, so werden sie im Allgemeinen als *ausgestrahltes* Licht zum Vorschein kommen; es ist dies das *Fluorescenzlicht*, welches demnach jedesmal erst dann beginnt, wenn eine Schwingungsreihe im erregenden Lichte ihr Ende erreicht hat, was allerdings Millionen Male in der Secunde vorkommen mag.

Der Umstand, daſs die absorbirende und die ausstrahlende Thätigkeit der Körpertheilchen sich nur dadurch von einander unterscheiden, daſs die von denselben erregten Aetherschwingungen im erstern Falle die Schwächnng des der Absorption ausgesetzten Lichtes bewirken, im letztern aber als ausgestrahltes Licht zur Erscheinung kommen, kann als eine Begründung des von verschiedenen Physikern aufgestellten Satzes angesehen werden, daſs das Absorptions- und das Ausstrahlungsvermögen eines Körpers bei allen Schwingungsdauern einander proportional seyen.

Um die Einfachheit der vorstehend entwickelten Vorstellung von der absorbirenden und emittirenden Thätigkeit hier nicht zu stören, wollen wir die Besprechung einiger dieselbe betreffenden Besonderheiten auf einen späteren Paragraphen verschieben.

3. Die durch die Gleichungen (5) und (6) dargestell-

ten Bewegungen eines Körpertheilchens sind so wesentlich verschieden, dafs eine Betrachtung über den *Uebergangsfall*, wo die Differenz zwischen der eigenthümlichen Schwingungsdauer des Körpertheilchens und der Oscillationsdauer des Lichts sehr klein ist, nicht als überflüssig erscheinen dürfte. Zu diesem Zwecke haben wir von der allgemeinen Gleichung (3) auszugehen, nämlich

$$\xi = \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a_0 \sin 2\pi \frac{t}{\tau} + b \sin 2\pi \frac{t+\beta}{\delta}.$$

Bestimmt man das letzte Glied auf der rechten Seite durch den Anfangszustand, der bei $t = 0$ stattfindet, indem man die Anfangsverschiebung mit ξ', die Anfangsgeschwindigkeit mit $\frac{d\xi'}{dt}$ bezeichnet, und setzt man den so erhaltenen Werth des erwähnten Gliedes in die vorstehende Gleichung, so erhält man

$$\xi = \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a_0 \sin 2\pi \frac{t}{\tau} - \frac{\delta}{\tau} \cdot \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a_0 \sin 2\pi \frac{t}{\delta} + \frac{\delta}{2\pi} \cdot \frac{d\xi'}{dt} \sin 2\pi \frac{t}{\delta} + \xi' \cos 2\pi \frac{t}{\delta}.$$

Dieser Gleichung mufs nun eine Form gegeben werden, bei welcher die Verschiebung ξ nicht unendlich grofs wird, wenn man $\tau = \delta$ setzt; wir schreiben sie daher wie folgt;

$$\xi = -2 \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a_0 \sin 2\pi \frac{t(\tau-\delta)}{2\tau\delta} \cos 2\pi \frac{t(\tau+\delta)}{2\tau\delta} + \frac{\tau}{\tau+\delta} a_0 \sin 2\pi \frac{t}{\delta} + \frac{\delta}{2\pi} \cdot \frac{d\xi'}{dt} \sin 2\pi \frac{t}{\delta} + \xi' \cos 2\pi \frac{t}{\delta}.$$

Hier stellt das erste Glied auf der rechten Seite Schwingungen dar mit der Oscillationsdauer $\frac{2\tau\delta}{\tau+\delta}$, und mit der veränderlichen Amplitude

$$2 \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a_0 \sin 2\pi \frac{t(\tau - \delta)}{2\tau\delta}.$$

Die Periode dieser Veränderung beträgt $\frac{\tau\delta}{\tau - \delta}$, innerhalb welcher die Amplitude von 0 bis $2\frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2}$ steigt und dann wieder bis 0 herabsinkt. Wenn also τ und δ nur sehr

wenig verschieden sind, so ist diese Amplitude des Körpertheilchens zur Zeit ihres Maximums sehr grofs in Vergleich zu der des Gleichgewichtsortes, während die Amplitude des zweiten Gliedes nur ungefähr die Hälfte von der des Gleichgewichtsortes beträgt. Die beiden letzten Glieder betreffend läfst sich Folgendes bemerken. Wenn die durch die vorstehende Gleichung dargestellten Schwingungen zur Zeit $t = 0$ ihre Entstehung haben, so kann man annehmen, dafs das Körpertheilchen vorher in Ruhe war; denn hatte dasselbe bereits eine Bewegung, so gehört dieselbe anderen Schwingungen an, welche man bei ihrer Fortdauer gesondert von den neu entstandenen und als sich auf diese auflagernd betrachten kann. Demnach kann man sowohl die Anfangsverschiebung ξ' als auch die Anfangsgeschwindigkeit $\frac{d\xi'}{dt}$ als gleich Null ansehen. Jedenfalls darf man die durch die letzten drei Glieder der Gleichung dargestellten Schwingungen für so klein halten, dafs sie nur um die Zeit des Minimums der Amplitude des ersten Gliedes bemerkbar sind. Läfst man sie daher fort, so hat man

$$(7) \quad \xi = -2 \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a_0 \sin 2\pi \frac{t(\tau - \delta)}{2\tau\delta} \cos 2\pi \frac{t(\tau + \delta)}{2\tau\delta}.$$

Läfst man die Differenz $(\tau - \delta)$ unendlich klein werden, so wird die Periode $\frac{\tau\delta}{\tau - \delta}$ der Amplitudenänderung unendlich grofs, und die Amplitude wächst fortwährend, ohne jemals in endlicher Zeit unendlich grofs zu werden. Verwandelt man den Ausdruck

$$\sin 2\pi \frac{t(\tau - \delta)}{2\tau\delta}$$

nach der bekannten Formel

$$\sin x = x - \frac{x^3}{6} + \ldots$$

in eine Reihe, so besteht der Ausdruck für die Amplitude aus einer Anzahl von Gliedern; setzt man dann $\tau = \delta$, so verschwinden alle Glieder bis auf das erste, und es entsteht

$$\xi = -\pi \frac{t}{\delta} a_0 \cos 2\pi \frac{t}{\delta},$$

wofür man wegen der Veränderlichkeit der Amplitude a_0 die Gleichungen (6) setzen mufs. — Somit sind wir auf directem Wege von der Schwingungsweise, welche das Körpertheilchen befolgt, wenn die Schwingungsdauern τ und δ verschieden sind, zu der ganz anderen Schwingungsweise gelangt, welche stattfindet, wenn beide Schwingungsdauern einander gleich sind.

Um die durch die Gleichung (7) dargestellten Schwingungen genauer zu betrachten, kann man ihr folgende Gestalt geben:

$$\xi = 2\frac{\tau^2}{\tau^2-\delta^2}a_0 \sin 2\pi\frac{t(\tau-\delta)}{2\tau\delta}\,.\,\sin 2\pi\left[\frac{t}{\tau}+\frac{t(\tau-\delta)}{2\tau\delta}-\frac{1}{4}\right].$$

In dieser Form stellt sie Schwingungen dar mit der Oscillationsdauer τ, aber mit dem veränderlichen Phasenunterschiede $\left[\frac{t(\tau-\delta)}{2\tau\delta}-\frac{1}{4}\right]$, während der Ausdruck für die Amplitude derselbe geblieben ist.

Es sey zuerst τ gröfser als δ. Wie man sieht, ist dann zu Anfange der Zeit t die Amplitude gleich Null, und der Phasenunterschied $= -\frac{1}{4}$, d. h. die Schwingungen des Körpertheilchens sind gegen die des Aethers um $\frac{1}{4}$ Undulation zurück. Darauf nimmt der absolute Werth des Phasenunterschiedes ab und die Amplitude zu. Bei $t=\frac{1}{2}\frac{\tau\delta}{\tau-\delta}$ hat die letztere ihr Maximum $2\frac{\tau^2}{\tau^2-\delta^2}a_0$ erreicht, und der Phasenunterschied ist gleich Null, d. h. Aether und Körpertheilchen bewegen sich jetzt in gleicher Richtung. Hierauf wird der Phasenunterschied positiv und wächst, während die Amplitude wieder abnimmt. Bei $t=\frac{\tau\delta}{\tau-\delta}$ ist diese gleich Null und jener $=+\frac{1}{4}$, d. h. die Schwingungen des Körpertheilchens sind denen des Aethers um $\frac{1}{4}$ Undulation voraus. Nimmt die Zeit t noch weiter zu, so ändert die Amplitude das Zeichen; um dieselbe noch ferner als positiv zu betrachten, mufs man die Phase um eine halbe Undulation ändern. Dadurch wird

der Phasenunterschied $= \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = - \frac{1}{4}$, und man sieht also, dafs derselbe plötzlich von $+\frac{1}{4}$ auf $-\frac{1}{4}$ zurückspringt, und dafs daher nun derselbe Gang auf's Neue beginnt. Die Dauer der Periode sowohl der Phasen-, als auch der Amplitudenänderung ist also gleich $\frac{\tau\delta}{\tau-\delta}$, und der Phasenunterschied durchläuft während derselben die Werthe

$$-\tfrac{1}{4} \ldots 0 \ldots + \tfrac{1}{4}.$$

Ist τ kleiner als δ, so geht die Gleichung in Folgende über:

$$\xi = 2\frac{\tau^2}{\delta^2-\tau^2}\, a_0 \sin 2\pi \frac{t(\delta-\tau)}{2\tau\delta} \,.\, \sin 2\pi \left[\frac{t}{\tau} - \frac{t(\delta-\tau)}{2\tau\delta} - \tfrac{1}{4}\right].$$

Aus dieser Gleichung ist leicht zu ersehen, dafs der Gang der Erscheinung dem vorigen ganz ähnlich ist und sich von demselben nur dadurch unterscheidet, dafs jetzt während der Periode, deren Dauer $\frac{\tau\delta}{\delta-\tau}$ beträgt, der Phasenunterschied die Werthe

$$-\tfrac{1}{4} \ldots \tfrac{1}{2} \ldots + \tfrac{1}{4}$$

durchläuft, und dafs daher, wenn die Periode zur Hälfte abgelaufen ist und die Amplitude ihren Maximalwerth $2\frac{\tau^2}{\delta^2-\tau^2}a_0$ erreicht hat, Aether und Körpertheilchen nicht in gleicher Richtung, sondern einander entgegengesetzt sich bewegen.

Was nun die Rückwirkung dieser Schwingungen auf die des Aethers anbetrifft, so finden sich hier die Wirkungen der durch die Gleichungen (5) und (6) dargestellten Schwingungen vereinigt. Man sieht leicht ein, dafs um die Mitte der Periode der Einflufs auf die Wellenlänge vorherrschend ist, dafs derselbe aber desto mehr zurücktritt und dafür der Einflufs auf die Amplitude des Aethers sich geltend macht, je mehr man sich dem Anfange oder Ende der Periode nähert. In der ersten Hälfte der Periode geht ein Theil der lebendigen Kraft vom Aether an das Körpertheilchen über: derselbe wird aber in der zweiten Hälfte an den Aether vollständig zurückgegeben,

vorausgesetzt, dafs die Amplitude des Aethers im ankommenden Lichtstrahl während der Dauer der Periode sich nicht geändert hat. Ist aber letzteres der Fall — und nach dem vorigen Paragraphen ist es dies allerdings, und zwar um so mehr, je länger die Periode dauert, d. h. je kleiner die Differenz zwischen τ und δ ist —, so geht dem Aether ein Theil der lebendigen Kraft für immer verloren, d. h. es findet eine wirkliche Absorption des Lichtes statt, welche demnach um so gröfser ist, je mehr die Differenz zwischen den Schwingungsdauern τ und δ der Null sich nähert.

Diese *Nebenabsorption*, welche stattfindet bei nicht vollkommener Uebereinstimmung der Schwingungsdauern τ und δ, hat also ihren Grund in der Veränderlichkeit der Ellipse, welche die Aethertheilchen in einem natürlichen Lichtstrahl durchlaufen.

§. 7.

Es dürfte nicht ohne Interesse seyn, zu sehen, wie man die im vorigen Paragraphen entwickelten Sätze experimentell veranschaulichen kann. Als das geeignetste Mittel hierzu erscheint das Fadenpendel. Der Gleichgewichtsort der Pendelkugel befindet sich stets vertical unter dem Aufhängepunkte; um also zu bewirken, dafs der erstere in horizontalen Schwingungen sich befinde, braucht man nur den letztern in eben solche Schwingungen zu versetzen. Hierzu dürfte am besten ein Pendel mit unbiegsamer Stange dienen, so dafs dieses die Rolle des Aethers zu spielen hat, während die Kugeln der Fadenpendel die Körpertheilchen vorstellen. Der Schwierigkeit, mittels eines Pendels einen Punct in horizontaler gerader Linie zu bewegen, kann man dadurch ausweichen, dafs man hier, wo es nur auf den allgemeinen Charakter der Erscheinung ankommt, mit folgender sehr einfacher Einrichtung sich begnügt.

Die Stange des Aetherpendels ist an ihrem obern Ende unter rechtem Winkel fest verbunden mit einer hinreichend

langen horizontalen Stange, welche an jedem Ende mittels einer Schneide oder verticalen Spitze auf einer Unterlage ruht, so dafs die Verbindungslinie der beiden Schneiden die Drehaxe des Aetherpendels ausmacht. An der horizontalen Stange befinden sich mehrere der Pendelstange parallele Arme von verschiedener Länge, an deren unterem Ende die Vorrichtung zum Aufhängen der Fadenpendel sich befindet. Wenn also das Aetherpendel in seiner Ruhelage ist, so befinden sich die Aufhängepuncte der Fadenpendel vertical unter der Drehaxe, und wenn jenes Schwingungen macht, so bewegen sich diese in einem Bogen, welcher, wenn er nur kurz ist, als gerade horizontale Linie angesehen werden kann. Um Aenderungen der Schwingungsebene zu verhindern, kann man jeden Pendelfaden, auf welchem die Pendelkugel etwa mittels eines Häkchens gleitet, mit seinen Enden an zwei benachbarte Aufhängepuncte befestigen, welche von der Drehaxe gleichweit entfernt sind. Es ist nothwendig, den Apparat so einzurichten, dafs man mehrere Fadenpendel gleichzeitig aufhängen kann, und dafs die Möglichkeit gewährt ist, die Armlänge, d. h. die Entfernung der Aufhängepuncte von der Drehaxe, je nach Bedürfnifs, bald gröfser, bald kleiner zu nehmen.

Es sey l' die Länge des Aetherpendels, φ seine Neigung zu der durch die Drehaxe gehenden Verticalebene, ξ' der Abstand seines Schwingungspunctes von dieser Ebene, τ seine Schwingungsdauer, g die Schwerkraft, so ist die auf den Schwingungspunct wirkende beschleunigende Kraft

$$\frac{\partial^2 (l\varphi)}{\partial t^2} = -g \sin\varphi = -\frac{g}{l'}\,\xi',$$

also deren zur erwähnten Ebene senkrechte Componente

$$\frac{\partial^2 \xi'}{\partial t^2} = -\frac{g}{l'}\,\xi' \cos\varphi.$$

Wird die Amplitude a' (das Maximum von ξ') so klein genommen, dafs man immer $\cos\varphi = 1$ setzen kann, und schreibt man $\frac{4\pi^2}{\tau^2}$ für $\frac{g}{l'}$, so entsteht

$$\frac{d^2\xi'}{dt^2} = -\frac{4\pi^2}{\tau^2}\xi',$$

und dies giebt

$$\xi' = a' \sin 2\pi \frac{t+\alpha}{\tau},$$

wo α eine Constante ist. Was hier ξ' und a' ist, werde in Bezug auf den Aufhängepunkt des Fadenpendels mit ξ_0 und a_0 bezeichnet, dann wird also die Bewegung dieses Aufhängepunktes in Folge der Schwingungen des Aetherpendels dargestellt durch die Gleichung

$$\xi_0 = a_0 \sin 2\pi \frac{t+\alpha}{\tau}.$$

Es sey endlich δ die eigenthümliche Schwingungsdauer des Fadenpendels und ξ der Abstand seiner Kugel von der durch die Drehaxe gehenden Verticalebene, so hat man, wenn man wieder den Cosinus des Ausschlagswinkels gleich Eins setzt,

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = -\frac{4\pi^2}{\delta_2}(\xi - \xi_0) = -\frac{4\pi^2}{\delta^2}\left(\xi - a_0 \sin 2\pi \frac{t+\alpha}{\tau}\right).$$

Dies ist aber eben die Differentialgleichung (2), woraus folgt, dafs unser Apparat innerhalb der Gränzen, in denen man den Cosinus des Ausschlagswinkels gleich Eins setzen darf, recht wohl geeignet ist, die aus der Gleichung (2) hergeleiteten Bewegungsgesetze darzustellen. Die Kleinheit der Ausschläge ist selbstverständlich besonders da eine nothwendige Bedingung, wo es auf die Gleichheit von δ und τ ankommt.

Das Fadenpendel mit beweglichem Aufhängepunkte kann man bezeichnen als *Absorptionspendel*, wenn seine Schwingungsdauer mit der des Aetherpendels vollkommen übereinstimmt, als *Refractionspendel*, wenn beide Schwingungsdauern beträchtlich, und als *Uebergangspendel*, wenn sie nur wenig von einander abweichen. Bei jedem dieser Pendel kann man seine Aufmerksamkeit auf Zweierlei richten, nämlich zuerst auf die Art seiner Bewegung, wie sie durch die Schwingungen des Aetherpendels hervorgerufen wird, und sodann auf die Rückwirkung jener auf

diese. Im erstern Falle ist es vortheilhaft, die Pendelkugel so klein zu nehmen, dafs die Rückwirkung auf die Amplitude oder Schwingungsdauer des Aetherpendels unmerklich ist, im letztern, wo diese Rückwirkung besonders hervortreten soll, ist eine gröfsere Kugel nothwendig, dessen Gewicht dem des Aetherpendels angenähert gleich ist oder dasselbe übersteigt.

1. *Das Absorptionspendel.* Bei Anwendung einer *sehr kleinen Kugel* zeigt der Apparat, dafs, wenn man das Aetherpendel in Schwingungen setzt, die dann entstehenden Schwingungen des Fadenpendels gegen jene um $\frac{1}{4}$ Undulation verspätet sind, so wie dafs deren Amplitude fortwährend zunimmt, und zwar während jeder Schwingung um πa_0, unter a_0 die Amplitude des Aufhängepunktes verstanden.

Wendet man eine *grofse Kugel* an, so sieht man, dafs, während die Amplitude des Absorptionspendels wächst, die des Aetherpendels abnimmt, bis diese gleich Null geworden ist und jene ihr Maximum erreicht hat; ferner sieht man, dafs darauf das Aetherpendel wieder anfängt zu schwingen (das Fluorescenzlicht darstellend), während die Schwingungen des Absorptionspendels wieder abnehmen, dafs aber jetzt die Schwingungen des Aetherpendels gegen die des andern nicht mehr um $\frac{1}{4}$ Undulation voraus sind, sondern um ebenso viel zurück. — Es mufs hier auf einen Unterschied aufmerksam gemacht werden, der zwischen den Erscheinungen, welche dieser Apparat darbietet, und denen des Lichts stattfindet. Beim Apparat geht die ganze lebendige Kraft des Aetherpendels nach und nach an ein und dasselbe Absorptionspendel über; eine Aetherwelle dagegen giebt, weil sie im Raume fortschreitet, ihre lebendige Kraft nach und nach an immer neue absorbirende Körpertheilchen ab, und jedes der letzteren erhält von jeder neu ankommenden Welle einen neuen Antheil, so lange die Schwingungsreihe dauert. Ferner, wenn die Schwingungsreihe zu Ende ist und nun das Körpertheilchen den Aether in Bewegung setzt, so

erzeugt jede seiner Schwingungen eine neue Aetherwelle, welche gleich ihren Vorgängern und Nachfolgern im Raume sich ausbreitet und in der Ferne verliert; bei unserem Apparat dagegen geht die ganze Bewegung des Absorptionspendels nach und nach an ein und dasselbe Aetherpendel über und häuft sich hier an, um dann von Neuem an das Absorptionspendel überzugehen. So wechseln beide Pendel in ihrer Bewegung mit einander ab; wenn das eine zur momentanen Ruhe (oder zum Minimum seiner Bewegung) kommt, befindet sich jedesmal das andere im Maximum seiner Schwingungen, und dieses Spiel setzt sich so lange fort, als die Bewegung überhaupt dauert (oder bis sie sehr klein geworden ist). Jedesmal, wenn das Absorptionspendel Bewegung von dem Aetherpendel empfängt, stellt es die Rolle der absorbirenden, jedesmal, wenn es solche an das Aetherpendel abgiebt, die Rolle der emittirenden Thätigkeit des Körpertheilchens dar. Um die Dauer der Periode zu bestimmen, während welcher das Eine oder das Andere geschieht, seyen a', a, a_0 die Amplituden des Aetherpendels, des Absorptionspendels und des Aufhängepunktes des letzteren, l' und l_0 die Pendellänge und die Armlänge des Aufhängepunktes; dann ist nach dem Bisherigen

$$\frac{\partial a}{\partial t}\,\tau = \pi a_0 = \pi \frac{l_0}{l'}\,a',$$

und wegen des Princips der Erhaltung der Kraft

$$m a^2 + m' a'^2 = k,$$

wo k eine Constante, m die Kugelmasse des Absorptionspendels, und m' eine von der Masse des Aetherpendels und ihrer Vertheilung abhängige Gröſse ist. Aus der letztern Gleichung folgt

$$a' = \sqrt{\frac{k - m a^2}{m'}},$$

und hiermit giebt die erstere

$$\frac{\partial a}{\sqrt{k - m a^2}} = \pi \frac{l_0}{l' \sqrt{m'}} \frac{\partial t}{\tau}.$$

Die Integration liefert

$$\frac{t}{\tau} = \frac{l}{\pi l_0} \sqrt{\frac{m'}{m}} \,.\, \text{arc. tg} \sqrt{\frac{m a^2}{m' a'^2}} + \text{Const.}$$

Das Integral ist für die Dauer der Absorption von $a = 0$ bis $a' = 0$, und für die Dauer der Emission von $a' = 0$ bis $a = 0$ zu nehmen. Bezeichnet man also mit T die erstere, mit T' die letztere Dauer, so hat man schliefslich

$$\frac{T}{\tau} = \frac{T'}{\tau} = \frac{1}{2} \frac{l}{l_0} \sqrt{\frac{m'}{m}}.$$

An dem Apparat wird man demnach noch zeigen können, dafs die beiden Zeiten, in welchen die Bewegung von dem Aether- auf das Absorptionspendel und dann von dem letztern wieder auf das erstere übergeht, einander gleich sind (die Gleichheit des Absorptions- und Emissionsvermögens darstellend); dafs diese Zeiten unabhängig sind von den Maximal-Amplituden der Pendel (darstellend die Unabhängigkeit des Absorptionsvermögens von der Intensität des Lichts), und dafs sie umgekehrt proportional sind einestheils der Armlänge, anderntheils der Quadratwurzel aus dem Kugelgewicht des Absorptionspendels.

Man darf bei den Versuchen nicht übersehen, dafs in den nicht zu vermeidenden unwesentlichen Schwingungen, in dem Umstande, dafs die Bahnen der Aufhängepunkte Bogen sind statt horizontale Linien, in der Veränderlichkeit der Schwingungsdauer des Aetherpendels, wenn das Fadenpendel mit demselben gleichgerichtet oder entgegengesetzt schwingt oder in Ruhe ist, in der Reibung und dem Luftwiderstande, sowie in sonstigen Unvollkommenheiten des Apparates Ursachen genug gegeben sind, welche in den Erscheinungen, welche der Apparat darbieteu soll, Störungen bewirken. So sieht man gewöhnlich, dafs das Absorptionspendel, wenn es zur momentanen Ruhe kommen sollte, statt dessen kleine mit dem Aetherpendel gleichgerichtete Schwingungen macht, dafs diese Schwingungen nach jeder Periode gröfser erscheinen, dafs dann auch das Aetherpendel nicht mehr ganz zur Ruhe



kommt, und dafs schliefslich, wenn die Gesammtbewegung schon sehr geschwächt ist, die Schwingungen beider Pendel fortwährend gleichgerichtet sind. Abgesehen von solchen Störungen der Erscheinungen, die auch bei den folgenden Versuchen auftreten, wird der Apparat recht wohl geeignet seyn, seinen Zweck zu erfüllen.

2. *Das Refractionspendel.* Zunächst mufs bemerkt werden, dafs dieser Name ein sehr uneigentlicher ist. Beim Licht wird die Refraction dadurch erzeugt, dafs die Körpertheilchen, deren eigenthümliche Schwingungsdauer nicht mit der Oscillationsdauer des Aethers übereinstimmt, durch ihre Mitschwingungen eine Aenderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit oder, was hier dasselbe ist, der Wellenlänge bewirken, während die schon bei der Entstehung der Wellen gegebene Schwingungsdauer nicht geändert werden kann. Bei unserm Apparat dagegen, wo von einer Fortpflanzung der Schwingungen des Aetherpendels nicht die Rede seyn kann, wird durch die Mitschwingungen des Refractionspendels statt der Wellenlänge die Schwingungsdauer geändert und diese Aenderung der Schwingungsdauer repräsentirt also die Aenderung der Wellenlänge beim Licht, und damit auch die Refraction.

Bei Anwendung *sehr kleiner Kugeln* kann man sogleich zwei Refractionspendel aufhängen, von denen das eine für sich allein eine beträchtlich kürzere, das andere eine beträchtlich längere Schwingungsdauer hat, als das Aetherpendel. Setzt man dann das Aetherpendel in Schwingungen, so sieht man, dafs die Bewegungen der Refractionspendel sehr unregelmäfsig sind. Es rührt dies daher, dafs sich mit den wesentlichen Schwingungen noch die unwesentlichen mischen. Um die letzteren nicht zur Existenz kommen zu lassen, mufs die Schwingungsamplitude des Aetherpendels, mit Null anfangend, sehr langsam und stetig wachsen und ebenso wieder abnehmen. Als Mittel hierzu bietet sich in vortrefflicher Weise das Absorptionspendel dar. Wie wir gesehen haben, geht die Schwingungsbe-

wegung eines solchen allmählig an das Aetherpendel über und ebenso allmählig an das Absorptionspendel zurück, und Beides geschieht um so langsamer, je kleiner die Armlänge des letztern ist. Die so erzeugten Schwingungen des Aetherpendels sind ganz ähnlich einer Schwingungsreihe, die ein durch Zerlegung geradlinig schwingendes Aethertheilchen ausführt, nur jedenfalls viel regelmäſsiger. Fügt man also zu den beiden Refractions- noch ein Absorptionspendel mit sehr kleiner Armlänge, und setzt man dann das letztere in Bewegung, so sieht man, daſs die erstere jetzt in der That nur oder fast nur die wesentlichen Schwingungen machen, daſs diese mit den Schwingungen des Aetherpendels gleichdauerig sind, und daſs sie mit den letztern gleichzeitig von Null bis zum Maximum wachsen und dann bis Null wieder abnehmen. Ferner beobachtet man, daſs die Kugel des kürzeren Refractionspendels mit dem Aetherpendel stets gleichgerichtet schwingt, und zwar mit der Amplitude $\frac{r^2}{r^2 - \delta^2} a_0$, daſs dagegen die Schwingungen, welche die Kugel des längern macht, denen des Aetherpendels entgegengesetzt sind und die Amplitude $\frac{r^2}{\delta^2 - r^2} a_0$ haben. Diese letztern Beobachtungen lassen sich auch am Apparate leicht erklären. Denkt man sich nämlich durch die Kugel des ruhenden Refractionspendels eine verticale Linie und in derselben oberhalb der Kugel einen Punct, der von der letztern um die Länge l eines mit dem Aetherpendel isochron schwingenden Fadenpendels entfernt ist, so muſs dieser Punct, da das Refractionspendel mit dem Aetherpendel eben isochron schwingen soll, fest seyn, d. h. der Pendelfaden (oder die Ebene der beiden Fäden des Pendels) muſs stets durch diesen Punct gehen oder nach demselben gerichtet seyn. Da nun bei dem längeren Refractionspendel dieser Punct unterhalb des Aufhängepunctes (oder der beiden Aufhängepuncte) liegt, so müssen Kugel und Aufhängepunct sich stets in entgegengesetzter Richtung bewegen; und da die Amplituden Beider sich verhalten, wie ihre Entfernungen



vom festen Puncte, so hat man, wenn l die Länge des Refractionspendels, a die Amplitude seiner Kugel bedeuten,

$$a : a_0 = l' : l - l',$$

also

$$a = \frac{l'}{l - l'} a_0 = \frac{\tau^2}{\delta^2 - \tau^2} a_0.$$

Bei dem kürzern Refractionspendel liegt der feste Punct oberhalb des Aufhängepunctes, dieser und die Kugel bewegen sich daher stets in gleicher Richtung, und man findet auf dieselbe Weise

$$a = \frac{l'}{l' - l} a_0 = \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a_0.$$

Dafs das Refractionspendel mit *grofser Kugel* einen Einflufs auf die Schwingungsdauer des Aetherpendels haben mufs, sieht man ebenfalls leicht ein. Die Spannung des Pendelfadens strebt nämlich den Aufhängepunct um die Drehaxe zu bewegen, wodurch die das Aetherpendel nach seiner Ruhelage treibende Kraft vermehrt oder vermindert wird. Im erstern Falle wird die Schwingungsdauer verkleinert (eine Vergröfserung der Wellenlänge des Lichts darstellend), im letztern vergröfsert (entsprechend einer Verkleinerung der Wellenlänge). Hiernach sieht man leicht, dafs bei unserm Apparate eine Verlängerung der Schwingungsdauer nur stattfindet, wenn der vorhin erwähnte feste Punct zwischen dem Aufhängepuncte und der Drehaxe liegt; liegt derselbe unterhalb des Aufhängepunctes oder oberhalb der Drehaxe, so wird die Schwingungsdauer verringert. Wäre der Apparat von der Beschaffenheit, dafs der Aufhängepunct in gerader horizontaler Linie sich bewegte, so würde der Sinn der Wirkung auf die Schwingungsdauer blofs davon abhängen, ob der feste Punct unter- oder oberhalb des Aufhängepunctes läge, d. h. ob δ gröfser oder kleiner wäre als τ. Um nun die Aenderung der Schwingungsdauer an dem Apparat sichtbar zu machen, kann man die regelmäfsigen Schwingungen eines Refractionspendels mit schwerer Kugel entbehren, bei denen die unwesentlichen Schwingungen sich schwer ver-

meiden lassen. Man kann statt dessen ein Fadenpendel mit schwerer oder sehr schwerer Kugel und von ungefähr gleicher Schwingungsdauer mit der des Aetherpendels an einen der längern Arme hängen, dasselbe dann zugleich mit dem Aetherpendel aus der verticalen Lage entfernen, sey es in gleichem oder ungleichem Sinne, und dann beide freilassen. Man beobachtet dann Folgendes: Bewegen sich zu einer Zeit beide Pendel in gleichem Sinne, so kann der Ausschlagswinkel des Fadenpendels gröfser oder kleiner seyn, als der des Aetherpendels; im ersten Falle ist die Schwingungsdauer des letztern Pendels vergröfsert, im letzten verkleinert. Bewegen sich aber beide Pendel in entgegengesetzter Richtung, so ist die Schwingungsdauer stets verkleinert.

3. *Das Uebergangspendel.* Bei Anwendung einer *sehr kleinen Kugel* kann man beobachten, dafs die Schwingungen des Fadenpendels zuerst sehr klein und um $\frac{1}{4}$ Undulation verspätet sind, dafs die Amplitude wächst, während die Verspätung ab- oder zunimmt, je nachdem δ kleiner oder gröfser ist als τ, dafs die Schwingungen ihr Maximum erreicht haben, wenn sie mit denen des Aetherpendels gleich oder entgegengesetzt gerichtet sind, dafs sie dann wieder abnehmen und endlich verschwinden, wenn sie den Schwingungen des Aetherpendels um $\frac{1}{4}$ Undulation voraus sind, und dafs nun dasselbe Spiel von Neuem beginnt.

Mit *schwerer Kugel* bietet das Uebergangspendel Erscheinungen dar, deren Gang wegen der Aenderungen der Schwingungsdauer des Aetherpendels oft sehr complicirt ist. Wir können hier auf deren Betrachtung verzichten.

Von mehr Interesse für unsern Gegenstand ist der experimentelle Nachweis, dafs eine Lichtabsorption auch dann schon stattfindet, wenn die Schwingungsdauer des Aethers um ein Geringes gröfser oder kleiner ist, als die eigenthümliche des Körpertheilchens. Zu diesem Zwecke mufs man die Natur wieder dadurch nachahmen, dafs man mittels eines Absorptionspendels eine Schwingungsreihe

des Aetherpendels mit continuirlich zu- und abnehmender Amplitude erzeugt. Dazu ist aber erforderlich, dafs die Schwingungsdauer des letztern durch das Uebergangspendel keine merklichen Aenderungen erfahre, und dafs daher dessen *Kugel sehr klein* sey. Setzt man, nachdem diese Bedingung erfüllt ist, das Absorptionspendel in Bewegung, so sieht man, dafs die Schwingungen des Uebergangspendels weder denen eines Refractionspendels mit beträchtlich abweichender Schwingungsdauer völlig gleichen, weil die unwesentlichen Schwingungen nicht ganz ausbleiben, noch denen, welche wir vorhin am Uebergangspendel beobachtet haben, weil der Gewinn in der ersten Hälfte der Periode und der Verlust in der zweiten sich nicht völlig ausgleichen. Wenn das Aetherpendel nach Beendigung der Schwingungsreihe zur Ruhe kommt, so befindet sich das Uebergangspendel noch in Bewegung, und die in der letztern enthaltene lebendige Kraft stellt eben den Verlust dar, welchen das Licht während der Schwingungsreihe erlitten hat.

Neu-Britz bei Berlin, d. 18. Januar 1872.

(Der zweite Theil mit Nächstem.)

III. *Ueber Abscheidung krystallisirter Kieselsäure aus wäfsrigen Lösungen; von O. Maschke.*

Meine ersten Versuche über diesen Gegenstand datiren aus dem Jahre 1855; sie wurden in der Zeitschrift der deutschen geologischen Gesellschaft veröffentlicht.

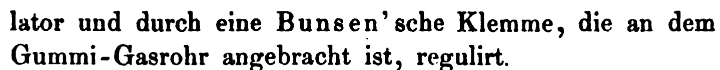
Im Interesse der Geologie habe ich diese Untersuchungen — allerdings mit oft grofsen Unterbrechungen — bis jetzt fortgeführt. Während dieser Zeit gelangten die

Folge auftretender Zeolithbildung, oder durch einfache Abkühlung einen Antheil seiner Säure im krystallisirten Zustande wieder abscheide. Ein Zusatz von fester amorpher Kieselsäure zur Kieselsäurelösung erschwerte das ordentliche Füllen und Zuschmelzen der Röhren und wurde deshalb unterlassen; auch die Anwendung von Glaspulver unterblieb, um die spätere Untersuchung möglichst einfach zu gestalten.

Vor allen Dingen suchte ich die Art und Weise der Erhitzung einfacher, müheloser und ungefährlicher zu gestalten. Retortenofen und starke, druckfest verschlossene, eiserne Hüllen wurden beseitigt und dafür starke Manometerröhren und der von Erlenmeier in die organische Chemie eingeführte Erhitzungsapparat benutzt.

Die Beschreibung dieses Apparates ist ausführlich angegeben in Liebig's Annalen der Chemie und Pharmacie Bd. 139, S. 75. Den ganzen Erhitzungsapparat liefs ich, um Temperaturstörungen möglichst auszuschliefsen und so wenig wie möglich von der Wärme zu verlieren, noch mit einem kastenförmigen, an den schmäleren Seiten offenen Mantel aus Eisenblech umgeben; die eisernen Erhitzungsröhren ragten dabei noch etwas über die Ränder des Mantels hervor. Innerhalb dieser Hülle wird der Apparat unverrückbar befestigt, sowie auch diese selbst auf der Platte eines kleinen derben Tisches fest angeschraubt. Zur Aufnahme des Thermometers dient in der oberen Wandung eine Oeffnung; zur Beobachtung der Flamme befindet sich vorne eine Schiebervorrichtung, und um die Erhitzung schon durch ein Höher- oder Tieferstellen der gleichzeitig benutzten 6 bis 8 Bunsen'schen Brenner zu verändern, ragt durch die Tischplatte und durch die untere Fläche des Mantels eine eiserne, verschiebbare, mit den Brennern durch ein Querstück verbundene Stange hervor. Unterhalb der Tischplatte läuft diese Stange in einer Leithülse, wo sie auch mit einer Klemmschraube fest eingestellt werden kann.

Der Gasstrom wird durch einen selbstthätigen Regu-



lator und durch eine Bunsen'sche Klemme, die an dem Gummi-Gasrohr angebracht ist, regulirt.

Zum Schutz gegen die nicht so ganz seltenen Explosionen wurde vor den Enden der Erhitzungsröhren auf jeder Seite des Apparates ein hölzerner, oben offener Kasten so aufgestellt, daſs durch eine hinreichend groſse Oeffnung einer seiner Wände die Glasstücke bei jedem Schuſs hineinfliegen konnten. Es ist zweckmäſsig, diese Wand, da sie der Hitze stark exponirt ist, mit Eisenblech beschlagen zu lassen und ferner beide Kasten miteinander durch Haken zu verbinden.

Die Dimensionen der Kasten sind folgende:

70 Cm. hoch, 45 Cm. breit, 45 Cm. tief. Die Stärke der Holzwände beträgt nur 1 Cm.; sie ist vollkommen ausreichend, da die Menge der explodirenden Flüssigkeit nur gering ist. Die Holzwände sind übrigens in vier dicke Holzstäbe eingelassen, deren Verlängerung die Füſse des Kastens bilden.

Die ganze Einrichtung hat sich seit Jahren bei einer groſsen Reihe von Versuchen vortrefflich bewährt.

Es dürfte Manchem vielleicht willkommen seyn, wenn ich auch über einige Vorsichtsmaaſsregeln und Manipulationen bei der Füllung und dem Zuschmelzen der Glasröhren kurze Mittheilungen mache.

Vor allen Dingen müssen die dickwandigen Röhren gut gekühlt seyn. Eine sorgfältige Reinigung derselben ist selbstverständlich. Man wähle die Länge der Röhren so, daſs beim Durchschmelzen in der Mitte zwei zum Füllen geeignete Stücke entstehen. Das Durchschmelzen ist mit gröſster Sorgfalt auszuführen; die dadurch gebildeten Enden müssen eine recht regelmäſsige, kegelförmige Form und die Wandung durch ein längeres Verweilen in der Flamme eine hinreichende Stärke erhalten.

Noch ehe man zur Füllung dieser einseitig zugeschmolzenen Röhren schreitet, ist es zweckmäſsig, an der Stelle, wo das zweite Ende entstehen soll, einen Hals von solcher Dicke auszuziehen, daſs man denselben schon in

einer einfachen Bunsen'schen Flamme ohne Schwierigkeit durchschmelzen könnte.

Die Füllung geschieht mittelst eines kleinen Trichters, den man sich aus einer gewöhnlichen Glasröhre durch Ausziehen in eine lange und hinreichend feine Capillarröhre herstellt; es ist vortheilhaft, wenn die Capillarröhre eine solche Länge besitzt, daſs sie beim Hineinstecken in das Manometerrohr mindestens den Hals desselben erreicht.

Man spritzt nun mittelst einer Druckpipette einige Tropfen der Kieselsäurelösung in den Trichter, hebt ihn heraus und bringt durch kräftige ruckweise Armbewegung die Tropfen in den Raum unterhalb des Halses. In dieser Weise fährt man fort, bis die Röhre zu zwei Drittel mit Flüssigkeit erfüllt ist, dann verschlieſst man die Oeffnung mit einem locker hineingedrehten Papierpfropfen, um jedes spätere Hineinfallen von fremden Substanzen zu verhindern, zieht sofort eine gut gereinigte, dickwandige Gummiröhre darüber und verschlieſst das offene Ende derselben mit einem Glasstabe. Nun stellt man die Glasröhre mehrere Stunden in aufrechter Lage bei Seite, damit sich alle Flüssigkeit von der inneren Seite des Halses herabziehen kann; nach der Entfernung des Glasstabes wird sie mit einem etwa 15 Cm. langen, in der Mitte ebenfalls ein wenig ausgezogenen Glasrohr von gewöhnlicher Wandstärke und letzteres schlieſslich mit einer Luftpumpe luftdicht verbunden.

Nach der Evacuirung schmilzt man den Hals des kleinen gewöhnlichen Röhrenstückes rasch durch. Man hat nun ein Object in den Händen, das beliebig nach allen Richtungen gedreht und gewendet werden kann und es ist auf diese Weise möglich, auch den Hals der Manometerröhre schnell und mit gröſster Sorgfalt durchzuschmelzen. Sämmtliche Schmelzstellen sind beim Herausheben aus der Flamme stets sofort zu beruſsen und recht langsam abzukühlen.

Ich pflege nach dem Verschluſs der Röhren und voll-

ständiger Abkühlung sie mehrmals ziemlich kräftig zu schütteln; es tritt dann gewöhnlich ein hart klingender Ton und die Entwicklung einer Unzahl von kleinen Luftbläschen auf. Hört diese Entwicklung trotz erneuten Schüttelns auf, so vertheile ich die Flüssigkeit in der Röhre so, daſs der mittlere Raum leer bleibt, daſs also in beiden Endtheilen ungefähr dasselbe Flüssigkeitsvolumen vorhanden ist.

In diesem Zustande schiebe ich die Glasröhre in die eiserne horizontale Röhre des Erhitzungsapparates und verschlieſse letztere locker mit Kreidestöpseln.

I.

50 CC. einer frisch bereiteten 3,95 Proc. Natron haltenden Lauge wurden in einer Platinschale unter lebhaftem Kochen mit so viel amorpher körniger Kieselsäure versetzt, als überhaupt aufgelöst werden konnte; nach dem Erkalten unter einer Glasglocke wurde das ursprüngliche Volumen wieder hergestellt. Mit einem Theil dieser durch Absetzen vollkommen klaren Flüssigkeit, welche also $Na_2Si_4O_9$ enthielt, füllte ich eine Anzahl Manometerröhren von 3,75 Mm. Wandstärke und 3 Mm. im Lichten und schmolz sie bei einer Luftverdünnung bis auf 28 Mm. zu.

Die Temperatur wurde nach und nach bis auf 175° bis 185° C. gesteigert; diese wurde 24 Stunden hindurch beibehalten und dann während 1 bis $1\frac{1}{2}$ Stunden ganz allmählig gedämpft; bei circa 120° C. löschte ich die Flamme und überlieſs den Apparat der vollständigen Erkaltung.

Sämmtliche Röhren erschienen im Innern undurchsichtig, stellenweise auch durchscheinend weiſs; nur der mittlere Raum, der keine Flüssigkeit enthielt, war fast durchsichtig, doch konnte hier schon mit bloſsem Auge ein krystallinischer Belag wahrgenommen werden.

Das Oeffnen der Röhre geschah in der Weise, daſs man zuerst die beiden Endspitzen abbrach. Das Herausflieſsende, das ich mit *A* bezeichnen will, wurde in einem besonderen Bechergläschen aufgefangen; etwas destillirtes

Wasser wurde nachgespritzt und das jetzt Abflieſsende noch mit *A* vereinigt.

Der übrige Röhrentheil wurde nun mittelst zweier Feilstriche und unter Anwendung von Feilkloben in drei Stücke zerbrochen, wovon das Eine fast nur den vorhin erwähnten krystallinischen Belag enthält. Sie wurden zu wiederholten Malen gesondert ausgesüſst und dann mit Papier umwickelt an einem durch Wasserdampf bis auf circa 60° C. geheizten Orte getrocknet. Der Belag lieſs sich jetzt mit einer eisernen Nadel ziemlich gut herausstoſsen. Ich werde den Inhalt der mittleren Röhrentheile mit *B*, den der übrigen mit *C* bezeichnen.

A.

Die Flüssigkeit zeigte nichts Gelatineuses, wohl aber eine groſse Menge weiſser, feinkörniger Partikel; einige Röhren waren an einzelnen Stellen davon so erfüllt, daſs sie mit einer Nadel vorsichtig durchstoſsen werden muſsten.

Es wurde Wasser hinzugefügt, nach dem Absetzen vorsichtig abgegossen und dieser Abguſs filtrirt.

Das Filtrat reagirte stark alkalisch, enthielt Kieselsäure und sehr geringe Mengen Thonerde, Kalkerde, Magnesia. Enthält das Glas Blei, so ist auch dieses in der Flüssigkeit vorhanden.

Der feinkörnige Absatz wurde mit Wasser mehrmals ausgewaschen und dann mit Salpetersäure von 1,18 p. sp. mehrere Stunden lang stark erwärmt. Nach wiederholter Behandlung mit Säure und folgendem Auswaschen zeigt der Rückstand unter dem Mikroskop eine groſse Menge eigenthümlicher, mehr oder weniger ***knollenförmiger Gebilde*** von sehr verschiedener Gröſse. Zuweilen erscheinen sie mit kleinen ***spieſsigen Krystallen*** besetzt.

Diese letzteren Objecte findet man auch isolirt, ferner in Gruppen, oder in Haufen von groſsem Gewirr. Eine Bestimmung ihrer sehr veränderlichen Gröſse habe ich bis jetzt als unwesentlich nicht vorgenommen. ***Auf polarisirtes Licht reagiren die kleinsten Kryställchen schwach,***

die gröfseren dagegen sehr kräftig, alle jedoch nur in bestimmter Lage, so dafs bei Umdrehung des Objectglases viermal Erhellung und Dunkelwerden eintritt.

Wird der mit Salpetersäure digerirte Rückstand noch zwei bis drei Tage lang mit Normal-Natronlauge bei gewöhnlicher Temperatur behandelt, so zeigt derselbe *nach vollständigem Auswaschen mit angesäuertem und dann reinem Wasser keine Spur der spiefsigen Krystalle.* Wir werden diese Krystalle unter *B* noch näher kennen lernen.

Der nunmehr bleibende Rückstand besteht aufser einigen Glastrümmern und Lamellen *nur* aus jenen eigenthümlichen knollenförmigen Objecten.

Um die chemische Beschaffenheit dieser Substanz zu ermitteln, ist es nöthig, sie zuförderst von den Glaspartikeln möglichst vollständig zu befreien. Es gelang dieses recht befriedigend auf folgende Weise. Durch einen besonderen Versuch wurde festgestellt, dafs das specifische Gewicht der verwendeten Glasröhren bedeutender sey, als das der zu prüfenden Substanz. Nun wurde salpetersaure Quecksilberoxydlösung so weit verdünnt, dafs das specifische Gewicht derselben zwischen den specifischen Gewichten jener beiden Körper lag; in diese Flüssigkeit wurde die Substanz hineingeschüttet und nach starkem und wiederholtem Umrühren 24 Stunden bei Seite gestellt. Auf dem Boden sammeln sich fast alle Glastrümmer. Man hat jetzt nur nöthig, die obere Flüssigkeitsschicht mit ihren mikroskopischen Knöllchen mit einem gewissen Geschick abzugiefsen. Das Abgegossene wird unter einem kleinen Zusatz von Salpetersäure so weit verdünnt, dafs die Knöllchen zu Boden fallen; diese werden abgesondert, mit angesäuertem und dann reinem Wasser sorgfältig ausgewaschen und endlich getrocknet; sie erscheinen nun als ein weifses, feinkörniges Pulver.

0,25 dieses Pulvers (die Ausbeute von 10 Röhren), mehrere Stunden lang bei 116° C. getrocknet, gaben 0,2471; diese mehrere Minuten stark geglüht, zeigten einen Verlust von 0,0108 = 4,37 Proc. *Es trat keine Schmelzung*

oder Zusammensinterung ein, nur die Farbe wurde auffallend weifser.

0,2343 des geglühten Pulvers wurden nun in einem Platintiegel mit Wasser übergossen und in dem bekannten Bleiapparat der Einwirkung von Fluorwasserstoff ausgesetzt. Es trat vollkommene Lösung ein, und diese Lösung vorsichtig abgedampft, gab einen Rückstand von 0,0014, dessen Bestandtheile nicht weiter bestimmt wurden, da sie selbstverständlich den Basen des Glases entsprechen mufsten.

Zieht man nun in Betracht, dafs der Rückstand aus Fluormetallen besteht, deren Aequivalentgewicht nicht unbeträchtlich höher ist, als das der entsprechenden Oxyde, so darf man die Beimengungen auf noch nicht $\frac{1}{2}$ Proc. veranschlagen — eine so geringe Menge, dafs man vollkommen berechtigt ist, *die untersuchte Substanz nur als wasserhaltige Kieselsäure anzusehen.*

Wird sie mit Normalnatronlauge bei 100° C. im Wasserbade erhitzt, so entsteht nach einiger Zeit *vollständige* Lösung; erhitzt man dagegen kleine Quantitäten mit einer bei gewöhnlicher Temperatur gesättigten Lösung von kohlensaurem Natron, selbst mehrere Stunden lang, so entsteht *keine* Lösung; wird nun aber wiederholt mit Wasser durch Absetzenlassen ausgewaschen, so ballt das Pulver etwas zusammen und es tritt endlich ein Zeitpunct ein, wo es fast vollständig verschwunden ist. Ich habe aber auch Lösung eintreten sehen, als nach dreistündiger Erhitzung der Knöllchen mit kohlensaurer Natronflüssigkeit sofort mit Wasser verdünnt und eine Zeit lang im Wasserbade erwärmt wurde.

Der Wassergehalt der Kieselsäureknöllchen ist ziemlich genau derselbe, den ich für gewöhnliches grobkörniges Kieselsäurehydrat erhielt, das im luftverdünnten Raum über Schwefelsäure getrocknet war. Unter *C* soll aber nachgewiesen werden, dafs die Aufstellung einer chemischen Formel hier nicht zulässig ist.

B.

Der spärliche, durch das Trocknen bei 60° C. weifsgewordene Inhalt zeigt unter dem Mikroskop eine grofse Menge von mehr oder weniger spiefsigen, durchsichtigen, doppeltbrechenden Krystallen in Gruppen, Haufen oder auch vereinzelt. Meist sind sie durchsichtigen Lamellen aufgeheftet, doch liegt auch eine grofse Anzahl frei in dem Gesichtsfelde zerstreut und dann zum Theil zertrümmert. Die Gruppen erscheinen häufig als Garben oder Bündel flacher Prismen; die Haufen warzenförmig durch Spiefse, die nach allen Seiten starren; die einzelnen Krystalle als dünne Spiefse, oder als platte, oft schief abgestutzte, zuweilen auch schwalbenschwanzartige Prismen etc.

An eine krystallographische Bestimmung ist wegen ihrer mikroskopischen Kleinheit wohl nicht zu denken.

Es unterscheiden sich die Krystalle in Nichts von den unter *A* geschilderten. Durch Digestion mit Salpetersäure werden sie nicht verändert; *auch behalten sie ihre Doppelbrechung ungeschwächt bei.* Werden sie alsdann mit kalter Normalnatronlauge 2 bis 3 Tage lang behandelt, so erhalten sie ein meist lichteres, fast aufgequollenes Ansehen; sie wirken dann *nicht* mehr auf das polarisirte Licht und werden sie nun mit Wasser in Berührung gebracht, so tritt nach einiger Zeit *vollständige Lösung* ein.

Durch Glühen werden sie fast alle einfach brechend: sie schmelzen und sintern dabei nicht zusammen — selbst bei stundenlanger heftigster Gluth.

Weitere Untersuchungen konnte ich wegen zu geringen Materials bisher nicht vornehmen. Aber schon auf Grund dieser wenigen Reactionen kann kein Zweifel obwalten, dafs *fast sämmtliche Krystalle Kieselsäurehydrat sind*, welches seine Schwerlöslichkeit in kalter Normalnatronlage vielleicht einem kleinen Rückhalt an Basen verdankt.

Aufser diesem krystallisirten Kieselsäurehydrat und wenigen Kieselsäureknollen wurde durch das Mikroskop noch ein anderes interessantes Object nachgewiesen.

Es zeigten sich nämlich glasähnliche Bruchstücke von zart gestreiftem Ansehen. Es wechseln bei einer gewissen Einstellung helle und dunklere sehr dünne Streifen in großer Zahl; die dunkeln Schichten erweisen sich amorph, die hellen dagegen bestehen aus äußerst kleinen Krystallindividuen, die senkrecht zur Schichtungslinie dicht aneinander gereiht sind. Bei einer gewissen Lage erscheint ein solches Bruchstück zwischen gekreuzten Nicols vollständig dunkel; dreht man jedoch das Object, so erfolgt viermal abwechselnd Erhellung und Dunkelwerden der zarten krystallinischen Schichten.

Bei Prüfung dieser glasähnlichen Stücke ist es nöthig, sie in einer Ebene zu betrachten, die senkrecht, oder mindestens geneigt ist zu ihren Schichtungsebenen.

Durch stundenlange Einwirkung heißer Salpetersäure werden sie scheinbar nicht verändert — auch nicht in ihrem Verhalten gegen polarisirtes Licht. Durch nachherige Behandlung mit kalter Normalnatronlauge werden sie dagegen lichter und quellen so deutlich auf, daß eine Verzerrung und ein Zerreißen der Schichten eintritt; sie verlieren ihre Reaction auf das polarisirte Licht und verschwinden endlich bei nachträglicher Behandlung mit Wasser.

Sie verhalten sich also in derselben Weise, wie das krystallisirte Kieselsäurehydrat.

Wie hat man nun diese geschichteten Bruchstücke aufzufassen, wie ihre Bildung zu erklären?

Es löst sich das Räthsel, wenn man die Structurverhältnisse der Manometerröhre selbst in Betracht zieht.

Hält man ein kurzes Stück derselben mit möglichst ebenen Bruchflächen gegen das Licht, so kann man mit Hülfe einer Lupe deutlich eine große Anzahl von Kreisen erkennen, die das Lumen der Röhre zum Centrum haben; einige von ihnen markiren sich in der Regel so stark vor den übrigen, daß sie schon dem unbewaffneten Auge erkennbar sind. Es stellt also eine solche Röhre gleichsam ein System von in einander gesteckten zartwandi-



gen Röhren dar. Ich nehme nun an, daſs sich an der Glaswandung des mittleren leeren Theiles der Manometerröhre durch Flächenanziehung etwas kieselsaure Natronlösung auch während der Ueberhitzung hinzieht und daſs diese Flüssigkeit die geschichtete Glasmasse nach und nach in ein geschichtetes amorphes kieselsäureärmeres Silicat verwandelt. Indem aber die Glasschichten durch Substanzverlust an Volumen abnehmen, entstehen zarte Zwischenräume, in denen sich nun (siehe S. 551) krystallisirtes Kieselsäurehydrat abzulagern vermag. Wird die also entstandene Masse mit Salpetersäure behandelt, so bleibt sie scheinbar unverändert, in der That aber gehen alle einzelnen Silicatlagen in ebenso viele Lagen amorphen Kieselsäurehydrats über, die sich nun mit den vorhandenen Schichten krystallisirten Kieselsäurehydrats in Natronlauge und dann Wasser vollständig lösen können. Es bleibt bei dieser Erklärung allerdings noch die Frage offen, weshalb nur krystallisirtes Kieselsäurehydrat und nicht auch alles das vorhanden ist, woraus — wie später nachgewiesen wird — die Kieselsäureknöllchen bestehen; doch ist es möglich, daſs diese anderen Stoffe wegen geringer Menge übersehen worden sind.

C.

Der Belag dieser Röhrenstücke war, wie mit bloſsem Auge erkannt werden konnte, oft durch Höhlungen wulstartig erhoben, zuweilen mit zapfenartigen Fortsätzen bedeckt, so daſs das Lumen der Röhre in seiner Länge unregelmäſsig verengt erschien; es war ferner deutlich sichtbar, daſs derselbe aus einer Menge von dicht aneinander liegenden schmalen concentrischen Schichten bestand.

Mikroskopisch waren nachweisbar:

1) Durchsichtige Lamellen und Bruchstücke mit gleichsam filzartigem Ueberzug, ohne Reaction auf das polarisirte Licht.

2) Durchsichtige Lamellen mit klaren Tröpfchen, oder auch Zapfen, deren Wirkung auf das polarisirte Licht sehr zweifelhaft blieb.
3) Durchsichtige Lamellen und Bruchstücke mit krystallisirtem Kieselsäurehydrat besetzt.
4) Schaum- oder schwammartige Massen, in deren Höhlungen oft krystallisirtes Kieselsäurehydrat beobachtet wurde.
5) Kieselsäureknöllchen.
6) Die unter *B* besprochenen modificirten Glasstückchen
7) Trümmer unveränderten Glases.

Es wurde der ganze Belag mit kochendem Wasser ausgewaschen; aber selbst nach lange fortgesetztem Aussüfsen zeigte das Abfliefsende stets eine kräftige alkalische Reaction und enthielt Kieselsäure, Kalkerde und Natron. Eine quantitative Untersuchung wurde deshalb unterlassen und der Rückstand sofort mit Salpetersäure mehrere Stunden lang erhitzt. Hierbei verschwand die porzellanartige Weifse und das Volumen nahm sichtlich ab, doch konnten auch jetzt noch alle oben angeführten Formen unter dem Mikroskop wahrgenommen werden. In der salpetersauren Lösung waren vorhanden: Kieselsäure, Natron, bedeutende Mengen Kalkerde, geringe dagegen von Eisen, Thonerde, Magnesia; auch waren die Glasröhren bleihaltig, so war Blei in der Lösung nachweisbar.

Der nach der Behandlung mit Salpetersäure einige Male ausgesüfste Rest wurde mit Normalnatronlauge 2 bis 3 Tage lang macerirt und dann mit angesäuertem und schliefslich mit reinem Wasser ausgewaschen. Der getrocknete Rückstand bestand aus einigen Glastrümmern, zumeist aber aus Kieselsäureknollen, die also auch hier wieder als fast einziger unlöslicher Rest auftreten. Dieser Rest war im Verhältnifs zu dem Rückstande von *A* nicht bedeutend.

Ich gehe nun zur mikroskopischen Untersuchung der interessanten Kieselsäureknöllchen über.

Es zeigt sich bei ihnen eine bedeutende Verschieden-



heit in Gröſse und Form; im Allgemeinen ist bei jedem Knöllchen eine, oft mehrere Hauptmassen vorhanden, von denen häufig kleine Nebenmassen, Fortsätze oder Hervorragungen bald an dieser, bald an jener Stelle ausgehen. Die kleineren oder flachen Kieselsäureknollen erscheinen, unter Wasser und in durchfallendem Lichte betrachtet, zweifellos als Complexe von Körnchen; die Körnchen selbst sind durchsichtig, eckig, überhaupt vielgestaltig und nicht selten von deutlich strahlig krystallinischem Gefüge. Viele Knollen, namentlich aber die gröſseren, machen den Eindruck, als wenn auf ihrer Oberfläche eine kleinkrystallinische Ablagerung wäre. Es zeigt sich ferner, daſs die meisten Knollen ein rauchfarbenes Ansehen besitzen und daſs diese Färbung — in Folge der Unregelmäſsigkeit in Form und Gröſse der Knollen — sehr verschieden auftritt; die an der Peripherie der rauchfarbenen Knollen sichtbaren körnigen Protuberanzen sind dagegen meist farblos und durchsichtig. Von gleicher Farblosigkeit und Durchsichtigkeit sind aber auch die ganzen Kieselsäureknollen in ihrem *ursprünglichen* Zustande vor jeder weiteren Behandlung mit Reagentien.

Durch heftiges anhaltendes Glühen tritt keine Formveränderung ein, dagegen wird das rauchfarbene Aussehen entschiedener, so daſs einzelne Knollen nicht einmal durchscheinend sind. Durch Erwärmen mit Wasser, ebenso durch mehrstündige Berührung mit Wasser im luftverdünnten Raum, wird dieses Aussehen nicht geändert.

Im *polarisirten* Lichte zeigen sich alle *nicht geglühten* Knollen doppelbrechend; sie erscheinen mit einer groſsen Menge von kleinen weiſsen Lichtlinien, Streifen und Punkten, die namentlich in den farblosen Knollen, oder in den farblosen, körnigen, umsäumenden Protuberanzen mit gröſster Schärfe auftreten. Die rauchfarbenen Stellen dagegen verbreiten, selbst bei veränderter Einstellung des Mikroskopes einen Lichtnebel, in dem nur dann vereinzelte Lichtstreifen wahrzunehmen sind, wenn die Rauchfärbung der Knolle nicht bedeutend ist.

Ganz auffallend wird diese Wirkung der Knöllchen auf das polarisirte Licht durch Glühen abgeschwächt.

Einige wenige derselben erscheinen zwar noch ebenso kräftig doppeltbrechend, wie vorher: die meisten aber senden von den bräunlich gefärbten Stellen nur einen *schwachen* Lichtnebel mit ab und zu erkennbaren kleinen Lichtstreifen aus und ihre farblosen körnigen Umsäumungen zeigen *keine* oder nur äufserst sparsame Erhellung; einzelne Knollen verhalten sich sogar in ihrer ganzen Ausdehnung fast völlig indifferent. —

Nimmt man statt Wasser ein stärker brechendes Medium zur Beobachtung z. B. Anisöl, Cassiaöl, oder — wie ich es vorzugsweise bei dieser Arbeit gethan habe — salpetersaure Quecksilberoxydlösung von 2,5 bis 2,6 pond. sp., so werden die *nicht* geglühten Kieselsäureknollen aufserordentlich licht; jedes Knöllchen zeigt ein seltsames Gewirr von kleinen, hellen, rundlichen Stellen mit schwachen Contouren; — öfters erscheint auch eine mehr oder weniger starke Umsäumung oder stellenweise Auflagerung der Knöllchen durch eine etwas dunklere Färbung von dem übrigen Theil derselben schwach abgegränzt. Stellt man das Mikroskop auf ein einzelnes Körnchen einer Knolle successive ein, so tritt stets ein Punct auf, wo dieses deutlich einen *röthlichen* Schein, mit bläulichem Rande der etwa angränzenden Flüssigkeit, zeigt, und ist ferner das Licht recht günstig, so kann man die strahlig krystallinische Structur desselben in den meisten Fällen scharf und zweifellos feststellen.

Im *polarisirten* Lichte bei Anwendung derselben Flüssigkeit zeigen sich alle Knöllchen mit einer grofsen Anzahl von scharfen, weifsen Lichtstreifen, Linien oder Punkten übersät und zwar bei veränderter Einstellung *in allen ihren Theilen, vom Rande bis zur Mitte.* Ein Lichtnebel ist bei keinem derselben wahrzunehmen. *Werden die Knöllchen geglüht* und dann bei *gewöhnlichem*, durchfallendem Licht in salpetersaurem Quecksilberoxyd betrachtet, so zeigen fast alle in ihrem ganzen Umfang, oder nur an ein-

zelnen Stellen eine Schicht, die zuweilen sehr scharf die übrige Masse des Knöllchens begränzt. Die Körnchen dieser Schicht haben schärfere dunklere Linien und ein merklich rötheres Licht, als die des umschlossenen Theils. Wendet man *polarisirtes* Licht an, so erscheint gerade diese *umschliefsende Schicht vollständig indifferent.*, während der *umschlossene Theil des Knöllchens nach wie vor die scharfen weifsen Lichtstreifen und Puncte zeigt.* Aufser diesen zum Theil veränderten Knollen giebt es aber, wie vorhin erwähnt, stets noch solche, die durch das Glühen gar keine Verminderung ihrer Doppelbrechung erlitten haben; sie besitzen in salpetersaurem Quecksilberoxyd ein ebenso lichtes Ansehen, als der centrale Theil der ersteren und sind offenbar mit demselben identisch.

Aus den vorstehenden Beobachtungen geht hervor, dafs *die meisten Kieselsäureknöllchen aus zwei verschiedenen Substanzen bestehen; wovon die Eine den Kern, die Andere die Hülle derselben bildet.*

Diese Aufeinanderlagerung läfst sich aber noch in anderer Weise deutlich nachweisen. Ich habe früher erwähnt, dafs die Knöllchen durch mehrstündige Einwirkung von concentrirter kohlensaurer Natronlösung und nachherige Behandlung mit Wasser zuerst etwas zusammenballen und sich dann vollständig lösen. Verkürzt man diese Einwirkungen etwas und betrachtet den Rückstand unter dem Mikroskop, so sieht man, dafs bei den meisten Knöllchen eine Trennung der Hülle von dem Kern stattgefunden hat. Jene bilden trübe, aufgequollene, feinkörnige Massen, diese feine krystallinische knollige Complexe, die zwischen den ersteren zerstreut liegen. Eine Einwirkung auf das polarisirte Licht zeigen die Hüllen nicht, oder nur in äufserst beschränktem Maafse; aber auch bei den Kernen ist eine Veminderung der Doppelbrechung eingetreten; bei den meisten ist sie nämlich stellenweise, bei einigen sogar überall erloschen. Es tritt hier also, ähnlich, wie bei den unter *B* besprochenen spiefsigen Krystallen aus Kieselsäurehydrat, vor der Lösung ein Stadium auf, wo die Dop-

pelbrechung verschwindet. Ein Glühen der Kieselsäureknöllchen vor der Einwirkung des kohlensauren Natrons ändert an dem ganzen Verhalten nichts, nur dafs bei den Hüllen dann keine Spur von Doppelbrechung zu erkennen ist. Dieses Verhalten der Knöllchen gab Veranlassung, nachträglich noch die Einwirkung kalter Normalnatronlauge auf dieselben zu untersuchen, in der sie sich bei einer 2 bis 3tägigen Maceration scheinbar unverändert erhalten. Es wurde eine kleine Menge derselben 6 Tage lang mit circa 100 CC. Lauge macerirt und dann innerhalb 8 Tagen wiederholt mit Wasser ausgesüfst. In der That trat während des Aussüfsens ein flockenartiges Zusammenballen der Knöllchen ein und das Mikroskop zeigte nur noch sehr wenige derselben, die ihr ursprüngliches Aussehen bewahrt hatten. Bei den meisten Knöllchen war eine Trennung der Hülle von dem Kern eingetreten; erstere waren zu trüben, schleimig granulösen, zuweilen hautartigen, nicht doppeltbrechenden Massen auseinander gegangen, während letztere als klare, fast glänzende, kleine, knollenförmige Gebilde zerstreut umherlagen, die kräftig auf das polarisirte Licht wirkten und an vielen Stellen sehr deutlich strahlig krystallinische Structur zeigten. Durch erneute 8 tägige Einwirkung von Normalnatronlauge und mehrtägige Berührung mit Wasser verloren diese Kerne ihr Depolarisirungsvermögen nicht. Es scheint jedoch, dafs viele von ihnen in ihre krystallinischen Partikeln zerfallen, da eine grofse Menge der letzteren vereinzelt, oder in Gruppen umherlagen und leicht an ihrer Einwirkung auf das polarisirte Licht erkannt werden konnten; die noch unversehrten Kerne erscheinen jetzt in den meisten Fällen weit deutlicher aus einzelnen Kryställchen zusammengesetzt, als vorher.

Die Seite 563 erwähnte Rauchfärbung ist ebenfalls eine Folge der Einwirkung der Natronlauge. Sie trat beim Trocknen sofort auf, wenn man dem Aussüfswasser etwas Salpetersäure hinzugefügt hatte.

Aufser den beobachteten Bestandtheilen der Kieselsäureknöllchen erkennt man bei Anwendung von salpetersaurem Quecksilberoxyd — mögen die Knöllchen geglüht seyn, oder nicht — zuweilen sehr kleine Partikeln in demselben, die je nach der Einstellung des Mikroskopes bald dunkel, bald bläulich bis bläulichgrün erscheinen. Man kann sie zuweilen mit sehr kleinen Luftbläschen, oder mit kleinen Kanälen oder Lücken im Innern des Knöllchens verwechseln, dann mufs man durch Erwärmung oder Bewegung des Objectes zur Entscheidung zu kommen suchen. Ueber ihre Lage konnte nicht immer völlig Sicheres ermittelt werden; manchmal bildeten sie unzweifelhaft den Mittelpunct der einzelnen strahlig krystallinischen Körnchen. Auch ihr Verhalten gegen polarisirtes Licht läfst sich in den meisten Fällen sehr schwer feststellen, da ihre Gröfse äufserst gering und ihr Reflexionsvermögen bedeutend ist. Bei Anwendung höherer Temperatur, als 175° bis 185° C, bilden sie sich aber weit reichlicher und gröfser, so dafs ihre krystallinische Form und ihre Doppelbrechung deutlich hervortritt, ebenso ihre mehr oder weniger centrale Stellung zu Umlagerungen, die sich von den hier besprochenen Substanzen nicht unterscheiden. Die chemische Beschaffenheit dieser Substanzen wurde unter *A* summarisch festgestellt. Es wurde, abgesehen von kleinen Beimengungen, nur Kieselsäure und Wasser gefunden. Durch die mikroskopische Untersuchung wird nun aber klar, dafs die Aufstellung einer chemischen Formel nicht möglich ist.

Es ist der Schlufs unabweislich, dafs ***die umlagernden Hüllen aus krystallisirtem Kieselsäurehydrat, die Kerne aus krystallisirter wasserfreier Kieselsäure bestehen.***

Das vorstehend bezeichnete Kieselsäurehydrat halte ich für verschieden von dem unter *B* beschriebenen. Ersteres sondert sich in sehr kleinen strahlig krystallinischen Körnchen, letzteres in Spiefsen und Prismen aus; auch die Schwerlöslichkeit in kalter Normalnatronlauge, wenn sie

auch zum Theil von einem Rückhalt an Basen herrühren mag, ist weit bedeutender, als die des spieſsigen Kieselsäurehydrates.

Es muſs nun die Frage erörtert werden, *welcher Modification der krystallisirten wasserfreien Kieselsäure* die Kerne der Kieselsäureknöllchen angehören. Bekanntlich hat G. vom Rath den *Tridymit* als eine krystallisirte, wasserfreie Säure nachgewiesen, die sich durch Krystallform und geringeres specifisches Gewicht von dem *Quarz* unterscheidet.

Ich mache hiermit auf ein anderes sehr wesentliches Unterscheidungsmerkmal aufmerksam, das uns gestattet, *sehr kleine Stückchen beider Modificationen sicher und leicht unter dem Mikroskop zu unterscheiden.* Ich meine *das verschiedene Brechungsvermögen beider Substanzen.*

Zur Ausführung nimmt man eine Flüssigkeit, *deren Brechungsexponent zwischen dem des Quarz und des Tridymit liegt*; *eine solche Flüssigkeit repräsentirt salpetersaure Quecksilberoxydlösung von* 2,5 — 2,6 *pond. sp.*

Bei durchfallendem Lichte treten dann bei einer gewissen Einstellung des Mikroskopes besondere Interferenzfarben auf.

Kleine Quarzstückchen erscheinen bläulich oder bläulichgrün mit röthlichem Saum der angränzenden Flüssigkeit [1]; *Tridymitstückchen dagegen umgekehrt*; *röthlich mit bläulich oder bläulich grünem Saum.*

1) In Anisöl, dessen Brechungsexponent gröſser als der des Quarz ist, erscheint letzterer dagegen röthlich. Es dürfte diese Methode für mikroskopische Forschungen namentlich in der Mineralogie von groſser Wichtigkeit werden. Aehnlich, wie die Härtescala, könnte man eine Reihenfolge von Flüssigkeiten aufstellen, die sich durch ihren Brechungsexponenten unterscheiden.

Anisöl, Cassiaöl, Terpentinöl, Mohnöl, oder Gemenge derselben, Alkohol, ferner salpetersaure Quecksilberoxydlösung in verschiedenen Verdünnungen dürften ganz zweckentsprechend seyn.

Vor der Hand erscheinen nur farblose, durchsichtige Objecte zu dieser Prüfung geeignet; vielleicht ist es aber möglich, diese Methode so zu modificiren, daſs auch das Brechungsvermögen durchsichtiger gefärbter Mineralien zu ihrer Erkennung benutzt werden kann.

Stücke mit dünnen Rändern sind zur Erkennung der Saumfarbe am geeignetsten.

Diejenigen Körper, welche das Licht noch weniger brechen, als Tridymit, erscheinen ebenfalls röthlich, jedoch intensiver; dazu gehört denn auch das krystallisirte Kieselsäurehydrat und namentlich die durch Glühen desselben erhaltene wasserfreie Kieselsäure.

Bei der mikroskopischen Untersuchung der Kieselsäureknollen unter salpetersaurem Quecksilberoxyd haben wir aber gesehen, dafs — mit Ausschlufs von sehr kleinen, aber nicht häufig auftretenden Partikeln von bläulichem Licht — alle Theile derselben eine röthliche Färbung zeigen; *es müssen demnach die durch Glühen nicht veränderlichen Kerne der Knöllchen aus Tridymit bestehen. Die kleinen starkbrechenden Partikeln von bläulichem Licht können dagegen nichts anderes seyn, als winzige Quarzkörnchen.*

Es mögen die vorstehenden Resultate für diejenigen, welche gegen mikroskopische Forschungen von vornherein Mifstrauen hegen, allerdings noch zweifelhaft erscheinen. Ich hielt es daher für unerläfslich, auch das specifische Gewicht der Kieselsäureknöllchen näher festzustellen.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung geben aber, wie ich sofort erwähnen kann, ein treues Spiegelbild der schon gewonnenen Resultate.

Die Methode, die hierbei benutzt wurde, ist eine Combination der Schaffgot'schen Bestimmungsweise mit dem Mikroskop. Sie erfordert zwar viele Zeit und Geduld, gewährt aber den Vortheil, dafs man sehr kleine Mengen der Substanz nicht allein in befriedigender Weise auf das specifische Gewicht, sondern auch auf die Gleichartigkeit der Theilchen prüfen kann.

Es wurde nämlich salpetersaure Quecksilberoxydlösung auf ein so hohes specifisches Gewicht gebracht, dafs hineingeschüttete Kieselsäureknöllchen trotz starken Umrührens bald wieder zur Oberfläche kamen. Nun wurde von Tag zu Tag ein bis mehrere Cubikcentimeter Wasser hin-

zugefügt, das mit Salpetersäure in dem Verhältnifs von 1 Tropfen auf 1 CC. angesäuert war und damit so lange fortgefahren, bis auf dem glatten, glänzenden Boden des Bechergläschen die ersten Partikeln mit einer Lupe zu erkennen waren. Diese Partikelchen untersuchte ich nun auf ihre Beschaffenheit. Sie wurden mit 1 CC. Pipette aufgeschlürft, was ohne besondere Schwierigkeit ausgeführt werden kann. Da nämlich nur kleine Quantitäten des Pulvers geprüft wurden, so zog sich dieses stets an den Rand der Flüssigkeit und liefs den mittleren Theil der Oberfläche frei, durch den dann die Pipette, deren oberes Ende mit dem Finger verschlossen und deren Spitze vorher in eine klare Quecksilberoxydlösung getaucht worden, ohne Weiteres versenkt werden konnte. War die Spitze in die Nähe der Partikelchen gelangt, so wurde der Finger etwas gelüftet, wodurch diese dann mit etwas Flüssigkeit in den inneren Raum derselben gelangten. Nach dem Herausziehen der Pipette wurde der befeuchtete Theil vorsichtig mit Fliefspapisr abgetrocknet und um jeden Irrthum auszuschliefsen, noch 1 bis 2 Tropfen der aufgeschlürften Flüssigkeit herausgelassen. Nun vertheilte ich den Inhalt auf eine Anzahl von Objectgläschen, stellte die Beschaffenheit der Partikelchen fest und bestimmte, wenn diese als Kieselsäureknöllchen erkannt wurden, in bekannter Weise das specifische Gewicht der Flüssigkeit.

Zweckmäfsiger wäre es allerdings noch, das specifische Gewicht der Flüssigkeit nach jedesmaligem Zusatz von 1 CC. Wasser zu nehmen; das specifische Gewicht der niederfallenden Knöllchen mufs dann zwischen den beiden letzten Gewichtsbestimmungen liegen und es liegt auf der Hand, dafs man bei Anwendung einer gröfseren Menge von Quecksilberlösung die Genauigkeit der Bestimmung auf eine Höhe bringen kann, die in der That nichts zu wünschen übrig läfst. Nach dieser ersten Hauptbestimmung wird mit dem Wasserzusatz fortgefahren und der Absatz einer fortlaufenden mikroskopischen Bestimmung

unterworfen. Nach einiger Zeit tritt ein Punkt ein, wo der gröfsere Theil der Kieselsäureknöllchen, selbst nach Tage langem Stehen, sich in der Flüssigkeit schwebend erhält; es wurde alsdann die zweite Hauptbestimmung des specifischen Gewichtes der Flüssigkeit gemacht. Die dritte und letzte Hauptbestimmung geschah, wenn auf der Oberfläche der Flüssigkeit nur noch vereinzelt Knöllchen aufgefunden werden konnten. Ich habe diese ganze Bestimmungsweise auch in umgekehrter Weise ausgeführt. Die Quecksilberlösung wurde so verdünnt genommen, dafs die Kieselsäureknöllchen untersanken; der Zusatz geschah dann mit einer concentrirteren Quecksilberlösung so lange, bis die letzten Partikelchen von dem Boden des Glases verschwanden.

Das Vorhandenseyn von Kieselsäureknöllchen auf dem Boden des Glases läfst sich schon mit der Lupe ziemlich gut constatiren. Beschattet man den obern vordern Theil des Glases etwas mit der Hand, so zeigen die Knöllchen ziemlich deutlich ein weifsliches Licht, was bei den vorhandenen Glaspartikeln selten der Fall ist.

Ich mache übrigens darauf aufmerksam, dafs es bei den hier vorkommenden mikroskopischen Bestimmungen durchaus nöthig ist, auch polarisirtes Licht anzuwenden. Das Aussehen der Knollen ist in gewissen Stadien der Verdünnung der Quecksilberlösung so licht, dafs man sie leicht übersehen kann, während sich zwischen den Nicols die Anwesenheit derselben sofort durch die bekannten Lichtstreifen kund giebt.

Im Nachfolgenden theile ich zwei meiner Versuchsreihen schon des besseren Verständnisses wegen ausführlich mit:

Salpetersaure Quecksilberoxydlösung bei 19° C. = 2,5185. Die über Chlorcalcium getrockneten Kieselsäureknöllchen hineingeschüttet, wiederholt tüchtig umgerührt und einer mehrtägigen Ruhe überlassen: der Boden des Becherglases blieb vollständig blank.

Zusatz von 1 CC. angesäuerten Wassers; nach dem Umrühren 24 Stunden Ruhe.	Boden blank
1 CC. Wasser; 24 St. Ruhe	Boden blank
1 CC. Wasser; " "	Auf dem Boden einige Glasstückchen
1 CC. Wasser; " "	Zahl der Glasstückchen vermehrt
1 CC. Wasser; " "	Wie vorher
1 CC. Wasser; " "	Unverändert
1 CC. Wasser; " "	Unverändert
1 CC. Wasser; " "	Ein Paar Kieselsäureknöllchen. Noch einmal 24 Stunden Ruhe: von Neuem einige Knöllchen. In einem derselben konnten *sehr deutlich* kleine das Licht stark brechende Partikelchen wahrgenommen werden. Das specifische Gewicht der Flüssigkeit bei 20° C. = 2,3905.
1 CC. Wasser; " "	Von Neuem ein Paar Kieselsäureknöllchen
1 CC. Wasser; " "	Anzahl der Knöllchen etwas vermehrt; in einigen derselben mit voller Sicherheit kleine, scharf umgränzte, stark brechende Partikeln
1 CC. Wasser; " "	Einige gröfsere Knöllchen mit sehr kleinen dunkeln Partikeln in ihrer ganzen Ausdehnung. Spec. Gew. = 2,3483 bei 19° C.
1 CC. Wasser; " "	Anzahl der Knöllchen vermehrt. Flüssigkeit klar.
1 CC. Wasser; " "	Anzahl vermehrt, einige in der Flüssigkeit schwebend.
1 CC. Wasser; " "	Wie vorher.
1 CC. Wasser; " "	Eine ansehnliche Zahl von Knöllchen auf dem Boden und ebenso in der Flüssigkeit schwebend. Spec. Gew. = 2,2937 bei 20° C.
1 CC. Wasser; " "	Auf dem Boden viele Knöllchen, in der Flüssigkeit ebenso.
1 CC. Wasser; " "	Der Boden ganz bedeckt von Knöllchen, auch in der Flüssigkeit sehr viele schwimmend
1 CC. Wasser; " "	Wie vorher

1 CC. Wasser; 24 St. Ruhe	Wie vorher
2 CC. Wasser; „ „	Die Flüssigkeit von kleinen Knöllchen nur noch etwas getrübt. Der Rand der Oberfläche zeigt nur noch sehr wenige Knöllchen, aufserdem einige Bastfasern und Stückchen von modificirtem Glase, die der Lösung entgangen waren. Spec. Gew. = 2,2192 bei 20° C.

Bei der anderen Versuchsreihe wurde der umgekehrte Weg eingeschlagen. Zufälliger Weise war die Quecksilberlösung so verdünnt, dafs die Kieselsäureknöllchen in grofser Zahl Tage lang in der Flüssigkeit schweben blieben, während sich auch ein deutlicher Absatz von ihnen gebildet hatte. Spec. Gewicht = 2,310 bei 18°,5 C. Als das Gewicht durch Zusatz von concentrirter Quecksilberlösung auf 2,3352 bei 19°,5 C. gestiegen war, erschien die Flüssigkeit nach 15 Stunden noch nicht klar; auf dem Boden des Becherglases befanden sich ebenfalls noch Kieselsäureknöllchen; in vielen derselben konnten kleine, stark brechende Partikel deutlich wahrgenommen werden.

Bei der letzten Bestimmung waren auf dem Boden neben Glastrümmern nur noch sehr wenige und zwar mit kleinen dunkeln Partikeln versehene Knöllchen zu erkennen.

Spec. Gewicht = 2,3639 bei 19°,5 C.

Nach den Angaben von G. vom Rath ist das specifische Gewicht des Tridymit 2,29 bis 2,32; das des krystallisirten Kieselsäurehydrats mufs selbstverständlich geringer seyn und da ferner das specifische Gewicht des Quarz 2,5 bis 2,6 ist, so tritt aus den beobachteten Gewichtsschwankungen von 2,3905 bis 2,2192 und ferner 2,3639 bis 2,310 ganz deutlich hervor, dafs die Kieselsäureknöllchen ein mannigfaches Gemenge von Tridymit, krystallisirtem Kieselsäurehydrat und Quarz seyn müssen. —

Ich führe nun schliefslich in Kürze noch einige Versuche an, die dazu bestimmt waren, die Temperaturgränze

festzustellen, bei der die Bildung der doppeltbrechenden Kieselsäureknöllchen aufhört. Es wurden zu diesem Zweck mit Natronsilicatlösung gefüllte Röhren

1) 48 Stunden lang bei 155° bis 165° C.
2) 12 Tage „ „ 117° bis 125° C.
3) 4 Wochen „ „ 99° bis 103° C.
4) 4 Wochen „ „ 75° bis 85° C. erhitzt.

Bei No. 1 waren doppeltbrechende Kieselsäureknöllchen in bedeutender Zahl aufzufinden, in geringer Menge bei No. 2, äufserst sparsam bei No. 3.

Bei No. 4 waren zwar auch einige knollenähnliche Gebilde vorhanden, sie hatten aber gröfsere Dimensionen, waren von etwas flacherer Form, reagirten *nicht* auf das polarisirte Licht und erinnerten lebhaft der Formen, die ich bei gewöhnlicher Temperatur aus einem Gemenge von kohlensaurer Natronflüssigkeit, etwas Natronlauge und Kochsalzlösung bei allmählichem Zutritt von atmosphärischer Luft erhielt.

Leider waren diese Versuche zu einer Zeit angestellt, in der ich noch nicht die complicirte Zusammensetzung der Knöllchen erkannt hatte, es müssen daher weitere Untersuchungen lehren, von welcher Beschaffenheit diese bei niedrigen Temperaturen erzeugten Gebilde eigentlich sind.

Für die Erklärung des Herganges bei der Abscheidung der Kieselsäureknöllchen und der Bildung der Zeolithischen Masse ist vor allem Folgendes hervorzuheben:

Da der Tridymit der Knöllchen in der Regel von krystallisirtem Kieselsäurehydrat umlagert ist, so sind selbstverständlich beide Substanzen nicht gleichzeitig, sondern *zuerst* der Tridymit und *später* das Kieselsäurehydrat entstanden. Diese Aufeinanderfolge mufs hier nothwendig so stattgefunden haben, dafs sich der wasserfreie Tridymit bei *höherer*, das Kieselsäurehydrat bei einer später eintretenden *niedrigeren* Temperatur bildete.

Die Kieselsäureknöllchen wurden also während der Abkühlung der Röhre ausgeschieden (*a*).

Die gröfste Menge der Knöllchen konnte aus der Röhre schon durch Herausspritzen und durch ein vorsichtiges Durchstofsen mit einer Nadel erhalten werden; daraus ergiebt sich, dafs sie die oberste Schicht des Belages bildeten und

dafs daher die darunter befindliche Zeolithische Masse desselben im Wesentlichen früher vorhanden war, als die Kieselsäureknöllchen (*b*).

Ich machte ferner darauf aufmerksam, *dafs die Zeolithische Masse, ähnlich wie beim unveränderten Glase, aus einer Menge dicht aneinander liegender schmaler Schichten bestehe* (*c*).

Aus diesen drei Sätzen *a*, *b*, *c* ergiebt sich meines Erachtens als einfachste, ungezwungenste Erklärung des Abscheidungsprocesses folgende, zum Theil schon S. 551 und 561 berührte Ansicht:

Bei Ueberhitzung von Natronsilicatlösung wird die umgebende Glasmasse Schicht für Schicht angegriffen; es löst sich vorzugsweise Kieselsäure, indem ein kieselsäurereicheres Natron gebildet wird. Diese Verbindung nun verwandelt sich beim Erkalten wieder in ein kieselsäureärmeres Natron unter Ausscheidung freier Kieselsäure in Form von Knöllchen. Die Glasmasse aber geht durch ihren Verlust an Kieselsäure Schicht für Schicht in ein Silicat über, das durch Aufnahme von Wasser schliefslich eine geschichtete Zeolithische Substanz darstellt. —

Ich habe gezeigt, dafs die Knöllchen aufser Tridymit und krystallisirtem Kieselsäurehydrat noch Spuren von Quarz enthalten. Der Schlufs liegt also nahe, dafs die Temperatur von circa 180° C. nicht weit von der Gränze entfernt seyn kann, wo Quarz sich überhaupt noch bildet. In der That! Wird die Temperatur auf 195° bis 205° C. erhöht, so tritt bei langsamer Abkühlung eine schon merkliche Vermehrung von Quarz in den Kieselsäureknöllchen auf und es können diese Quarzpartikeln dann ganz deutlich, als eckige, doppeltbrechende Körnchen erkannt werden.

Hieraus und aus der Bildungsweise der Knöllchen ergiebt sich aber in allgemeinen Zügen Folgendes:

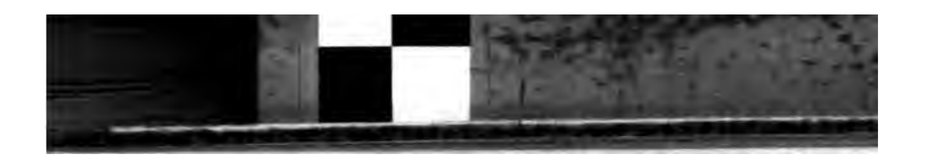
Bei circa 180° *C. und darüber scheidet sich freie Kieselsäure aus wässrigen alkalischen Lösungen als Quarz aus; unterhalb* 180° *C. zuerst als Tridymit, dann als krystallisirtes und endlich als amorphes Kieselsäurhydrat in hintereinander folgenden, noch zu bestimmenden Temperaturgränzen.*

Es ist kaum zu bezweifeln, daſs das vorstehende Gesetz auch für *saure* wässrige Lösungen Geltung habe. Einige wenige Versuche mit verdünnter Salzsäure (vielleicht erweist sich Phosphorsäure zweckmäſsiger), die ich in Glasröhren bei 170° bis 180° C. erhitzte, lieferten zwar *keine* knollenförmigen Gebilde, wohl aber die bekannten Krystallspieſse und ferner federbartähnliche, durch Querabsätze unterbrochene Formen. Erstere zeigten sich in kalter Natronlauge und dann Wasser löslich, letztere nicht; beide wirkten doppeltbrechend. *Quarzige Ausscheidungen*, die sich schon durch stärkere Reflexion und Brechung des Lichtes verrathen hätten, *wurden nicht bemerkt.*

Es ist aber ferner auch nicht zweifelhaft, daſs jenes Gesetz der Kieselsäureabscheidung *in der Natur* eine gewisse Modification erleiden kann; dort vermag einer der Factoren in einer Gröſse aufzutreten, über die wir in unseren Laboratorien nur schwierig verfügen; ich meine den viel geschmähten „*erhöhten Druck*“.

Stark erhöhter Druck führt aber sicherlich die Möglichkeit mit sich, Quarz, sowie Tridymit und krystallisirtes Kieselsäurehydrat auch bei niedrigeren Temperaturen zu erzeugen. Wie weit nun dieses Herabdrücken der Temperatur getrieben werden kann, ob durch die Verwandtschaftskraft der Kieselsäure zum Wasser eine für Quarz und Tridymit bald erreichte, unüberwindliche Schranke gegeben ist, darüber läſst sich, vorläufig wenigstens, kaum eine Vermuthung aufstellen.

Es scheint mir aber, als ob schon ein sorgsameres, eingehenderes Studium der natürlichen Kieselsäurebildungen



und vielleicht auch des verkieselten Holzes [1]) viel Licht über diese Angelegenheit verbreiten könnte. Wir haben wenigstens seit Kurzem zwei ausgezeichnete Arbeiten, die auf diesem indirecten Wege einige höchst wichtige Thatsachen aufgedeckt haben;

die erstere aus dem Jahre 1868 von Vogelsang und Geifsler (Pogg. Ann. Bd. 137, S. 56.); sie weist das ziemlich häufige Vorkommen von *flüssiger Kohlensäure* in den Vacuolen der Bergkrystalle nach, die einen Druck von mindestens 75 Atmosphären bei der Bildung der Krystalle voraussetzt, während bei meinen obigen Versuchen die Temperatur von circa 180° C. nur einer Spannung von 10 bis 11 Atmosphären entspricht.

Die zweite aus dem gegenwärtigen Jahre 1871 von Forster (Pogg. Ann. Bd. 143, S. 173); sie weist als Ursache der durchgehenden, tiefschwarzen Färbung der im Canton Uri im Jahre 1868 entdeckten riesigen Bergkrystalle (Morionen) eine *Kohlenstoff und Stickstoff haltige Materie* nach, die in einer Sauerstoff freien Atmosphäre *bei* 200° C. so vollständig abdestillirt werden kann, dafs die Krystallsubstanz farblos und wasserhell wird. —

In dem nächstfolgenden Abschnitt meiner Arbeit werde ich speciell über künstlichen Quarz und über meine Beob-

1) Nach einer beiläufigen Untersuchung eines verkieselten Holzes, das ich durch Hrn. Geh. Rath Göppert erhielt, fand ich, dafs von den ursprünglichen Tüpfelzellen noch die innerste Schicht der Zellwandung vorhanden war. Es konnte dieses durch halbstündiges Erhitzen feiner Splitter mit Natronlauge bei 100° C. leicht constatirt werden; bei einigen dieser Objecte entstand sogar durch Zusatz von Jod und Schwefelsäure eine graue Färbung mit einem leisen Stich ins Violette. Wurde das Holz auf Platinblech erhitzt, so trat schwärzliche Färbung ein. Die Ausfüllung der Zellen bestand fast nur aus *Tridymit*, da durch Glühen das Depolarisationsvermögen nicht verändert wurde und da geglühte und mit Säure behandelte Stückchen in salpetersaurer Quecksilberoxydlösung von 2,5 p. sp. unter dem Mikroskop die röthliche Interferenzfarbe zeigten.

achtungen der Structurverhältnisse des Feuersteins und Chalcedons berichten.

Aus dem vorliegenden Abschnitt geht aber mit gröfster Wahrscheinlichkeit — ich könnte fast sagen, mit voller Gewifsheit — hervor, dafs

sich Quarz unter keinen Umständen bei gewöhnlicher oder wenig erhöhter Temperatur und bei gleichzeitig vorhandenem gewöhnlichem Druck aus wässrigen Lösungen zu bilden vermag.

Breslau, im September 1871.

IV. *Ueber die Zerstreuung der Elektricität in Gasen;*

von Dr. E. Warburg,

Privatdocenten der Physik an der Universität zu Berlin.

Der langsame Elektricitätsverlust geladener Leiter, die an festen Isolatoren befestigt und von Luft umgeben sind, beruht nach Coulomb [1]) im Allgemeinen auf einer doppelten Ursache. Erstens auf der Unvollkommenheit des Isolirungsvermögens der festen Stützen, über deren Oberfläche hinweg ein Abflufs der Elektricität Statt findet. Zweitens wird dem Körper von seiner Ladung durch die Luft entzogen, indem die den Körper berührenden Lufttheilchen elektrisirt, abgestofsen werden und neuen unelektrischen Theilchen Platz machen, welche dieselbe Wirkung erleiden. Die besseren Isolatoren isoliren nach Coulomb Dichtigkeiten, die eine gewisse Gränze nicht überschreiten, vollständig; diese Gränze ist je nach dem Isolirungsvermögen eine verschiedene. Bei kleineren Dichtigkeiten bleibt dann nur der Luftverlust bestehen, für welchen das einfache Gesetz gilt: dafs die Zeit, nach Ablauf deren die Ladung auf einen aliquoten Theil ihrer Gröfse reducirt

1) *Mémoires de l'Acad. des sciences* 1785, *p.* 612 *ff.*

ist, einen constanten Werth hat., Bedeutet nämlich Q die Elektricitätsmenge auf dem Leiter zur Zeit t, Q_0 ihren Werth zur Zeit Null, so ist nach Coulomb's Gesetz

$$Q = Q_0 \cdot e^{-\frac{1}{2p} \cdot t}$$

wo e die Basis des natürlichen Logarithmensystems und $2p$ die Zeit ist, nach Ablauf deren eine Ladung Q auf $\frac{1}{e}\, Q$ reducirt ist.

Nach Riefs[1]) wird $\frac{1}{p}$, in der Torsionswaage um so kleiner gefunden, eine je gröfsere Elektricitätsmenge in der Waage befindlich ist, was nach demselben auf Elektrisirung der in der Waage eingeschlossenen Luftmasse beruht.

Weitere Versuche über den langsamen Elektricitätsverlust, besonders in feuchter Luft, sind von Dellmann[2]) angestellt worden. Endlich hat Matteucci[3]) den Elektricitätsverlust in verschiedenen trockenen Gasen, nämlich in Kohlensäure, Luft und Wasserstoff untersucht. Nach Matteucci ist derselbe in allen Gasen gleich. Derselbe Forscher giebt an, dafs sich schwache Ladungen in Luft von 1^{mm} bis $1{,}2^{mm}$ Druck mehrere Tage erhalten.

Derjenige Theil des Elektricitätsverlustes eines geladenen Körpers, welcher nicht von den ihn stützenden Isolatoren herrührt, soll im Folgenden als von der *Zerstreuung* der Elektricität herrührend bezeichnet werden. (vgl. Riefs, Elektricitätslehre I, S. 107).

Es ist mir für die Lehre von der atmosphärischen Elektricität wichtig erschienen, zu wissen, in welcher Weise die Zerstreuung der Elektricität von der Dichte der Luft abhängt. Ferner schienen Versuche mit verschiedenen

1) Pogg. Ann. Bd. 71, S. 359 ff. Elektricitätslehre I, S. 141 bis 146.

2) Ueber die Gesetzmäfsigkeit und die Theorie des Elektricitätsverlustes. Kreuznach 1864.

3) *Comptes Rend. XXV, p.* 244. *XXVIII, p.* 508. *C. R. XXV* wird angegeben, der Elektricitätsverlust sey in Wasserstoff etwas geringer, als in Kohlensäure und Luft; *C. R. XXVII* wird diese Angabe zurückgenommen.

Gasen Aufschlufs über den Mechanismus des in Rede stehenden Vorganges zu versprechen. Die Ergebnisse einer in dieser Richtung von mir angestellten Untersuchung sind am Schlusse dieses Aufsatzes zusammen aufgeführt. Die Versuche wurden im Allgemeinen nach der Coulomb-schen Methode angestellt, indem man die Abnahme der Abstofsungskraft beobachtete, welche zwei gleiche und gleichnamig elektrisirte Metallscheiben bei constanter Entfernung in einer Drehwaage auf einander ausübten.

1. Beschreibung der benutzten Drehwaage.

Die Drehwaage, welche ich zu diesen Versuchen benutzte, ist nebenstehend schematisch gezeichnet. Betreffs ihrer Construction hebe ich folgende Punkte hervor.

Erstens, dafs der Innenraum der Waage gegen den äufseren Luftraum hermetisch abgeschlossen und mit einem beliebigen Gase gefüllt werden konnte, dessen Druck das Manometer *M* angab.

Weiter stellte sich die Nothwendigkeit heraus, die Versuche über einen sehr langen Zeitraum auszudehnen. Unter diesen Umständen erwies sich die Torsionskraft von Metallfäden wie von Glasfäden zu den Messungen wegen der elastischen Nachwirkung durchaus untauglich. Es wurde daher die Directionskraft einer bifilaren Aufhängung benutzt, welche letztere zwar in der Handhabung etwas unbequem ist, aber sichere Resultate liefert.

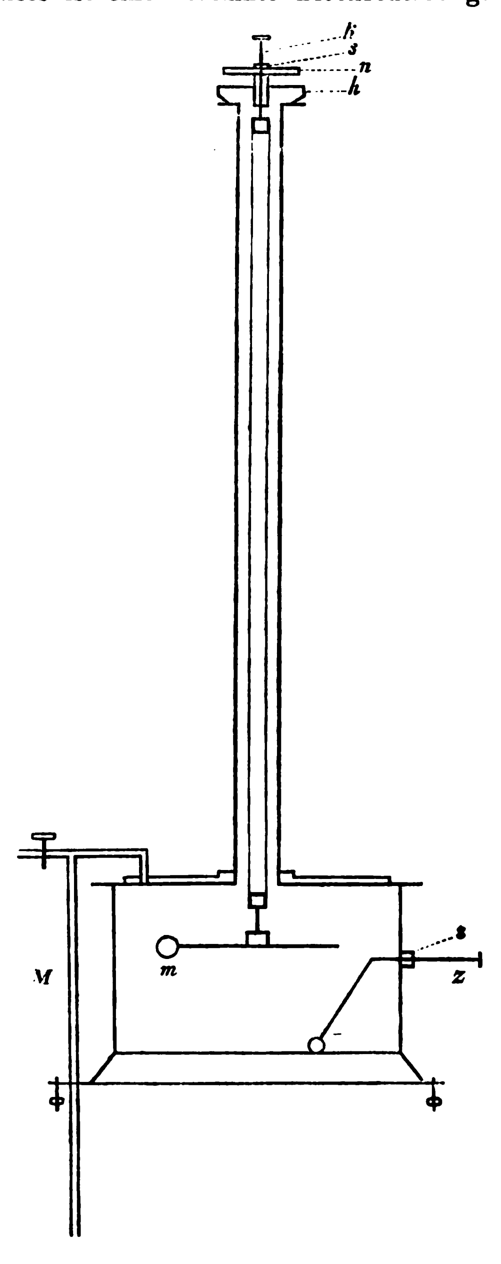
Der elektrische Zustand von Glasflächen, in deren Nähe sich elektrische Körper befinden, ist im Allgemeinen ein variabeler. Zur Vermeidung der hieraus entspringenden Fehlerquelle wurden die inneren Glaswände der Waage mit Metallbelegungen bekleidet, welche sämmtlich unter einander und mit der Erde in leitender Verbindung standen.

Die Stellung des Waagebalkens ward mittels Spiegelablesung beobachtet.

Im Einzelnen ist Folgendes zu bemerken. Das gläserne *Gefäfs*, ein Cylinder von 125^{mm} Höhe und 180^{mm} innerem Durchmesser, ist fest mit einem auf drei Stell-



ıchrauben ruhenden Holzfuſse verbunden. Auf den Boden les Gefäſses ist eine verzinnte Blechscheibe gelegt, und



an die Seitenwände ein Mantel aus demselben Material gestellt. Die *Deckplatte* ist aus 8^{mm} dickem Spiegelglase und aufsen durch eine 3^{mm} dicke Messingscheibe und messingene Rippen verstärkt; der Rand der Deckplatte ist auf den Rand des Gefäfses eben abgeschliffen. In die mit der Deckplatte verbundene, 560^{mm} lange Glasröhre wird eine aufgeschlitzte Blechröhre von 100^{mm} Länge hineingesteckt, welche eine die innere Oberfläche der Deckplatte bedeckende Blechscheibe trägt und sich in dem Glasrohr federnd hält. Nur ein durch ein planparalleles Glas verschlossenes Loch und eine kleine Stelle an dem Zuleiter *z* bleiben von den Metallbelegungen frei.

Die bifilare Aufhängung besteht aus zwei ungedrehten Coconfäden; dieselben sind mit ihren oberen Enden an ein Holzstück gekittet, welches mit dem in der Stopfbüchse *s* verschiebbaren und drehbaren Drahte *k* verbunden ist. Durch Drehung der Scheibe *n* in der Scheibe *h* kann der Draht *k* und mit ihm die Verbindungslinie der oberen Aufhängepunkte um einen beliebigen Winkel gedreht werden. Die Gröfse dieser Drehung giebt ein mit der Scheibe *n* verbundener Zeiger an, dessen verticale Spitze sich längs der getheilten hohen Kante der Scheibe *h* bewegt. Die letztere ist in die Messingfassung der Röhre eingeschraubt.

Ein Holzstückchen, an das die unteren Fadenenden gekittet sind, trägt den aus Schellack geformten Waagebalken, an dessen einen Arm die Messingscheibe *m* befestigt ist (Durchmesser der Scheibe 17^{mm}). Derselben steht die ihr gleiche Scheibe *m'* gegenüber, deren Schellackstütze an der Seitenwand des Gefäfses festsitzt [1]). An die Mitte des Waagebalkens ist ein versilberter verticaler Planspiegel angekittet, dessen Stellung mittels Scala und Fernrohr beobachtet wird. Die Bewegungen des Waagebalkens sind durch die Scheibe *m'* auf der einen Seite und durch einen Kupferdraht auf der anderen Seite begränzt

Zur Elektrisirung der Scheiben dient der Zuleiter *z*, ein $2^{mm},5$ dicker Messingdraht, welcher in der Stopf-

1) In der Figur nicht gezeichnet.

büchse s' drehbar und verschiebbar ist. Der in der Waage befindliche Theil ist winklig gebogen und endigt in eine Messingkugel. Durch Einschieben und Drehen des äuſseren Armes wird die Kugel mit der festen Scheibe in Berührung gebracht, die bewegliche durch Drehung der Scheibe n an die feste angedrückt und beide gemeinschaftlich durch den Zuleiter elektrisirt. Nach Zurückziehung des letzteren bringt man die Scheiben noch einmal in Berührung, um eine möglichst gleiche Elektrisirung derselben zu erreichen. Die Kugel des Zuleiters wird darauf mit dem Bodenblech der Waage, der äuſsere Arm mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt; es werden hierdurch sämmtliche Metallbelegungen zur Erde abgeleitet.

Mit Hülfe von ein wenig Fett und Oel wird die Waage in allen ihren Theilen luftdicht gemacht. Die Abnahme der Ladung ward nach Coulomb's Methode bei constanter Entfernung der Scheiben beobachtet, und zwar befand sich dabei der Waagebalken in derjenigen Lage, welche er bei unelektrischen Scheiben vermöge der bifilaren Aufhängung einnahm. Seyen bei demselben Abstande der Scheiben Q_0 und Q'_0, Q_1 und Q'_1, Q_2 und Q'_2 die Elektricitätsmengen auf denselben zu den Zeiten 0, t_1, t_2, so ist unter Annahme des Coulomb'schen Gesetzes

$$Q_1 = Q_0 \cdot e^{-\frac{1}{2p} \cdot t_1} \qquad Q'_1 = Q'_0 \cdot e^{-\frac{1}{2p} \cdot t_1}$$

$$Q_2 = Q_0 \cdot e^{-\frac{1}{2p} \cdot t_2} \qquad Q'_2 = Q'_0 \cdot e^{-\frac{1}{2p} \cdot t_2}$$

Sind weiter θ_1 und θ_2 die Winkel, um welche die Verbindungslinie der oberen Aufhängepunkte gegen die der unteren zu den Zeiten t_1 und t_2 verdreht ist, so hat man

$$A \,.\, \sin\theta_1 = Q_1 \,.\, Q'_1 = Q_0 \,.\, Q'_0 \,.\, e^{-\frac{1}{p}\,.\,t_1}$$

$$A \,.\, \sin\theta_2 = Q_2 \,.\, Q'_2 = Q_0 \,.\, Q'_0 \,.\, e^{-\frac{1}{p}\,.\,t_2}$$

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = e^{-\frac{1}{p}(t_2 - t_1)}$$

$$\frac{1}{p} = \frac{\log\sin\theta_1 - \log\sin\theta_2}{(t_2 - t_1)\,.\,\log e},$$

wo t_1, t_2, θ_1, θ_2 beobachtet werden. Wenn das Coulomb'sche Gesetz besteht, so muſs sich $\frac{1}{p}$ constant ergeben. Als Zeiteinheit ist die Minute gewählt. $\theta_2 - \theta_1$ ward immer ungefähr $= 5^0$ genommen; der wahre Winkelwerth von je 5^0 des vom Mechaniker erhaltenen Theilkreises ward ermittelt, indem man die entsprechende Drehung eines mit der Scheibe n verbundenen verticalen Planspiegels durch Spiegelablesung bestimmte.

Die Gröſse $\frac{1}{p}$ ist im Folgenden *Verlustcoëfficient* genannt; der Theil derselben, welcher von der Zerstreuung in die Luft herrührt, *Zerstreuungscoëfficient*.

2. Gröſse und Dauer des Ladungsverlustes, welcher durch die Elektrisirung der festen Stützen herbeigeführt wird.

Als ich die Versuche begann, wollte es durchaus nicht gelingen, constante Zahlen zu erhalten. Im Allgemeinen fand ich die Angabe von Riefs bestätigt, daſs der Verlustcoëfficient $\frac{1}{p}$ sich desto kleiner ergiebt, eine je gröſsere Elektricitätsmenge in der Waage befindlich ist. Aber ferner erhielt man, wenn die Schellacktheile frisch waren, einen weit gröſseren Verlustcoëfficienten, als wenn dieselben durch kurz vorhergehende Versuche elektrisch geworden waren. Da sich stets trockenes Gas in der Waage befand, so konnte die Schellackoberfläche bei den Versuchen nicht merklich verändert worden seyn. Es ergab sich

schliefslich: dafs durch das Elektrischwerden der anfänglich unelektrischen Stützen zuerst eine *viel gröfsere* Abnahme der Ladung herbeigeführt wird, als durch die Zerstreuung in die Luft; dafs ferner das Elektrischwerden *viele Stunden in abnehmender Stärke merklich* andauert, weshalb man verschiedene Werthe des *p* erhält, je nach der Gröfse des Zeitraumes, welcher den Zeitpunkt der Elektrisirung von dem der Messung trennt; dafs aber, wenn dieser Zeitraum hinreichend grofs geworden ist, eine weitere Vergröfserung desselben keine weitere Aenderung des *p* mehr herbeiführt, und für diese Gröfse bei gleicher Beschaffenheit des die Waage erfüllenden Gases und gleicher Stellung der Scheiben Werthe erhalten werden, die innerhalb der Versuchsgränzen unabhängig sind von der Elektricitätsmenge, die sich in der Waage befindet.

Zum Beweise dieser Behauptungen führe ich von vielen Versuchen die folgenden an.

Den 8. *Januar.* Die Waage ist mit trockener Kohlensäure gefüllt. Unelektrische Schellacktheile. Die Scheiben 6^h elektrisirt.

Zeit	θ	p
7^h 10′	67° 44′	
7 20	62 44	248
7 37	58 8	373
7 58	53 20	367
8 27	48 26	416

Die Scheiben wurden jetzt entladen und gleich auf's Neue mit einer solchen Elektricitätsmenge geladen, dafs am 9. Januar Morgens die Bestimmung der Gröfse *p* beginnen konnte. Dasselbe am 10. 11. Januar. Die Scheiben standen nie über eine Stunde ungeladen.

θ	p		
	9. Jan.	10. Jan.	11. Jan.
67° 44'			
62 44	1017		900
58 8	1031		980
53 20	1033		1010
48 26	977		
43 38	1001	1273	
39	1075	1151	
34 5	1000	1092	
29 21	1000		

Es wird also ein zwei bis viermal so grofser Elektricitätsverlust gefunden, wenn die Schellacktheile frisch sind, als wenn sie längere Zeit über mit den geladenen Scheiben in Berührung gewesen sind; es wird ferner p constant gefunden, wenn der Zeitpunkt der Elektrisirung von dem der Messung um 7 Stunden oder länger getrennt ist. Die Schwankungen in den Werthen der Gröfse p an den drei Beobachtungstagen sind zwar gröfser als die Beobachtungsfehler, aber unregelmäfsig. Sie scheinen in einer kleinen Veränderlichkeit des elektrischen Zustandes der Stützen begründet zu seyn.

Es ist im Vorhergehenden gesagt worden, dafs der grofse Ladungsverlust bei frischen Schellacktheilen durch das Elektrischwerden derselben herbeigeführt werde. Man könnte dagegen verschiedene Einwände machen.

Riefs, der zuerst auf die Veränderlichkeit des p in der Drehwaage aufmerksam gemacht hat, führt die Verknüpfung eines kleineren Elektricitätsverlustes mit einer gröfseren Elektricitätsmenge darauf zurück, dafs die in der Waage eingeschlossene Luft nach Mafsgabe der Ladung der Scheiben (Kugeln) mehr oder weniger stark elektrisirt werde und denselben desto weniger Elektricität entziehe, je stärker sie (gleichnamig) elektrisirt sey. Man könnte darnach das am 9., 10. Januar erhaltene gröfsere p dadurch erklären wollen, dafs die Gasmasse der Waage die ganze Nacht über der Wirkung der elektrisirten Scheiben

ausgesetzt gewesen sey. Diese Ansicht findet ihre Widerlegung in der Thatsache, daſs, wenn man das Gas am anderen Morgen erneut, dasselbe groſse p erhalten wird.

Man könnte ferner meinen, daſs durch den Gebrauch der Stützen ihr Leitungsvermögen verändert werde. Aber ein frischer Schellackcylinder, dessen eines Ende an eine der Scheibe befestigt wird, und dessen anderes Ende in die Luft mündet, hat auf den Ladungsverlust denselben Einfluſs, wie eine frische Schellack*stütze*, deren anderes Ende zur Erde abgeleitet ist. In einem Versuch ward bei frischen Stützen in trockener Luft $p = 545$ gefunden. Die Deckplatte ward jetzt abgenommen, dieselbe nach ¼ Stunde wieder aufgesetzt und der Apparat wieder mit trockener Luft gefüllt. Bei derselben Ladung ergab sich $p = 718$. Dieselbe Operation ward jetzt wiederholt, aber ehe die Deckplatte wieder aufgesetzt wurde, befestigte man an der festen Scheibe zwei frische Schellackcylinder, welche in die Luft mündeten. Jetzt fand sich $p = 416$. Von einem Abfluſs der Elektricität über die Stile hinweg kann hier nicht die Rede seyn. — Ist der angesetzte Stil einmal hinreichend elektrisch geworden, so übt er auf den Werth des p keinen bedeutenden Einfluſs mehr aus.

Man könnte endlich vermuthen, daſs ein merklicher Theil der beobachteten Abstoſsungskraft von der Abstoſsung der gleichnamig elektrisirten Schellacktheile des Balkens und der festen Stütze herrühre, und dieser Theil mit der Zeit nur wenig abnehme. Dieser Einwand wird dadurch widerlegt, daſs gleich nach Entladung der Scheiben der Balken merklich diejenige Gleichgewichtslage annimmt, welche ihm die Directionskraft der bifilaren Aufhängung ertheilt.

Die Ursache des raschen Ladungsverlustes bei unelektrischen Stützen muſs daher in dem Elektrischwerden selbst der Stützen gesucht werden. Dieses Elektrischwerden scheint in doppelter Weise vor sich zu gehen. Erstens verbreitet sich eine gewisse Elektricitätsmenge langsam über die Oberfläche des Schellacks. Zweitens werden die Stützen durch die Ladung der Scheiben in den-

selben Zustand versetzt, wie die isolirende Zwischenschicht der Franklin'schen Tafel durch die Ladung der Belegungen. In der That sind die Bedingungen der Rückstandsbildung durch die Anordnung der Versuche qualitativ gegeben, und man beobachtet nach Entladung der Scheiben, daſs dieselben langsam wieder eine, wenn auch schwache, Ladung annehmen.

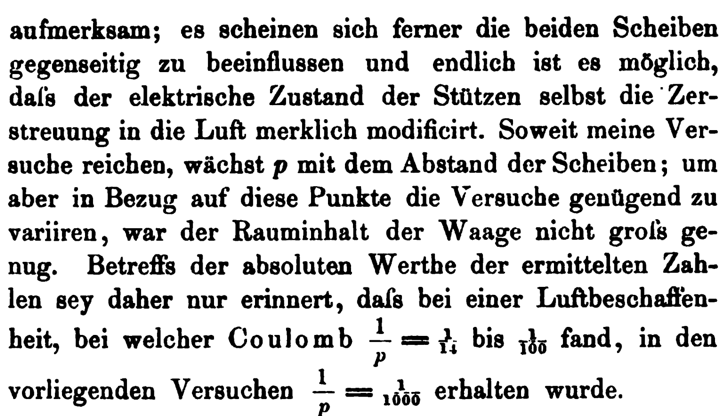
Eine genauere Untersuchung dieser Verhältnisse einer nächsten Arbeit vorbehaltend, erwähne ich hier noch, daſs die Abnahme der Ladung durch Elektrisirung der Stützen innerhalb eines längeren Zeitraumes nahezu dem von Coulomb für den Luftverlust gegebenen Gesetze folgt.

Wenn die Stützen so lange dem Einflusse der elektrisirten Scheiben ausgesetzt gewesen sind, daſs durch Fortsetzung dieses Einflusses der Werth von p nicht mehr geändert wird, so werde ich den Zustand der Stützen als den *gesättigten* bezeichnen [1]). Nach den mitgetheilten Versuchen geben Versuche mit gesättigten Stützen in der Drehwaage Werthe von p, welche unabhängig sind von der in der Waage befindlichen Elektricitätsmenge, und bei gleicher Stellung der elektrisirten Scheiben in der Waage nur noch abhängen können von der Natur und Dichte des in der Waage eingeschlossenen Gases.

Es läſst sich nun zeigen, daſs wenigstens $\frac{2}{3}$ dieses constanten Ladungsverlustes von der Zerstreuung der Elektricität in das Gas hinein herrühren; denn verringert man den Druck der Luft in der Waage auf 70^{mm}, so findet sich der Ladungsverlust $\left(\frac{1}{p}\right)$ auf $\frac{1}{3}$ seines Werthes verringert.

Dennoch kann man aus den erhaltenen Zahlen nicht auf den absoluten Werth der Zerstreuung schlieſsen, welche die Ladung der Scheiben erfahren würde, wenn dieselben frei in einem gröſseren Luftraume und in gröſserer Entfernung von anderen Leitern schwebten. Schon Rieſs macht auf die störende Wirkung der nahen Wände der Waage

1) Es soll damit nicht behauptet werden, daſs bei diesem Zustande kein Elektricitätsverlust mehr durch Einfluſs der Stützen Statt finde.



aufmerksam; es scheinen sich ferner die beiden Scheiben gegenseitig zu beeinflussen und endlich ist es möglich, daſs der elektrische Zustand der Stützen selbst die Zerstreuung in die Luft merklich modificirt. Soweit meine Versuche reichen, wächst p mit dem Abstand der Scheiben; um aber in Bezug auf diese Punkte die Versuche genügend zu variiren, war der Rauminhalt der Waage nicht groſs genug. Betreffs der absoluten Werthe der ermittelten Zahlen sey daher nur erinnert, daſs bei einer Luftbeschaffenheit, bei welcher Coulomb $\frac{1}{p} = \frac{1}{14}$ bis $\frac{1}{100}$ fand, in den vorliegenden Versuchen $\frac{1}{p} = \frac{1}{1000}$ erhalten wurde.

Dagegen kann man aus den erhaltenen Zahlen anscheinend schlieſsen auf die relative Gröſse der Zerstreuung in Gasen von verschiedener Natur und Dichte: wenn man in zwei Versuchen, die sich durch nichts unterscheiden, als durch verschiedene Beschaffenheit des die Waage erfüllenden Gases, Werthe von $\frac{1}{p}$ findet, die sich wie 1 : 2 verhalten, so wird man schlieſsen, daſs in dem einen die Elektricität wenigstens eine doppelt so starke Zerstreuung erlitten hat, als in dem anderen. Ob dieser Schluſs ohne Weiteres auf einen gröſseren Luftraum auszudehnen ist, wage ich noch nicht zu entscheiden; dafür spricht der Umstand, daſs das *Verhältniſs* der Verlustcoëfficienten bei *verschiedener Dichte der Luft* unabhängig von dem Abstande der Scheiben gefunden wurde.

Ich will jetzt weiter durch ein Beispiel zeigen, daſs Versuche mit ungesättigten Stützen, wie man sie bisher angestellt hat, auch über die relative Gröſse der Zerstreuung keinen genügenden Aufschluſs geben. Es ward die Gröſse p mit unelektrischen Stützen in Luft von 120^{mm} Druck bestimmt; man fand

θ	
67° 44′	
62 44	620
58 8	966.

Nachdem trockene Luft bis zum Druck von 760^{mm} zugelassen war

θ	
58° 8'	
53 20	683.

Durch Versuche mit gesättigten Stilen ist bei Luft von 760^{mm} Druck $p = 1200$, bei 135^{mm} Druck $p = 2400$ gefunden worden (vgl. unten unter 3 und 4).

Die beschriebenen Thatsachen und Betrachtungen haben daher ergeben: dafs Versuche mit gesättigten Stützen constante Werthe des Verlustcoëfficienten liefern und Aufschlufs geben über die relativen Zerstreuungscoëfficienten verschiedener Gase; dafs dagegen Versuche mit ungesättigten Stützen über diese Werthe genügenden Aufschlufs zu geben nicht im Stande sind.

3. Abhängigkeit des Zerstreuungscoëfficienten trockener Gase von deren Dichte und Natur.

Die nachfolgende Tabelle enthält ohne Auswahl die Werthe von p, welche für getrocknete atmosphärische Luft, Kohlensäure und Wasserstoff unter verschiedenem Druck bei derselben Stellung der Scheiben in der Waage erhalten wurden. Der Abstand der Scheiben von der nächsten Wand betrug 28^{mm}, der Abstand der Scheiben von einander ungefähr 30^{mm}. Die Temperatur war die des geheizten Zimmers (18° C.). Bei ungefähr 50^{mm} Druck und $\theta = 45°$ fing die Elektricität an, auszuströmen. Die frischen Stützen wurden gesättigt, indem sie erst zwei Stunden lang mit den elektrisirten Scheiben in Berührung standen; darauf wurden die letzteren entladen, gleich wieder elektrisirt und befanden sich fortan nie länger, als eine Stunde im unelektrischen Zustande. Die Versuche für den folgenden Tag wurden jedesmal am vorhergehenden vorbereitet, indem zwischen 10 und 12 Uhr Abends den Scheiben eine solche Elektricitätsmenge mitgetheilt ward, dafs am nächsten Vormittage die Messungen beginnen konnten. Um die Waage mit irgend einem trockenen Gase

zu füllen, ward dieselbe fünfmal leergepumpt und nach dem Evacuiren das betreffende Gas eingeleitet. Die Gase durchstrichen sämmtlich, ehe sie in die Waage eintraten, fünf Glasröhren von 500mm Länge, von denen die erste mit Wasser, die vier folgenden mit Schwefelsäure genäfste Glasperlen enthielten. Das Wasserstoffgas ward aufserdem mit Kalilauge gewaschen. Kohlensäure ward aus Marmor- und verdünnter Salzsäure, Wasserstoff aus Zink und verdünnter Schwefelsäure dargestellt. Die erste Spalte enthält die Werthe von θ, bei welchen beobachtet ward, die zweite die umgekehrten Werthe der Verlustcoëfficienten (die Zeiten in Minuten, nach Ablauf deren die Abstofsungskraft der Scheiben A auf $\frac{1}{e}$ A reducirt ist). Es wurde negative Elektricität angewandt.

Kohlensäure.

Druck 760mm.

θ	p 9. Jan.	p 10. Jan.	p 11. Jan.
67° 44′			
62 44	1017		
58 8	1031		
53 20	1033		900
48 26	977		980
43 38	1001		1010
39	1075	1273	
34 5	1000	1151	
29 21	1000	1092	

Druck 380mm.

θ	p 20. Jan.
48° 26′	
43 38	1666
39	1730
34 5	1603
29 21	1504

Druck 80mm.

θ	p 27. Dec.
43° 38′	
37 54	2545
30 27	2682

[redacted]

Atmosphärische Luft.

Druck 760mm.

θ	p 30. Dec.	p 12. Jan.	p 13. Jan.	p 21. Jan.
58° 8'				
53 20			1050	1155
48 26	1020		1034	1178
43 38	1063	1092	1091	1051
39		1038		
34 5		1086		

Druck 380mm.

θ	p 17. Jan.
62° 44'	
58 8	1756
53 20	1768
48 26	1681
43 38	1811
39	1819
34 5	1733

Druck 70mm.

θ	p 30 Dec.
32° 5'	
30 25	3441

Wasserstoff.

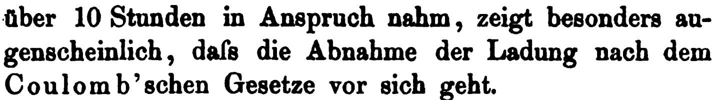
Druck 760mm.

θ	p 31. Dec.	p 15. Jan.	p 1. Jan.
67° 44'			
62 44	2060	2506	2060
58 8	2282	2874	
53 20	2310	2804	2249
48 26		2773	
43 38		2608	2163

Druck 380mm.

θ	p 1. Jan.
53° 20'	
48 26	3721

Die Schwankungen in den Werthen des p bei gleicher Beschaffenheit des die Waage erfüllenden Gases sind wohl hauptsächlich Schwankungen in dem elektrischen Zustande der festen Isolatoren zuzuschreiben. — Die Versuchsreihe vom 9. Jan. (Kohlensäure), welche einen Zeitraum von



über 10 Stunden in Anspruch nahm, zeigt besonders augenscheinlich, dafs die Abnahme der Ladung nach dem Coulomb'schen Gesetze vor sich geht.

Die Vergleichung der in Gasen von verschiedener Natur und Dichte erhaltenen Werthe des p giebt zu folgenden Bemerkungen Veranlassung.

1. Man könnte vermuthen, dafs die beträchtlichen Unterschiede, welche diese Werthe zeigen, darin begründet seyen, dafs eine an der Schellackoberfläche adsorbirte Gasschicht Aenderungen erlitt. Dagegen spricht u. A. der Umstand, dafs in Kohlensäure und Luft merklich gleiche Werthe des p erhalten wurden. Man darf daher schliefsen, dafs die in Rede stehenden Unterschiede herrühren von einer verschiedenen Zerstreuung der Elektricität in die verschiedenen Medien hinein, welche die Waage erfüllten.

2. In Luft von 70^{mm} Druck ist p dreimal so grofs, als in Luft von 760^{mm} Druck gefunden; das gröfste p (3700) ist in Wasserstoff von 380^{mm} Druck erhalten. Daraus folgt, dafs wenigstens $\frac{2}{3}$ des gefundenen p in Luft von gewöhnlicher Dichte der Zerstreuung zuzuschreiben ist. Der Ursprung des übrigen Drittels bleibt unbestimmt. Es folgt weiter, dafs die Ladung durch Zerstreuung in Luft von 760^{mm} Druck einen wenigstens dreimal so grofsen Verlust erlitten hat, als in Luft von 70^{mm} Druck; ferner ist die Zerstreuung schon bei dem Druck einer halben Atmosphäre bedeutend kleiner gefunden, als in Luft von gewöhnlicher Dichte und ist (s. unten Tab. unter 5) bei 135^{mm} etwa halb so grofs als bei 760^{mm} Druck[1]).

1) Was ich an früheren Untersuchungen über diesen Gegenstand gefunden habe, sind erstens Versuche von Riefs (Elektricitätslehre I, S. 43; Dove's Rep. II, 15), aus welchen derselbe schliefst, dafs ein Druck von 28 Zoll Quecksilber auf die elektrischen Molecüle die Zerstreuung derselben durchaus nicht mehr verhindert, als ein Druck von 3 Linien; zweitens die Angabe Matteucci's (*Compt. R. XXV, p. 334 ff.*), dafs in Luft von 1^{mm} bis $1^{mm},2$ Druck schwache Ladungen sich mehrere Tage erhalten.

3. In Luft und Kohlensäure hat sich die Zerstreuung nahe gleich ergeben, in Wasserstoff etwa halb so grofs, als in jenen beiden Gasen.

Zur Beurtheilung dieser Resultate mufs bemerkt werden, dafs in den Gasen, welche die Drehwaage erfüllten, ohne Zweifel kleine feste Theilchen schwebten, welche unabhängig von dem sie umgebenden Gase einen Elektricitätsverlust für die Scheiben herbeiführen konnten. Solche Staubtheilchen werden gegen die Scheiben anfliegen, nachdem sie eine Ladung angenommen haben, wieder abgestofsen werden und so den Scheiben von ihrer Ladung entziehen (Faraday Exp. Res. Vol. I §§. 1562 bis 67; 1624). Der durch diese Theilchen herbeigeführte Elektricitätsverlust wird u. A. abhängen von ihrer Natur, Gröfse, Gestalt und von der Zahl solcher Theilchen in der Raumeinheit. Diese Verhältnisse aber werden sich ändern, wenn die Natur und Dichte des Gases geändert wird. Leitet man verschiedene mit Salmiaknebeln imprägnirte Gase in eine Glasflasche, welche man verschliefst, nachdem sie sich mit dem nebelhaltigen Gase gefüllt hat, so bemerkt man, dafs der Nebel in Wasserstoff bedeutend rascher sinkt, als in Luft und Kohlensäure; ferner um so rascher, je dünner die Luft in der Flasche ist [1]). Danach ist anzunehmen, dafs in verdünnter Luft weniger feste Theilchen schweben, als in Luft von gewöhnlicher Dichte, und dafs dieselben *c. p.* im Wasserstoff in geringerer Zahl und Gröfse vorhanden sind, als in Luft und Kohlensäure. Aus diesem Grunde scheint es denkbar, dafs die beobachteten

1) Nach Stokes (*Cambr. Trans. Vol. IX*) ist die Endgeschwindigkeit v einer in Luft fallenden sehr kleinen Kugel $= \frac{2g}{9\mu'}\left(\frac{\sigma}{\varrho} - 1\right).a^2$, wo a den Radius der Kugel, σ ihre Dichte, ϱ die Dichte der Luft, $\mu'\varrho = \mu$ die Constante der innern Luftreibung bedeutet. Ist die Kugel aus fester Substanz, so kann man 1 gegen $\frac{\sigma}{\varrho}$ vernachlässigen und erhält $v = \frac{2g\sigma a^2}{9\mu}$. Nach Maxwell und Meyer ist μ unabhängig von der Dichte der Luft, so dafs dasselbe für v gelten würde.

Aenderungen des p bei Aenderung der Natur und Dichte des gasförmigen Mediums in der Waage von Aenderung des Staubgehaltes herrührten.

Es ist mir trotz vieler Bemühungen nicht gelungen, für oder gegen diese Ansicht einen entscheidenden Versuch zu finden. Bei Anwendung möglichst staubfreier (durch die fünf beschriebenen Röhren gereinigter) Luft erhielt ich zwar nahe dieselben Werthe des p, wie bei Anwendung staubhaltiger (ungetrockneter) Zimmerluft. Es wird indeſs der ursprünglich trotz sorgfältigen Abwischens in der Waage vorhandene Staub durch wiederholtes Auspumpen der Luft und Einleiten staubfreien Gases nach Wild [1]) nicht gänzlich entfernt. Daſs überhaupt feste Theilchen in der Waage schwebten, schienen folgende Umstände anzuzeigen. Bringt man Luft oder Kohlensäure von dem Druck einer Atmosphäre auf den einer halben, so findet man die Zerstreuung nicht sofort auf denjenigen Werth verringert, den man erhält, wenn das verdünnte Gas längere Zeit in der Waage gestanden hat [2]). Dies scheint auf ein allmähliches Sinken fester Theile zu deuten. Bei stärkeren Verdünnungen stellt sich der constante Werth sofort ein. — Verdünnt man, bis Ausströmen der Elektricität erfolgt, so tritt dieses, wenn die erforderliche Verdünnung hergestellt ist, nicht sofort ein, sondern gewöhnlich erst nach einigen Minuten. Durch ein gelegentlich vorbeifliegendes Staubtheilchen scheint die Entladung vermittelt zu werden (Faraday Exp. Res. Vol. I §. 1391 bis 92).

Wenn in den mitgetheilten Versuchen über die Zerstreuung der Staub eine wesentliche Rolle nicht gespielt hat, so nimmt nach denselben das Zerstreuungsvermögen der Gase selbst mit ihrer Dichte ab und ist für Wasserstoff kleiner als für Luft und Kohlensäure. Da die Schlagweite in verdünnter Luft und in Wasserstoff von gewöhnlicher Dichte gröſser ist, als in Luft von 760^{mm} Druck, so

1) Pogg. Ann. 135, 105.

2) In den Versuchen der obigen Tabelle hatte das verdünnte Gas die Nacht über in der Waage gestanden.

müſste man weiter annehmen, daſs die Fähigkeit der Gase, die Elektricität langsam zu zerstreuen, von ganz anderen Eigenschaften abhängt, als ihre Fähigkeit, der elektrischen Entladung den Durchgang zu verstatten.

4. Der Zerstreuungscoëfficient ist für positive und negative Elektricität gleich [1]).

Bei den über diesen Gegenstand angestellten Versuchen war der Abstand der Scheiben etwas gröſser, als bei den vorigen. Daraus erklären sich die etwas gröſseren absoluten Werthe der Coëfficienten *p*.

Atmosphärische Luft.

Negative Elektricität.		Positive Elektricität.	
θ	p	θ	p
48° 26′		53° 20′	
43 38	1272	48 26	1207
39	1259	43 38	1272
29 21	1220	39	1300

Wasserstoff, positive Elektricität.

Druck 760mm.		Druck 380mm.	
θ	p	θ	p
67° 44′		48° 26′	
58 8	2853	43 38	3831
48 26	2785		

5. Zerstreuung in feuchter Luft.

Getrocknete Luft.			1. Febr. Ungetrocknete Zimmerluft.		
θ	p	Druck	θ	p	Druck
43° 38′			34° 5′		
39	1270	760mm	29 21	1075	760mm
34 5	2457	135mm			

1) Vgl. *Biot*, *Traité de phys. exp. et math. II*, 256 bis 58.

Getrocknete Luft. 6. Febr. Ungetrocknete Zimmerluft.

θ	p
67° 44′	
62 44	1191
58 8	1228

θ	p
58° 8′	
53 20	648
48 26	761
39	1069
34 5	1069

Die Luft ist durch eine 500^{mm} lange mit feuchten Glasperlen gefüllte Röhre geleitet.

7. Febr.

θ	p
39°	
34 5′	1000
29 21	957

Als am 6. Febr. die ungetrocknete Luft eingeleitet ward, sank p von 1228 auf 648 und stieg bis auf 1069 ($\theta = 39^{\circ}$), von wo ab diese Gröſse sich nicht weiter änderte. Im Uebrigen ist p in feuchter Luft bei *gesättigten* Stützen nur sehr wenig kleiner gefunden, als in getrockneter.

Schon Munck af Rosenschöld[1]) hat auf Grund anderer Versuche behauptet, daſs feuchte Luft die Elektricität nicht stärker zerstreue, als trockene. Dessen Versuche sind indeſs nicht als beweisend betrachtet worden[2]). Den hier vorliegenden Versuchen steht allerdings die Autorität Coulomb's gegenüber, welcher bei 87° des Haarhygrometers einen nahe fünfmal so groſsen Verlustcoëfficienten erhielt, als bei 69° und diesen Unterschied dem in der Luft vorhandenen Wassergase zuschrieb. Aber erstens hat Coulomb mit unelektrischen Stützen experimentirt; ferner fand derselbe[3]), daſs eine Aenderung im Stande des Hygrometers nicht sofort eine Aenderung der Zerstreuung herbeiführe. Als z. B. an einem Tage das Hygrometer sich um 8 bis 10° im Sinne abnehmender Feuch-

1) Pogg. Ann. 31, 433 ffd.
2) Rieſs, Dove's Rep. II, 28.
3) *Mém. de l'Akad. des sciences* 1785, *pag.* 626. *Sixième Remarque.*

tigkeit geändert hatte, fand Coulomb $\frac{1}{p} = \frac{1}{50}$ und erst einige Tage darauf bei ungeändertem Stande des Hygrometers $= \frac{1}{100}$. Dies wird erklärt durch eine Art Adhärenz zwischen dem Wasserdampf und der Luft, was man heute nicht gelten lassen wird. Auch Riefs[1]) giebt an, dafs man die Zerstreuung zuweilen in entgegengesetzter Weise verändert finde, als man nach dem hygrometrischen Zustande der Luft erwarten könne.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind folgende:

1. Der Elektricitätsverlust eines geladenen Körpers durch Einflufs des ihn stützenden Isolators ist, so lange der Isolator nicht bis zu einem gewissen Grade elektrisch geworden ist, verhältnifsmäfsig grofs, nähert sich aber mit der Zeit langsam einem kleinen constanten Werthe, welchen er erst nach vielen Stunden erreicht.

Betrachtet man den Isolator als einen schlechten Leiter, so wird anfänglich, bei starkem Gefälle des Potentials, ein verhältnifsmäfsig bedeutender Abflufs von Elektricität in denselben hinein Statt finden, bei dem schwachen Gefälle, welches dem stationären Zustande entspricht, ein verhältnifsmäfsig unbedeutender.

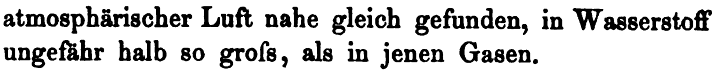
Versuche über die Zerstreuung der Elektricität in Gasen müssen daher bei stationärem (gesättigtem) Zustande der Stützen angestellt werden.

Für Schellackcylinder von 1^{mm} Durchmesser und 20^{mm} Länge, an denen Metallscheiben von 17^{mm} Durchmesser befestigt sind, ist in der Nähe des unelektrischen Zustandes der Stützenverlust grofs gegen den Luftverlust, im stationären Zustande der Stützenverlust klein gegen den Luftverlust (bei 760^{mm} Druck). Hierauf beruht die Möglichkeit, beide Verluste durch Messung zu trennen.

2. Die Zerstreuung der Elektricität in Gasen geht nach dem Coulomb'schen Gesetze vor sich.

3. Die Zerstreuung ist in trockener Kohlensäure und

1) Elektricitätslehre I, S. 117.



atmosphärischer Luft nahe gleich gefunden, in Wasserstoff ungefähr halb so groſs, als in jenen Gasen.

4. Der Zerstreuungscoëfficient nimmt schon bei einer Druckverminderung von 760^{mm} auf 380^{mm} bedeutend ab, und ist bei 70^{mm} Druck (in Luft) höchstens $\frac{1}{3}$ so groſs, als bei 760^{mm}.

5. Feuchte Luft zerstreut die Elektricität nicht merklich stärker, als trockene Luft.

6. Die Zerstreuung der positiven und negativen Elektricität geht mit gleicher Schnelligkeit vor sich (vgl. Biot).

Die numerischen Ergebnisse beziehen sich zunächst nur auf die Verhältnisse, unter welchen experimentirt wurde, und welche deshalb ausführlich beschrieben sind. Zu allgemeineren Folgerungen bedarf es weiterer Versuche unter anderen Verhältnissen. Der Apparat, in welchem die Zerstreuung Statt findet, wird von dem Meſsapparat zu trennen seyn. Da aber die hierzu erforderlichen Instrumente mir noch nicht zu Gebote stehen, und der Einfluſs der Natur und Dichte eines Gases auf sein Zerstreuungsvermögen unter gewissen Umständen durch die vorliegenden Versuche festgestellt ist; so habe ich geglaubt, dieselben schon ohne jene Ergänzung vorlegen zu dürfen, welche bald zu liefern ich bemüht seyn werde.

Berlin, 20. Febr. 1872.

V. *Ueber das Gefrieren der Salzlösungen; von Fr. Rüdorff.*

Die interessante Abhandlung des Hrn. de Coppet in den *Annales de chimie et de physique* (4) *t. XXIII. p.* 366 bis 405 über obiges Thema giebt mir Veranlassung zu einigen Bemerkungen über denselben Gegenstand und zur Mittheilung von Versuchen, welche ich schon vor längerer Zeit angestellt habe.

I. In den früher[1]) von mir mitgetheilten Versuchen über das Gefrieren des Wassers aus Lösungen, welche Hr. de Coppet einer eingehenden Besprechung unterwirft, habe ich gezeigt, dafs jeder Salzlösung ein constanter Gefrierpunct zukommt, dafs die Erniedrigung des Gefrierpunctes unter 0° abhängt von der Natur des gelösten Salzes, und bei ein und demselben Salz proportional ist der Menge desselben, dafs einige Salze ihren Einflufs auf die Erniedrigung des Gefrierpunctes als wasserfreie, andere als mit einer bestimmten Menge Wasser verbundene Salze ausüben. Ich glaubte aus diesen Versuchen auf die Constitution der Lösungen schliefsen zu dürfen, und zeigte besonders beim Kochsalz und Kupferchlorid, dafs die Constitution der Lösungen dieser Salze von der Temperatur und der Concentration abhängt. Bei Anstellung dieser Versuche wurde ich auf die Frage geführt, ob sich aus einer nicht gesättigten Salzlösung beim Gefrieren derselben nur Wasser oder mit diesem auch Salz in fester Form ausscheidet und ich hatte gehofft, diese oft debattirte Frage durch einige Versuche endgültig dahin entschieden zu haben, dafs beim Gefrieren der Lösungen nur Wasser fest wird. Hr. de Coppet hält meine Versuche nicht für beweisend. Bei dem allgemeinen Interesse, welches diese Frage besitzt, scheint es mir angemessen, die Gründe, welche mich zu meiner Behauptung geführt haben, hier kurz zusammenzustellen:

1) Die überaus zahlreichen Versuche über die Zusammensetzung des Wassers, welches durch Aufthauen des Eises aus Meerwasser und anderen Salzlösungen erhalten wird, haben übereinstimmend einen geringeren Salzgehalt ergeben als die ursprüngliche Lösung ihn zeigte, und dieser Salzgehalt ist um so geringer, je langsamer das Eis sich bildete. Schon dieser Umstand spricht dafür, dafs der geringe Salzgehalt dieses Eises von anhaftender oder in den Lamellen des porösen Eises eingeschlossener Salzlösung herrührt.

1) Diese Annalen Bd. CXIV, S. 63 und CXVI, S. 55.

2) Die Lösung des tiefrothen Magnesiumplatincyanürs ist völlig farblos. Das aus einer nicht gesättigten Lösung dieses Salzes gefrierende Eis ist ebenfalls farblos und erscheint erst dann gefärbt, wenn man dieselbe unter den Gefrierpunct der gesättigten Lösung abkühlt.

3) Eine übersättigte Lösung von schwefelsaurem oder kohlensaurem Natron läſst sich unter den Gefrierpunct der gesättigten Lösung abkühlen, ohne daſs sich Salz oder Eis ausscheidet. Wirft man in eine solche übersättigte und überkältete Lösung ein Körnchen Eis, so scheidet sich nur Eis, beim Hineinwerfen einer Spur Salz nur Salz und beim Hineinwerfen von Salz und Eis beide zugleich aus. Hätte sich im ersten Falle mit dem Eise zugleich auch nur eine Spur Salz ausgeschieden, so würde die ganze Menge des überflüssig in der Lösung enthaltenen Salzes fest geworden seyn. Ich halte diesen Versuch auch jetzt noch für entscheidend trotz der Einwendung des Hrn. de Coppet, daſs sich möglicher Weise in dem Eise aus Glaubersalzlösung ein Salz von der Zusammensetzung $Na_2SO_4 + 7H_2O$ befinden und für dieses Salz der Zustand der Uebersättigung nicht eingetreten seyn könne, wie es für das Salz $Na_2SO_4 + 10H_2O$ der Fall sey.

4) Es ist aber auch ohne alle Versuche klar, daſs sich aus einer nicht gesättigten Salzlösuug — denn von einer solchen kann hier überhaupt nur die Rede seyn — mit dem Eise kein Salz ausscheiden kann. Nimmt man an, es scheide sich salzhaltiges Eis aus, so würde das feste Salz in Berührung mit Eis unter Temperaturerniedrigung sich sofort wieder auflösen, wie dieses bei den Kältemischungen aus Eis und Salz der Fall ist. Es wird sich also gewiſs kein Salz unter Umständen ausscheiden, unter denen es nicht bestehen kann.

II. In den oben citirten Abhandlungen habe ich gezeigt, daſs die Erniedrigung des Gefrierpunctes des Wassers aus Salzlösungen bei einigen Salzen wie Kochsalz, Salmiak und anderen proportional ist dem Gehalt an Salz.

Bezeichnet man, wie ich dieses schon in d
Mittheilungen gethan habe, die Menge des in
Wasser gelösten Salzes mit *M* und die Ernie
Gefrierpunctes unter 0° mit *T*, so erhält m
Salze in den Quotienten $\frac{T}{M}$ eine Reihe von Za
um ein Mittel schwanken. Für andere Salze
calcium, Jodnatrium, welche ich im wasserfrei
in Wasser gelöst habe, ergiebt sich für die W
eine Zahlenreihe, welche mit zunehmender C
wächst. Ich habe gezeigt, dafs bei diesen S
falls eine Proportionalität zwischen Salzgehalt
drigung des Gefrierpunctes existirt, wenn m
dafs diese Salze sich beim Auflösen zunächst
stimmten Menge Wasser verbinden und nun
haltige Salze erniedrigend auf den Gefrierpun
gen Wassers einwirken. Die Erniedrigung
punctes ist proportional dem Gehalt an wa
Salz von ganz bestimmter chemischer Zusan

Hr. de Coppet leitet aus theoretischen B
die Möglichkeit her, dafs für gewisse Salze ei
eintreten könne, dafs nämlich die Werthe von
nehmende Reihe darstellen können und führ
an, dafs Versuche, welche er mit *übersättigt*
angestellt habe, für ein wachsendes *M* ein abn
erkennen lassen. In wie weit dieses der F
sich nicht beurtheilen, da Hr. de Coppet kei
zahlen mittheilt; ich selbst habe früher eini
über das Gefrieren übersättigter Lösungen a
glaubte aus denselben, welche sich nur über
schränktes Temperaturintervall erstrecken, de
hen zu dürfen, dafs auch bei den übersättigt
von Glaubersalz und Soda eine Proportional
Erniedrigung des Gefrierpunctes und dem Ge
serfreiem Salz existire. Ich habe diese Ve

weiter verfolgt, da die sich nur auf wenige Grade erstrekkende Temperaturerniedrigung kein sicheres Resultat erwarten liefs.

Zu derselben Klasse von Salzen rechnet Hr. de Coppet auch die Nitrate von Natrium und Ammonium, bei welchen ich in meiner früheren Mittheilung für $\frac{T}{M}$ eine Reihe erhalten hatte, die ich für constant hielt. Bei der Fortsetzung der Versuche über das Gefrieren des Wassers aus Salzlösungen, welche ich in der Absicht unternahm, um über die chemische Constitution der Lösungen Aufschlufs zu erhalten, lernte ich schon vor fünf Jahren Salze kennen, welche ein solches abnehmendes $\frac{T}{M}$ in sehr auffallendem Mafse zeigten und ich erkannte dann in den früher von mir publicirten Zahlen für die beiden genannten Nitrate eine deutliche, wenn auch geringe Abnahme für $\frac{T}{M}$. Ich habe mit der Veröffentlichung dieser damals gefundenen Resultate gezögert, weil es mir bis jetzt unmöglich gewesen ist, eine befriedigende Erklärung für diese Erscheinung zu finden. Zu diesen Salzen, für welche bei *wachsendem* M sich ein *abnehmendes* $\frac{T}{M}$ ergiebt, gehört vor allen salpetersaures Silberoxyd. Die Versuche wurden ganz in derselben Weise, wie ich dieses in der citirten Abhandlung ausführlich beschrieben habe, ausgeführt und ich bemerke nur noch, dafs die folgende Versuchsreihe aus einzelnen Versuchen zusammengestellt ist, welche ich zu verschiedenen Zeiten ausgeführt habe. Das salpetersaure Silberoxyd wurde im krystallisirten und geschmolzenen Zustande angewandt, in einigen Fällen vor der Abwägung im Luftbade getrocknet, in andern wie es im Handel vorkommt gelöst. Zunächst theile ich die Versuchsresultate mit, welche ich mit den Lösungen einiger Doppelsalze erhalten habe. Diese wurden im krystallisirten Zustande, also mit Krystallwasser verbunden, in den unter M angegebenen Gewichtsmengen in 100 Theilen Wasser gelöst

und für die betreffenden Lösungen die unter T angegebenen Gefrierpuncte erhalten. Die chemischen Formeln geben die Zusammensetzung des angewandten Salzes an, wobei stets das Verbindungsgewicht des $O = 16$ angenommen ist.

Schwefelsaures Manganoxydul-Ammon.

$(NH_4)_2SO_4$, $MnSO_4 + 6H_2O$			$(NH_4)_2SO_4$, $MnSO_4$		
M	T	$\frac{T}{M}$	S	T	$\frac{T}{S}$
6	—0°,80	—0°,133	4,28	—0°,80	—0°,184
10	—1 ,30	—0 ,130	7,04	—1 ,30	—0 ,184
16	—2 ,05	—0 ,128	11,08	—2 ,05	—0 ,185
20	—2 ,55	—0 ,127	13,72	—2 ,55	—0 ,186
24	—2 ,90	—0 ,121	16,30	—2 ,90	—0 ,178
30	—3 ,55	—0 ,118	20,05	—3 ,55	—0 ,177
34	—4 ,00	—0 ,117	22,51	—4 ,00	—0 ,179
				Mittel	—0°,181

Schwefelsaures Cadmiumoxyd-Ammon.

$(NH_4)_2SO_4$, $CdSO_4 + 6H_2O$			$(NH_4)_2SO_4$, $CdSO_4$		
M	T	$\frac{T}{M}$	S	T	$\frac{T}{S}$
10	—1°,10	—0°,110	7,41	—1°,15	—0°,148
12	—1 ,35	—0 ,112	8,85	—1 ,35	—0 ,153
20	—2 ,15	—0 ,107	14,48	—2 ,15	—0 ,149
25	—2 ,50	—0 ,100	17,89	—2 ,50	—0 ,139
30	—3 ,00	—0 ,100	21,20	—3 ,00	—0 ,142
36	—3 ,55	—0 ,098	25,10	—3 ,55	—0 ,141
40	—3 ,90	—0 ,097	27,63	—3 ,90	—0 ,141
				Mittel	—0°,145

Die in der dritten Columne enthaltenen Quotienten $\frac{T}{M}$ lassen für beide Salze eine abnehmende Reihe mit aller Entschiedenheit erkennen. Es liegt hier die Vermuthung nahe, dafs diese beiden mit Krystallwasser verbundenen Salze als wasserfreie Salze auf den Gefrierpunct des Lösungswassers einwirken. Berechnet man nach der früher [1]) von mir entwickelten Formel:

1) Pogg. Ann. Bd. CXVI, S. 62.

$$S = \frac{(A + 18\,r)\;100\,M}{100\,M - 18\,r\,M}$$

in welcher A das Moleculargewicht der angewandten Verbindung, r die Anzahl der Wassermolecüle, mit welcher sich die in Wasser gelöste Verbindung bei der Auflösung vereinigt (hier würde $r = -6$ seyn), M die Menge (Grm.) des in 100 Theilen Wasser gelösten Salzes und S die Menge der in 100 Theilen Wasser gelösten Verbindung bezeichnet, für welche die Proportionalität stattfindet, so erhält man die in der 4. Columne unter S stehenden Mengen des wasserfreien Salzes, welche in 100 Theilen Wasser gelöst sind. Man erkennt, daſs die Quotienten $\frac{T}{S}$ um ein Mittel schwanken, daſs also die durch diese Salze bewirkte Erniedrigung des Gefrierpunctes proportional ist dem Gehalt an wasserfreiem Salz. Das schwefelsaure Manganoxydulammon habe ich auch im wasserfreien Zustande angewandt und in der folgenden Tabelle sind unter M die Mengen des in 100 Theilen Wasser gelösten wasserfreien Salzes mitgetheilt. Die Quotienten $\frac{T}{M}$ zeigen die völlige Uebereinstimmung mit den oben berechneten Resultaten. Wir sind also zu der Annahme berechtigt, daſs beim Auflösen der beiden krystallisirten Salze, das in denselben enthaltene Krystallwasser sich zu dem Lösungswasser addirt, und die Verbindungen als wasserfreie Salze in dem gesammten Wasser gelöst sind.

Von den mir bekannten einfachen Salzen müſste das krystallisirte schwefelsaure Natron in seinen Lösungen eine ähnliche Abnahme in den Quotienten $\frac{T}{M}$ erkennen lassen, da dasselbe als wasserfreies Salz erniedrigend auf den Gefrierpunct wirkt. Da sich die Versuche mit demselben jedoch wegen der Schwerlöslichkeit dieses Salzes in niedriger Temperatur nur bis $-1^{\circ},1$ C. erstrecken können, so lassen dieselben kein deutlich hervortretendes Resultat erwarten.

Schwefelsaures Manganoxydul-Ammon

wasserfreies.

$(NH_4)_2SO_4, MnSO_4$

M	T	$\frac{T}{M}$
6	—1°,10	—0°,183
10	—1 ,85	—0 ,185
14	—2 ,50	—0 ,180
16	—2 ,90	—0 ,183
18	—3 ,25	—0 ,180
20	—3 ,55	—0 ,178
22	—4 ,00	—0 ,182
	Mittel	—0°,182

Wenn ich für die Abnahme der Quotienten $\frac{T}{M}$ der beiden genannten Salze eine befriedigende Erklärung geben kann, so ist dieses nicht der Fall für einige Verbindungen, von denen ich die Resultate der damit angestellten Versuche hier mittheile.

Salpetersaures Silberoxyd.

M	T	$\frac{T}{M}$
4	—0°,70	—0°,175
8	—1 ,40	—0 ,175
10	—1 ,60	—0 ,160
12	—1 ,90	—0 ,158
16	—2 ,50	—0 ,156
20	—2 ,95	—0 ,147
28	—3 ,75	—0 ,134
32	—4 ,10	—0 ,128
36	—4 ,55	—0 ,126
40	—4 ,85	—0 ,121
44	—5 ,1	—0 ,116
48	—5 ,3	—0 ,110
52	—5 ,6	—0 ,108

Essigsäure.

M	T	$\frac{T}{M}$
2	— 0°,65	—0°,325
4	— 1 ,20	—0 ,300
8	— 2 ,40	—0 ,300
11	— 3 ,20	—0 ,291
18	— 5 ,15	—0 ,286
23	— 6 ,4	—0 ,278
30	— 8 ,15	—0 ,271
36	— 9 ,6	—0 ,266
50	—12 ,2	—0 ,244
62	—14 ,7	—0 ,237



Die Mischungen der Essigsäure mit Wasser wurden hergestellt durch abgewogene Mengen der reinen Säure, deren Darstellung ich in diesen Ann. Bd. CXL, S. 415 beschrieben habe.

Salpetersaures Bleioxyd.

M	T	$\frac{T}{M}$
8	—0°,80	—0°,100
10	—1 ,00	—0 ,100
16	—1 ,45	—0 ,090
20	—1 ,70	—0 ,085
24	—1 ,95	—0 ,081
28	—2 ,20	—0 ,078
30	—2 ,30	—0 ,077
32	—2 ,40	—0 ,075
34	—2 ,55	—0 ,075

Salpetersaures Natron.

M	T	$\frac{T}{M}$
6	— 2°,20	—0°,366
8	— 2 ,85	—0 ,356
10	— 3 ,55	—0 ,355
12	— 4 ,25	—0 ,354
14	— 4 ,85	—0 ,347
16	— 5 ,55	—0 ,345
20	— 6 ,60	—0 ,330
22	— 7 ,20	—0 ,327
40	—12 ,30	—0 ,307

Salpetersaures Kali.

M	T	$\frac{T}{M}$
4	—1°,10	—0°,275
6	—1 ,60	—0 ,270
8	—2 ,10	—0 ,263
10	—2 ,60	—0 ,260
12	—2 ,90	—0 ,242

Salpetersaures Ammon.

M	T	$\frac{T}{M}$
4	—1°,55	—0°,387
6	—2 ,30	—0 ,383
8	—3 ,00	—0 ,375
10	—3 ,75	—0 ,375
12	—4 ,40	—0 ,366
14	—4 ,90	—0 ,350
16	—5 ,55	—0 ,347
20	—6 ,70	—0 ,335

Rhodanammonium.

NH_4CNS.

M	T	$\frac{T}{M}$
5	— 2°,12	—0°,430
8	— 3 ,40	—0 ,425
10	— 4 ,20	—0 ,420
12	— 5 ,05	—0 ,421
14	— 5 ,90	—0 ,421
20	— 8 ,20	—0 ,410
24	— 9 ,85	—0 ,410
30	—12 ,15	—0 ,405
32	—12 ,80	—0 ,400

Die Abnahme der Quotienten tritt namentlich beim salpetersauren Silberoxyd und der Essigsäure in auffallender Weise hervor. Für die salpetersauren Salze des Natrons, Kalis und Ammons habe ich schon früher Versuche mitgetheilt, da sich dieselben aber über Lösungen von nur wenig verschiedener Concentration erstreckten, so liefs sich eine solche Abnahme der betreffenden Quotienten nicht deutlich erkennen und ich glaubte die geringe Abnahme, welche sich in den für diese Salze früher von mir mitgetheilten Quotienten zeigt, auf die unvermeidlichen Beobachtungsfehler schieben zu dürfen. Die von Hrn. de Coppet für die Abnahme der Quotienten $\frac{T}{M}$ gegebene Erklärung, dafs diese Salze sich beim Auflösen mit einer be-



stimmten Menge Wasser verbinden und in diesem wasserhaltigen Zustande erniedrigend auf den Gefrierpunct des übrigen Lösungswassers einwirken, daſs aber die Anzahl der Wassermolecüle, mit denen sich das Salz verbindet, mit zunehmender Concentration abnimmt, scheint mir höchst unwahrscheinlich, da es uns an jeder analogen Thatsache für eine solche beständig fortschreitende Zersetzung gebricht.

III. Im CXL. Bde. S. 415 dieser Annalen habe ich gezeigt, daſs aus einem Gemisch von Eisessig mit wenig Wasser bei einer ganz bestimmten Temperatur sich nur Essigsäure in fester Form ausscheidet und daſs diese Temperatur abhängt von der Menge Wasser, welche man zu 100 Theilen Säure gesetzt hat, so daſs man in dem Erstarrungspuncte eines käuflichen Eisessigs ein Mittel hat, den Wassergehalt desselben zu bestimmen. Aus der dort mitgetheilten Tabelle geht unter Anderem hervor, daſs aus einer Mischung von 100 Thl. Essigsäure mit 10 Thl. Wasser erstere bei $+4^{0},3$, aus einer Mischung von 100 Säure mit 24 Wasser, dieselbe bei — 7,4 sich ausscheidet. Wir können diese Mischungen den gesättigten Salzlösungen vergleichen und es würden, wenn man sich der bei Salzlösungen gebräuchlichen Ausdrucksweise bedient, obige beiden Lösungen zu betrachten seyn als bestehend aus 100 Thl. Wasser, in welchen einmal 1000 Thl., das andere mal 416,6 Thl. Essigsäure gelöst sind. Eine bei $+4^{0},3$ resp. $-7^{0},4$ gesättigte Lösung von Essigsäure würde die obige Zusammensetzung haben. Wenn man die Resultate dieser Versuche mit den in obiger Tabelle enthaltenen Angaben über die Gefrierpuncte des Wassers aus Lösungen von Essigsäure zusammenstellt, so ergiebt sich, daſs es nur *ein* Gemisch aus Wasser und Essigsäure giebt, aus dem sich bei einer bestimmten Temperatur gleichzeitig Eis und feste Essigsäure ausscheidet, und es würde diese Temperatur als der Gefrierpunct der gesättigten Essigsäure anzusehen und dieselbe dem Gefrierpunct einer gesättigten Salzlösung analog seyn.

Hiernach erweist sich also die Behauptung des H
C. Schultz, Pogg. Ann. Bd. CXXXVII, S. 251, d
jedes Gemisch von Essigsäure und Wasser bei einer l
stimmten Temperatur als solches erstarre, als eine irri

IV. In der folgenden Tabelle theile ich die Result
einiger Versuche mit, welche ich über das Gefrieren c
Wassers aus noch einigen anderen Salzlösungen angeste
habe.

Salpetersaurer Strontian.

$Sr N_2 O_6$

M	T	$\frac{T}{M}$
8	—1°,50	—0°,187
16	—3 ,00	—0 ,187
20	—3 ,70	—0 ,185
24	—4 ,45	—0 ,185
28	—5 ,00	—0 ,178
30	—5 ,45	—0 ,182
32	—5 ,75	—0 ,179
34	—6 ,10	—0 ,180
36	—6 ,44	—0 ,179
	Mittel	—0°,184

Schwefelsaures Ammon.

$(NH_4)_2 SO_4$.

M	T	$\frac{T}{M}$
4	—1°,10	—0°,275
8	—2 ,30	—0 ,286
10	—2 ,80	—0 ,280
16	—4 ,20	—0 ,262
20	—5 ,20	—0 ,260
24	—6 ,30	—0 ,263
30	—7 ,90	—0 ,263
36	—9 ,70	—0 ,268
	Mittel	—0°,269

Chromsaures Kali.

K_2CrO_4.

M	T	$\frac{T}{M}$
10	— 1°,95	—0°,195
20	— 3 ,80	—0 ,190
24	— 4 ,55	—0 ,190
30	— 5 ,70	—0 ,190
40	— 7 ,80	—0 ,195
50	—10 ,00	—0 ,200
	Mittel	—0°,194

Rhodankalium.

KCNS.

M	T	$\frac{T}{M}$
5	—1°,60	—0°,320
10	—3 ,25	—0 ,325
15	—4 ,90	—0 ,321
20	—6 ,50	—0 ,325
25	—7 ,90	—0 ,318
30	—9 ,55	—0 ,318
	Mittel	—0°,320

Es geht aus den Quotienten $\frac{T}{M}$ hervor, dafs diese Salze ihre Wirkung als wasserfreie ausüben. Andere Salze habe ich mit Krystallwasser verbunden in Wasser gelöst und es zeigt sich, dafs für diese die Erniedrigung des Gefrierpunctes proportional ist der angewandten Verbindung, deren Zusammensetzung durch die darüber stehende Formel ausgedrückt ist. Ich darf jedoch hier nicht unerwähnt lassen, dafs die Versuche mit den Sulfaten wegen der engen Temperaturgränzen, über welche sich die Versuche wegen der Schwerlöslichkeit der Salze bei niedriger Temperatur nur erstrecken können, nicht den Grad der Zuverlässigkeit besitzen, wie dies bei andern Salzen der Fall ist. Bei den Lösungen einiger leichtlöslichen Salze tritt der genaueren Bestimmung ihres Gefrierpunctes eine sehr

erhebliche Schwierigkeit entgegen in der zähen, dickflüs
gen Beschaffenheit, welche die Lösungen, besonders
concentrirten in niedriger Temperatur zeigen. Diese L
sungen lassen sich selbst in Berührung mit Eis mehre Gr
unter ihren Gefrierpunct abkühlen und selbst wenn si
schon Eisflecke in denselben bilden, kann die Temperat
noch weiter erniedrigt werden. Tritt dann nach einer e
heblichen Eisbildung ein Steigen der Temperatur ein,
geschieht dieses so langsam, daſs sich während der Z
so viel Eis gebildet hat, daſs dadurch die Zusamme
setzung des noch flüssigen Theiles der Lösung veränd
ist. Besonders ist dieses bei den concentrirten Lösung
von Mangansulfat und andern ähnlichen Salzen der Fal

Schwefelsaure Magnesia.

$MgSO_4 + 7H_2O$.

M	T	$\frac{T}{M}$
10	—0°,70	—0°,070
20	—1 ,35	—0 ,067
24	—1 ,65	—0 ,069
30	—2 ,15	—0 ,071
36	—2 ,60	—0 ,072
40	—2 ,80	—0 ,070
50	—3 ,75	—0 ,075
	Mittel	—0°,072

Schwefelsaures Nickeloxydul.

$NiSO_4 + 7H_2O$.

M	T	$\frac{T}{M}$
14	—0°,80	—0°,057
16	—0 ,90	—0 ,056
22	—1 ,20	—0 ,054
30	—1 ,60	—0 ,053
36	—2 ,05	—0 ,057
40	—2 ,25	—0 ,056
46	—2 ,55	—0 ,055
	Mittel	—0°,055

Schwefelsaures Zinkoxyd.

$ZnSO_4 + 7H_2O$.

M	T	$\frac{T}{M}$
10	—0°,60	—0°,060
14	—0 ,80	—0 ,057
20	—1 ,10	—0 ,055
30	—1 ,70	—0 ,057
40	—2 ,15	—0 ,054
50	—2 ,80	—0 ,056
60	—3 ,65	—0 ,060
70	—4 ,35	—0 ,062
80	—5 ,11	—0 ,063
	Mittel	—0°,058

Schwefelsaures Kupferoxyd.

$CuSO_4 + 5H_2O$.

M	T	$\frac{T}{M}$
10	—0°,65	—0°,065
12	—0 ,85	—0 ,070
15	—1 ,00	—0 ,066
16	—1 ,05	—0 ,065
20	—1 ,30	—0 ,065
24	—1 ,55	—0 ,064
25	—1 ,60	—0 ,065
28	—1 ,80	—0 ,064
	Mittel	—0°,065

Bei den Versuchen mit Lösungen anderer Salze stellte es sich heraus, daſs dieselben nicht in der angewandten Form ihre Wirkung ausüben, sondern, daſs sie sich beim Auflösen mit einer bestimmten Anzahl von Wassermolecülen verbinden, und daſs diese Verbindung dann erniedrigend auf den Gefrierpunct des übrigen Lösungswassers einwirkt. Im Folgenden sind die Versuchszahlen für einige Salze zusammengestellt. Mit Hülfe der früher entwickelten Formel, diese Ann. Bd. CXVI, S. 62.

$$r = \frac{100\,A\,(Mt' - M't)}{18\,MM'\,(t' - t)}$$

in welcher r und A die schon oben angegebene Bede tung haben und M und M' zwei verschiedene Mengen d zur Lösung angewandten Salzes, t und t' die zugehörig Gefrierpuncte bedeuten, läßt sich aus einer Reihe v Beobachtungen das r, d. h. die Anzahl der Wassermol cüle, mit welcher das Salz in der Lösung verbunden i und erniedrigend auf den Gefrierpunct des Lösungswass wirkt, berechnen. Es sind in der vierten Columne unter die Mengen der in 100 Theilen Wasser gelösten wass haltigen Verbindung, für welche die oft erwähnte Prop tionalität gilt, enthalten. Die chemische Formel dies Verbindung steht über den drei letzten Columnen, währe über den drei ersten Columnen die Formel des zur Lösu angewandten Salzes steht.

Chlorstrontium.

$SrCl_2 + 6H_2O$.			$SrCl_2 + 12H_2O$.		
M	T	$\frac{T}{M}$	S	T	$\frac{T}{S}$
10	— 1°,75	—0°,175	14,6	— 1°,75	—0°,1
20	— 3 ,75	—0 ,187	30,6	— 3 ,75	—0 ,1
30	— 3 ,85	—0 ,195	47,9	— 5 ,85	—0 ,1
40	— 8 ,10	—0 ,202	67,0	— 8 ,10	—0 ,1
44	— 9 ,00	—0 ,204	75,2	— 9 ,00	—0 ,1
50	—10 ,55	—0 ,211	88,0	—10 ,55	—0 ,1
60	—13 ,00	—0 ,216	111,2	—13 ,00	—0 ,1
				Mittel	—0°,1

Kobaltchlorür.

$CoCl_2 + 6H_2O$.			$CoCl_2 + 12H_2O$.		
M	T	$\frac{T}{M}$	S	T	$\frac{T}{S}$
10	— 2°,05	—0°,205	15,2	— 2°,05	—0°,1
20	— 4 ,50	—0 ,225	31,0	— 4 ,50	—0 ,1
30	— 7 ,35	—0 ,245	50,4	— 7 ,35	—0 ,1
40	—10 ,35	—0 ,257	71,1	—10 ,35	—0 ,1
50	—13 ,8	—0 ,276	94,0	—13 ,8	—0 ,1
60	—16 ,8	—0 ,280	119,9	—16 ,8	- 0 ,1
				Mittel	—0°,1



Nickelchlorür.

$NiCl_2 + 6H_2O$.

M	*T*	$\frac{T}{M}$
10	— 2°,00	—0°,200
20	— 4 ,40	—0 ,220
30	— 7 ,25	—0 ,241
36	— 8 ,85	—0 ,246
50	—13 ,90	—0 ,278
60	—17 ,10	—0 ,291

$NiCl_2 + 12H_2O$.

S	*T*	$\frac{T}{S}$
15,2	— 2°,00	—0°,132
31,9	— 4 ,40	—0 ,137
50,5	— 7 ,25	—0 ,143
62,7	— 8 ,85	—0 ,141
94,4	—13 ,90	—0 ,145
120,2	—17 ,10	—0 ,142
	Mittel	—0°,140

Jodcadmium.

CdJ_2.

M	*T*	$\frac{T}{M}$
10	—0°,50	—0°,050
20	—1 ,10	—0 ,055
36	—2 ,20	—0 ,061
46	—3 ,05	—0 ,066
50	—3 ,40	—0 ,068

$CdJ_2 + 12H_2O$.

S	*T*	$\frac{T}{S}$
16,9	—0°,50	—0°,029
36,1	—1 ,10	—0 ,030
72,6	—2 ,20	—0 ,030
100,4	—3 ,05	—0 ,030
112,7	—3 ,40	—0 ,030
	Mittel	—0°,030

Schwefelsaures Manganoxydul.

$MnSO_4 + 4H_2O$.

M	*T*	$\frac{T}{M}$
10	—0°,70	—0°,070
16	—1 ,20	—0 ,075
20	—1 ,45	—0 ,072
24	—1 ,75	—0 ,073
30	—2 ,35	—0 ,078
40	—3 ,35	—0 ,084
50	—4 ,45	—0 ,089
56	—5 ,20	—0 ,093
60	—6 ,90	—0 ,100
70	—7 ,50	—0 ,108

$MnSO_4 + 12H_2O$.

S	*T*	$\frac{T}{S}$
17,58	—0°,70	—0°,039
29,37	—1 ,20	—0 ,040
37,77	—1 ,45	—0 ,038
46,70	—1 ,75	—0 ,035
60,35	—2 ,35	—0 ,038
88,69	—3 ,35	—0 ,038
121,4	—4 ,45	—0 ,037
144,2	—5 ,20	—0 ,036
161,0	—6 ,00	—0 ,037
210,0	—7 ,60	—0 ,036
	Mittel	—0°,037

Essigsaures Natron.

$NaC_2H_3O_2 + 3H_2O$			$NaC_2H_3O_2 + 5H_2O$		
M	T	$\frac{T}{M}$	S	T	$\frac{T}{S}$
6	— 1°,55	—0°,258	7,7	— 1°,55	—0°,201
8	— 2 ,10	—0 ,261	10,3	— 2 ,10	—0 ,206
10	— 2 ,60	—0 ,260	12,9	— 2 ,60	—0 ,201
14	— 3 ,75	—0 ,268	18,4	— 3 ,75	—0 ,203
20	— 5 ,45	—0 ,272	26,7	— 5 ,45	—0 ,204
24	— 6 ,60	—0 ,275	32,4	— 6 ,60	—0 ,203
30	— 8 ,30	—0 ,277	41,2	— 8 ,30	—0 ,201
36	—10 ,20	—0 ,283	50,3	—10 ,20	—0 ,202
40	—11 ,20	—0 ,280	56,6	—11 ,20	—0 ,198
42	—12 ,00	—0 ,285	59,7	—12 ,00	—0 ,201
				Mittel	—0°,202

Salpetersaures Nickeloxydul.

$NiN_2O_6 + 6H_2O$			$NiN_2O_6 + 12H_2O$		
M	T	$\frac{T}{M}$	S	T	$\frac{T}{S}$
10	—1°,60	—0°,160	14,2	—1°,60	—0°,112
20	—3 ,40	—0 ,172	28,8	—3 ,40	—0 ,118
30	—5 ,35	—0 ,178	46,3	—5 ,35	—0 ,113
40	—7 ,40	—0 ,185	64,4	—7 ‘40	—0 ,115
				Mittel	—0°,114

Von einigen anderen Salzen, wie salpetersaurer Magnesia, salpetersaurem Zinkoxyd habe ich mir dadurch Lösungen von bekanntem Gehalt hergestellt, dafs ich eine bestimmte Menge Säure von bekanntem Gehalt mit einem kleinen Ueberschufs des betreffenden Metalloxydes tagelang unter mäfsigem Erwärmen und öfterem Umschütteln in verschlossenen Gefäfsen stehen liefs und dadurch die Säure sättigte. Nach dem Abfiltriren des ungelösten Oxydes wurde der Gefrierpunct der Lösungen ermittelt. Die folgende Tabelle enthält auch die Versuche über das Gefrieren des Wassers aus der angewandten Salpetersäure, und unter *M* sind die in 100 Theilen Wasser enthaltenen Mengen des Anhydrites dieser Säure angegeben.



Salpetersäure.

Anhydrit N_2O_5			$N_2O_5 + 10H_2O$		
M	T	$\frac{T}{M}$	S	T	$\frac{T}{S}$
3,87	— 2°,50	—0°,656	11,0	— 2°,50	—0°,227
4,86	— 3 ,35	—0 ,689	14,2	— 3 ,35	—0 ,235
7,15	— 5 ,05	—0 ,706	21,8	— 5 ,05	—0 ,231
10,10	— 7 ,55	—0 ,747	32,4	— 7 ,55	—0 ,233
12,85	—10 ,10	—0 ,789	43,8	—10 ,10	—0 ,230
				Mittel	—0°,231

Salpetersaure Magnesia.

MgN_2O_6			$MgN_2O_6 + 12H_2O$		
M	T	$\frac{T}{M}$	S	T	$\frac{T}{S}$
5,29	—1°,85	—0°,358	13,8	—1°,85	—0°,134
6,66	—2 ,40	—0 ,360	18,1	—2 ,40	—0 ,132
9,90	—3 ,70	—0 ,343	28,4	—3 ,70	—0 ,130
13,80	—5 ,70	—0 ,414	42,5	—5 ,70	—0 ,134
17,61	—7 ,75	—0 ,436	58,2	—5 ,75	—0 ,132
				Mittel	—0°,132

Salpetersaures Zinkoxyd.

ZnN_2O_6			$ZnN_2O_6 + 12H_2O$		
M	T	$\frac{T}{M}$	S	T	$\frac{T}{S}$
6,79	—1°,80	—0°,265	16,1	—1°,80	—0°,112
8,52	—2 ,35	—0 ,275	20,2	—2 ,35	—0 ,116
12,60	—3 ,55	—0 ,281	31,7	—3 ,55	—0 ,112
17,67	—5 ,35	—0 ,303	47,5	—5 ,35	—0 ,113
22,57	—7 ,35	—0 ,325	65,1	—7 ,35	—0 ,112
				Mittel	—0°,113

Es ist auffallend, wie sehr der Einfluſs der Salpetersäure auf das Gefrieren des Wassers dadurch vermindert wird, daſs man dieselbe mit einem Oxyd neutralisirt. Aus der Salpetersäure, welche auf 100 Thl. Wasser 12,8 Thl. Anhydrit enthält, gefriert das Wasser bei — 10°,1, während der Gefrierpunct auf — 7°,35 sinkt, sobald man die Säure mit Zinkoxyd neutralisirt. Die folgenden Salz-

lösungen sind in derselben Weise wie die vorigen, aber mit Lösungen von Salpetersäure von anderem Gehalt hergestellt.

Salpetersaures Manganoxydul.

MnN_2O_6.			$MnN_2O_6 + 12H_2O$.		
M	T	$\frac{T}{M}$	S	T	$\frac{T}{S}$
3,57	—0°,95	—0°,266	8,2	—0°,95	—0°,115
8,30	—2 ,40	—0 ,289	20,3	—2 ,40	—0 ,118
14,31	—4 ,40	—0 ,308	37,9	—4 ,40	—0 ,115
18,60	—6 ,35	—0 ,341	52,7	—6 ,35	—0 ,120
26,01	—9 ,45	—0 ,363	83,1	—9 ,45	—0 ,114
				Mittel	—0°,116

Salpetersaures Kupferoxyd.

CuN_2O_6.			$CuN_2O_6 + 12H_2O$.		
M	T	$\frac{T}{M}$	S	T	$\frac{T}{S}$
3,72	—0°,90	—0°,242	8,3	—0°,90	—0°,108
8,65	—2 ,35	—0 ,271	20,7	—2 ,35	—0 ,113
14,91	—4 ,25	—0 ,285	38,6	—4 ,25	—0 ,109
19,37	—6 ,20	—0 ,320	53,6	—6 ,20	—0 ,115
27,12	—9 ,30	—0 ,343	84,9	—9 ,30	—0 ,108
				Mittel	—0°,111

Salpetersaures Cadmiumoxyd.

CuN_2O_6.			$CuN_2O_6 + 12H_2O$.		
M	T	$\frac{T}{M}$	S	T	$\frac{T}{S}$
4,68	—0°,90	—0°,192	9,36	—0°,90	—0°,096
10,90	—2 ,30	—0 ,211	23,20	—2 ,30	—0 ,099
18,80	—4 ,20	—0 ,223	43,51	—4 ,20	—0 ,096
24,41	—5 ,90	—0 ,242	60,20	—5 ,90	—0 ,096
34,18	—8 ,65	—0 ,253	95,22	—8 ,65	—0 ,090
				Mittel	—0°,095

V. Aus den früher mitgetheilten Versuchen über die Gefrierpuncte der Lösungen von Kochsalz und Kupferchlorid habe ich den Schluſs gezogen, daſs die Concentration und die Temperatur auf die Constitution der Lösungen einen Einfluſs ausübt. Ich habe seitdem ein anderes Salz kennen gelernt, welches sich in ähnlicher Weise wie Kochsalz verhält. Es ist dieses Chlorbarium. Aus

den von mir früher mitgetheilten Versuchen über die Lösungen dieses Salzes ging hervor, daſs dasselbe als $BaCl_2 + 2H_2O$ erniedrigend auf den Gefrierpunct des Lösungswassers wirkt. Setzt man diese Versuche mit Lösungen von höherer Concentration, als die früher angewandten fort, so findet wie bei den Kochsalzlösungen von einer bestimmten Temperatur an eine entschiedene Zunahme in den Quotienten $\frac{T}{M}$ statt. Nimmt man aber an, daſs in den Lösungen, welche mehr als 24 Theile krystallisirtes Chlorbarium auf 100 Theile Wasser enthalten, ein Salz von der Zusammensetzung $BaCl_2 + 6H_2O$ gelöst sey, so findet wieder eine Proportionalität zwischen dem Gehalt der Lösung an dieser Verbindung und der Erniedrigung des Gefrierpunctes statt, wie dieses aus der folgenden Tabelle hervorgeht.

Chlorbarium.

$BaCl_2 + 2H_2O$			$BaCl_2 + 6H_2O$		
M	T	$\frac{T}{M}$	S	T	$\frac{T}{S}$
4	—0°,75	—0°,188			
6	—1 ,15	—0 ,191			
8	—1 ,50	—0 ,189			
10	—1 ,90	—0 ,190			
12	—2 ,3	—0 ,191			
14	—2 ,65	—0 ,188			
16	—3 ,1	—0 ,193			
18	—3 ,4	—0 ,188			
20	—3 ,95	—0 ,197			
21	—4 ,20	—0 ,200			
22	—4 ,50	—0 ,204			
24	—5 ,00	—0 ,208	33,45	—5°,00	—0°,149
25	—5 ,30	—0 ,212	34,95	—5 ,30	—0 ,151
28	—5 ,90	—0 ,217	39,61	—5 ,90	—0 ,149
30	—6 ,45	—0 ,217	42,62	—6 ,45	—0 ,151
32	—6 ,75	—0 ,211	45,76	—6 ,75	—0 ,147
34	—7 ,30	—0 ,215	48,99	—7 ,30	—0 ,149
35	—7 ,70	—0 ,220	50,54	—7 ,70	—0 ,152
36	—8 ,00	—0 ,222	52,17	—8 ,00	—0 ,153
38	—8 ,45	—0 ,223	55,43	—8 ,45	—0 ,152
				Mittel	—0°,150

Die Quotienten $\frac{T}{M}$ zeigen bis etwa zu der Lösung von 20 Proc. eine befriedigende Constanz, nehmen von da an aber beständig zu. Dagegen stimmen die Quotienten $\frac{T}{M'}$, welche unter der Annahme, daſs in den Lösungen ein Salz mit $6H_2O$ enthalten sey, wieder gut überein.

VI. Unter der Voraussetzung, daſs man mit S die Menge der Verbindung, welche in 100 Gramm Wasser gelöst ist und auf den Gefrierpunct desselben erniedrigend einwirkt, mit E die durch dieselbe bewirkte Erniedrigung des Gefrierpunctes unter 0° bezeichnet, sind in der folgenden Tabelle die Beziehungen zwischen E und S für die von mir untersuchten Salze zusammengestellt. Die chemische Formel hinter dem Namen giebt die Zusammensetzung der in der Lösung enthaltenen wirksamen Verbindung an.

Ammoniak	$(NH_4)_2O + 2H_2O$	$E = -0°,423\,S$
Aetzkali	$K_2O + 5H_2O$	$E = -0\,,399\,S$
Aetznatron	$Na_2O + 4H_2O$	$E = -0\,,509\,S$
Chlorwasserstoffsäure	$HCl + 6H_2O$	$E = -0\,,251\,S$
Chlornatrium (bis zu 16 Proc.)	$NaCl$	$E = -0\,,600\,S$
Chlornatrium (von 16 Proc. an)	$NaCl + 2H_2O$	$E = -0\,,341\,S$
Chlorkalium	KCl	$E = -0\,,446\,S$
Chlorammonium	NH_4Cl	$E = -0\,,635\,S$
Chlorcalcium	$CaCl + 6H_2O$	$E = -0\,,227\,S$
Chlorbarium (bis 24 Proc.)	$BaCl_2 + 2H_2O$	$E = -0\,,190\,S$
Chlorbarium (von 24 Proc. an)	$BaCl_2 + 6H_2O$	$E = -0\,,150\,S$
Chlorstrontium	$SrCl_2 + 12H_2O$	$E = -0\,,120\,S$
Manganchlorür	$MnCl_2 + 12H_2O$	$E = -0\,,138\,S$
Kobaltchlorür	$CoCl_2 + 12H_2O$	$E = -0\,,142\,S$
Nickelchlorür	$NiCl_2 + 12H_2O$	$E = -0\,,140\,S$
Kupferchlorid (von 20 Proc. an)	$CuCl_2 + 4H_2O$	$E = -0\,,283\,S$

Kupferchlorid (bis 20 Proc.)	$CuCl_2 + 12H_2O$	$E = -0,127\,S$
Ammonium-Kupferchlorid	$CuCl_2, 2NH_4Cl + 4H_2O$	$E = -0,373\,S$
Jodwasserstoffsäure	$HJ + 4H_2O$	$E = -0,157\,S$
Jodkalium	KJ	$E = -0,212\,S$
Jodnatrium	$NaJ + 4H_2O$	$E = -0,152\,S$
Jodcadmium	$CdJ_2 + 12H_2O$	$E = -0,030\,S$
Bromkalium	KBr	$E = -0,292\,S$
Bromnatrium	$NaBr + 4H_2O$	$F = -0,189\,S$
Salpetersäure	$H_2N_2O_6 + 9H_2O$	$E = -0,231\,S$
Salpetersaurer Kalk	CaN_2O_6	$E = -0,277\,S$
Salpeters. Strontian	SrN_2O_6	$E = -0,184\,S$
Salpeters. Magnesia	$MgN_2O_6 + 12H_2O$	$E = -0,132\,S$
Salpeters. Zinkoxyd	$ZnN_2O_6 + 12H_2O$	$E = -0,113\,S$
Salpeters. Manganoxydul	$MnN_2O_6 + 12H_2O$	$E = -0,116\,S$
Salpetersaures Cadmiumoxyd	$CdN_2O_6 + 12H_2O$	$E = -0,095\,S$
Salpetersaures Kupferoxyd	$CuN_2O_6 + 12H_2O$	$E = -0,111\,S$
Salpetersaures Nickeloxydul	$NiN_2O_6 + 12H_2O$	$E = -0,114\,S$
Schwefelsäure	$H_2SO_4 + 9H_2O$	$E = -0,129\,S$
Schwefelsaures Kali	K_2SO_4	$E = -0,201\,S$
Schwefels. Natron	Na_2SO_4	$E = -0,297\,S$
Schwefels. Ammon	$(NH_4)_2SO_4$	$E = -0,269\,S$
Schwefels. Magnesia	$MgSO_4 + 7H_2O$	$E = -0,072\,S$
Schwefels. Zinkoxyd	$ZnSO_4 + 7H_2O$	$E = -0,058\,S$
Schwefels. Nickeloxydul	$NiSO_4 + 7H_2O$	$E = -0,055\,S$
Schwefelsaures Kupferoxyd	$CuSO_4 + 5H_2O$	$E = -0,065\,S$
Schwefelsaures Manganoxydul	$MnSO_4 + 12H_2O$	$E = -0,037\,S$
Schwefels. Manganoxydul Ammon	$MnSO_4, (NH_4)_2SO_4$	$E = -0,181\,S$

Schwefels. Cadmiumoxyd Ammon	$CdSO_4, (NH_4)_2SO_4$	$E = -0,145\ S$
Chromsaures Kali	K_2CrO_4	$E = -0,194\ S$
Essigsaures Natron	$NaC_2H_3O_2 + 5H_2O$	$E = -0,202\ S$
Kohlensaures Kali	K_2CO_3	$E = -0,317\ S$
Rhodankalium	KCNS	$E = -0,320\ S$

Für die übrigen von mir untersuchten Salze, wie salpetersaures Silberoxyd und andere läfst sich eine solche Beziehung zwischen E und S nicht angeben, da die Quotienten $\frac{T}{S}$ eine abnehmende Reihe bilden.

In den mitgetheilten Versuchen glaube ich den Beweis zu erblicken, dafs das in den Lösungen enthaltene Wasser eine doppelte Rolle spielen kann: dafs es bei einigen Verbindungen als einfaches Lösungsmittel dient, bei andern aber zu einem Theil in näherer chemischer Verbindung mit dem gelösten Körper sich befindet, während ein anderer Theil diese Verbindung in Lösung hält. Ich hege die Hoffnung, dafs es mir gelingen wird, noch andere Beweise für diese Auffassung der Natur der Lösungen beibringen zu können.

Berlin, im Februar 1872.

VI. *Ueber die Temperaturerhöhung abgefeuerter bleierner Geschosse und Schmelzung derselben durch Aufschlagen auf Eisen- und Steinplatten;*

von J. Bodyński.

Wenn ich nun zum zweiten Male in dieser Angelegenheit das Wort ergreife, so geschieht es zunächst darum, weil Hr. Hagenbach ein von mir begangenes Versehen [1]) soweit ausnutzt, dafs er hieraus die Folgerung zieht: *es*

1) Diese Ann. Bd. 141, S. 595.

bleibe doch das Wesentliche der am Ende seiner Notiz[1]) *hingestellten Behauptungen stehen*[2]).

Andererseits habe ich seitdem selbst die Sache näher untersucht und führe in dem folgenden einige hiebei beobachtete Thatsachen an. Vor Allem sey es mir aber vergönnt einige Worte Tyndall's über denselben Gegenstand, welche der Ansicht Hagenbach's ebenfalls widersprechen, hier anzuführen: .... 1080° F. würde die Zunahme der Temperatur repräsentiren, wenn die Kugel bei einer Geschwindigkeit von 1338 Fuſs in der Secunde die Scheibe träfe, und die ganze Wärme in der Kugel selbst vereinigt bliebe. Diese Wärmemenge wäre jedoch *mehr als hinreichend um das Blei zu schmelzen*; in Wirklichkeit bleibt jedoch *nur ein Theil der Wärme in der Kugel* zurück, indem die Gesammtmenge derselben *zwischen ihr und der Scheibe* sich vertheilt[3]).

Allerdings ist die Geschwindigkeit der Kugel bei H. eine viel geringere, jedoch setzt Hagenbach später selbst hinzu, daſs dieselbe wohl besser zu 350 als zu 320 Meter anzunehmen wäre, und dann wird auch der Unterschied zwischen ihr und der 1338 engl. Fuſs noch kleiner.

Aber selbst nach den Prämissen, die Hr. H. selbst aufstellt, würde die Geschwindigkeit von 350 Metern eine Wärmemenge von 0,58 Wärmeeinheiten geben, und da nach allen von H. gemachten Voraussetzungen

$$m\,(235 \times 0{,}031 + 5{,}37) = 0{,}59$$

ist, so erhält man hieraus das Gewicht des geschmolzenen Bleis

$$m = 0{,}0466 \text{ Kilogramm} = 46{,}6 \textit{ Gramm.}$$

Das Geschoſs Hagenbach's wiegt aber im Ganzen *nur* 40 *Gramm*; hiervon werden *nur* 27 *Gramm geschmolzen.* Woher also die Behauptungen, daſs hier bei Weitem die meiste Wärme zur Erwärmung und Schmelzung des Bleis verwendet wird? —

1) Diese Ann. Bd. 140, S. 486.
2) Diese Ann. Bd. 143, S. 153.
3) Die Wärme etc. Deutsch von Helmholtz und Wiedemann S. 56.

Ueberdies bin ich in der Lage eine andere wichtige Voraussetzung Hagenbach's bedeutend zu modificiren. Es wird nämlich die Temperatur der Kugel, im Augenblicke als sie den Gewehrlauf verläfst, zu 100° C. angenommen. Warum? — die Frage lassen wir, wie es auch Hr. H. thut, unbeantwortet. Nun wurde aber vielfach beobachtet, dafs eine Kugel, wenn sie angefettet ist, in der Luft eine deutliche Spur in Form eines dünnen Rauchfadens hinter sich zurückläfst. Bei den im verflossenen Sommer angestellten Schiefsübungen (des hier garnisonirenden 17. Jägerbataillons, welches mit Werndlgewehren versehen ist) konnte ich oft bei Windstille und günstiger Beleuchtung die Flugbahn des Geschosses, noch einige Secunden nach dem Schusse, in der Luft sehen. Dasselbe ist auch von Anderen beobachtet worden. Dieser Umstand deutet offenbar darauf hin, dafs der Talg, welcher der Kugel anhaftet, so weit erhitzt wird, dafs er nicht nur schmilzt, sondern sich auch zersetzt. Die trockene Destillation der festen Fette tritt aber bei circa 300° ein. Berücksichtigt man noch den Umstand, dafs die Kugel in ihrem weiteren Fluge sich durch Reibung in der Luft nur noch stärker erhitzt, so wird man gewifs mit vollem Rechte 300° *C. als Minimum ihrer Temperatur, noch bevor sie die Scheibe trifft*, annehmen dürfen. Ferner ist nichts natürlicher als die Annahme, dafs diese Minimaltemperatur so ziemlich bei den Geschossen aller Militairgewehre eintreten werde. Es fehlen somit der Kugel, bevor sie die Scheibe trifft, höchstens noch 35° bis zur Schmelztemperatur. Alsdann hat man aber

$$m\,(35 \times 0{,}031 + 5{,}37) = 0{,}59$$

und hieraus

$$m = 0{,}0914 \text{ Kilogramm} = 91{,}4 \textit{ Gramm}$$

also *mehr als das Dreifache* der von Hagenbach gefundenen Menge. —

Nachdem sich also die Sache durchaus nicht so einfach erklären läfst, wie es Hr. Hagenbach gethan zu



neint, wäre hier vielmehr folgende Frage zu beant-
: Kann in einer so kurzen Zeit ein solches Wär-
tum durch Leitung verloren gehen, daſs hiedurch
nperatur der Kugel *p* erheblich vermindert wird,
welchem Maaſse ist hiebei noch anderen Umständen
ng zu tragen?

ge Versuche, die ich zu dem Behufe angestellt
rgeben ein zum Theil zufriedenstellendes Resultat.
rde nämlich ein Gewehr gegen eine *Steinplatte*
ls abgefeuert, und die Splitter, die vorgefunden
, hatten alle die Gestalt von *erstarrten Tropfen*,
chen, daſs *alles Blei geschmolzen* wurde. Nun wurde
inplatte durch eine *Eisenplatte* ersetzt, und man
nter den Bleisplittern auch solche, die wie Dreh-
aussahen, folglich *nicht geschmolzen* blieben. Ob
n blos der gröſseren Leitungsfähigkeit des Eisens
reiben sey, bleibt vorläufig unentschieden, denn die
atte, die mir zur Verfügung stand, hatte nicht die
hen Versuchen erforderliche Dicke und zeigte an
ellen, wo die Kugeln aufschlugen, deutliche Ver-
en, in Folge dessen ebenfalls ein entsprechendes
quantum in Abzug zu bringen wäre. Schlieſslich
h der Umstand (den auch Hr. H. im Nachtrage an-
nicht auſser Acht zu lassen, daſs die Bleisplitter
eftig nach allen Seiten von der Scheibe abprallen,
lebendige Kraft, welche dem zufolge nicht in Wärme
tzt wird, kann offenbar ebenfalls nicht unberück-
bleiben.

anisławów, im December 1871.



VII. *Ueber die Ausdehnungswärme fester Körper; von H. Buff.*

Die Volumsvergröfserung eines festen Körpers durch Erwärmung hat die gröfste Aehnlichkeit mit einer Dehnung durch spannende Gewichte. So entsteht die Frage nach der Gröfse des Drucks oder Zugs, welchen die Wärme bei diesem Vorgange auf die Flächeneinheit ausübt. Diese Frage läfst sich beantworten, wenn neben dem Ausdehnungscoëfficienten eines Stoffs zugleich auch sein Dehnungsquotient, beide Werthe auf die Volumeinheit bezogen, gegeben ist.

Nun ist zwar der Dehnungsquotient nach der Längenrichtung von sehr vielen Körpern bekannt. Allein die räumliche Dehnung oder Zusammendrückung ist bis jetzt nur wenig untersucht worden. Indessen hat Wertheim[1]) nachgewiesen oder doch sehr wahrscheinlich gemacht, dafs bei homogenen Körpern die Dehnungs- oder Verdichtungsquotienten für die lineare und cubische Dehnung wie Verdichtung einander gleich sind. Auch hat er gezeigt, dafs einige gelegentliche Versuche von Regnault[2]) über die Verdichtbarkeit des Kupfers, Messings und Glases zu Ergebnissen geführt haben, welche mit jener Annahme gut übereinstimmen.

Für die Richtigkeit des Wertheim'schen Gesetzes spricht überdiefs ein Wahrscheinlichkeitsgrund. Denn wären die beiden Dehnungsquotienten, der eine bezogen auf die lineare Richtung, der andere bezogen auf den Raum, abweichend von einander, so müfste dasselbe auch für die entsprechenden Elasticitätscoëfficienten der Fall seyn, und dann sollte man denken, dafs die Geschwindigkeit der Schallfortpflanzung in einem Stabe mit derjenigen in einer

1) Pogg. Ann. Bd. 74, S. 150.
2) *Relation des expériences etc. par M. V. Regnault. Paris* 1847, *p.* 442.

Kugel aus demselben nach allen Richtungen ganz gleichartigen Stoffe nicht übereinstimmen könnte.

Nehmen wir demnach an, dafs der lineare und der räumliche Dehnungsquotient einander gleich sind, so ist Beispielsweise der räumliche Dehnungsquotient des Eisens, bezogen auf das Millimeter als Längeneinheit $\alpha = 0{,}0000481$. Hieraus folgt, dafs ein Eisenwürfel von 1 CC. Gröfse, der nach den drei Dimensionen und zwar je nach zwei einander gegenüberstehenden Seitenflächen durch eine Kraft von 100 Kilo (je ein Kilo auf das Quadratmillimeter) gespannt wird, seinen Rauminhalt um 0,0000481 Cubikcentimeter vergröfsern mufs.

Der räumliche Ausdehnungscoëfficient des Eisens zwischen 0° bis 100° beträgt für 1°C. $\beta = 0{,}0000350$. Ein Cubikcentimeter Eisen bei 0° genommen, erweitert demnach sein Volum, für 1° Erwärmung um $0^{c.c.},0000350$. Um dieselbe Volumsvergröfserung, welche eine Spannung von je 100 Kilo nach den drei Dimensionen des Würfels bewirkt, durch Erwärmung hervorzubringen, würde hiernach eine Temperaturerhöhung von $\frac{\alpha}{\beta} = 1^{0},374$ erforderlich seyn.

Die mechanische Arbeit, welche die Wärme bei dieser Temperaturerhöhung des Eisenwürfels bis zu $1^{0},374$ ausübt, entspricht einem Effecte von 100 Kilo 0,0000481 Centimeter hoch, oder was dasselbe sagt: von 4,81 Grmme-Centimeter. Denn da jede der drei Würfelseiten während der Ausdehnung um $\frac{0{,}0000481}{3}$ Centimeter vorrückt, so ist diefs bezüglich der Volumsvergröfserung gleichbedeutend mit einem Vorwärtsschreiten von nur einer Seitenfläche um 0,0000481 Centimeter.

Man erhält einen Ausdruck für die Wärmemenge, welche ein CC. Eisen aufnehmen mufs, um diese Arbeit verrichten zu können, wenn man sein Gewicht in Grammen $\delta = 7{,}757$ mit seiner spec. Wärme $s = 0{,}1098$ multiplicirt, und das so erhaltene Product wieder mit dem

VIII. *Bemerkungen über das Erdbeben am 6. März 1872; von J. Roth.*

Die Zahl der Erderschütterungen, welche nach gut beglaubigten Nachrichten weithin im norddeutschen Flachlande empfunden wurden, ist nur gering. Man schreibt wohl mit Recht der Diluvialdecke einen gewissen Schutz gegen Erdstöſse zu. Die Wirkungen gehen völlig verloren und werden an der Oberfläche nicht mehr sichtbar in den locker über einander geschütteten Gebirgsarten. Zu der Annahme, daſs in den festen, unter der Diluvialdecke verborgenen Gesteinen Erdstöſse nicht ihren Ursprung nehmen oder sich daselbst verbreiten, liegt gar kein Grund vor. Die dort entstehenden Erderschütterungen mögen sich, wenn nicht in dem überliegenden Diluvium empfunden, an andern Stellen manifestiren. In den seltenen Fällen, wo das norddeutsche Diluvium in Mitschwingungen versetzt wird, scheint der Ausgangspunkt der Schwingungen viel häufiger südlich zu liegen als im Norden, wie denn überhaupt die skandinavische Halbinsel spärlicher erschüttert wird als Mitteldeutschland. In dem Theile des nordischen Diluviums, welcher den mitteldeutschen Gebirgen näher liegt, sind Erderschütterungen häufiger als in dem übrigen Gebiet. Breslau schwingt mit den Sudeten, Karpathen, seltner mit dem Riesengebirge, Leipzig mit dem Erzgebirge, Halle mit dem Thüringer Wald. Man darf jedoch nicht voraussetzen, daſs weithin im norddeutschen Diluvium gefühlte Erdstöſse in den nördlich oder südlich gelegenen Gegenden groſse Verheerungen anrichten; nicht immer steht die Verbreitung im geraden Verhältniſs zu der Stärke des Stoſses. Diese Bemerkung gilt auch für die am 6. März 1872 in einem groſsen Gebiet empfundene Erschütterung. Das Schüttergebiet ist nach den bis jetzt vorliegenden Nachrichten durch folgende Städte begränzt: Breslau,

Glogau, Berlin [1]), Hannover, Gieſsen, Wiesbaden, Stuttgart, Hechingen, Augsburg, Regensburg, Cham, Blattna, Prag. Die Erschütterung wurde jedoch nicht an allen Orten innerhalb der angegebenen Begränzung wahrgenommen, so z. B. nicht in Hildesheim nach einer Nachricht von Ferdinand Roemer. Ueber die Richtung des Stoſses gehen die Nachrichten weit auseinander. In Lübbenau wird sie angegeben als gerichtet von West nach Ost, in Halle von SW nach NO, in Bürgel von ONO nach WSW, in Chemnitz von S nach N. Die Dauer des Stoſses, der in Annaberg, Wahrenbrück, Weimar, Chemnitz sich wiederholte, wird überall nur als kurz angegeben. Die Zeitangaben, im Allgemeinen wenig genau, etwa um 4 Uhr Nachmittags führen nach von Seebach auf eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit auf der Erdoberfläche von 3,7 geographischen Meilen in der Minute. Sie sind abgeleitet aus den Zeitbestimmungen von Göttingen, Leipzig, Breslau, Chemnitz, Gieſsen, Schwäbisch Hall.

In einem Theil des Schütterbezirkes, der etwa durch Leipzig, Halle, Jena, Rudolstadt, Lobenstein, Geroldsgrün, Eger, Buchholz, Chemnitz, Wahrenbrück begränzt wird, war das Erdbeben von unterirdischem, donnerähnlichem Rollen begleitet. Auch in diesem Stück liegt die längere Axe etwa SW — NO.

Nach einem vom Oberbergamt in Halle a. S. erstatteten und freundlichst mitgetheilten Bericht trat in dem dortigen Gebiet die Erschütterung zwischen 3 Uhr 51 Minuten und 4 Uhr 1 Minute auf. Sie ist dort von Personen, die sich nicht in Gebäuden befanden, sondern auf freiem Felde und in den Straſsen der Stadt aufhielten, mit Zuverlässigkeit nicht bemerkt worden. Auch in den zur ebenen Erde gelegenen Wohnungen war die Erschütterung wenig fühlbar, wohl in den oberen Stockwerken. Personen, die auf dem (aus Porphyrconglomerat bestehenden) Jägerberg in einer mit Steinplatten belegten, offenen Halle zur ebenen

1) Aus den Bohrlöchern von Sperenberg sind keine Beobachtungen vorhanden.

Erde safsen, nahmen die Stöfse sehr deutlich wahr, wä
rend die im nämlichen Gebäude in den Zimmern des E
geschosses auf Holzdielen sitzenden Personen gar nich
bemerkten. Nirgend in Halle wurden nennenswerthe B
schädigungen bewirkt, Zimmerglocken schlugen an, d
Möbel bewegten sich, offenstehende Thüren und Fenst
schlugen zu.

Die Dauer der Erschütterung beschränkte sich auf 3 b
5 Secunden. Die Gegenstände erschienen durch einen sch
von unten kommenden Stofs in schwingende Bewegu
versetzt. In Halle hatten die Schwingungen die Richtu
von Südwest nach Nordost. Die Mehrzahl der Beobacht
hörte gleichzeitig ein Geräusch, das dem eines schn
fahrenden schweren Wagens glich.

Die folgenden Angaben über die früheren Erdbeb
Norddeutschlands sind entnommen aus Klöden: B
träge zur mineralogischen Kenntnifs der Mark Brand
burg. 10. Stück 1837. von Hoff: Chronik der Erdbeb
1840 und 1841. A. Perrey: *Documents relatifs a
tremblements de terre dans le Nord de l'Europe et de l'As
St. Petersbourg* 1849. (Aus dem *Annuaire magnétiq
et météorologique du corps des Mines de Russie po
l'année* 1846). Ch. Keferstein, Zeitung für Geogno
1827 3. Stück. Mallet, *Report Brit. Assoc.* 1852, 5
54, 58.

822. Grofses Erdbeben in Deutschland, vornämli
in einigen Gegenden von Obersachsen. Neben dem Aren
see wurde durch dasselbe eine noch jetzt in Gest
eines Erdwalles bestehende Bodenerhebung hervorgebracl
(Kl. v. H.)

997. Starkes Erdbeben an der Elbe, im Magdebu
gischen und in der Altmark. (Kl. v. H.)

1011. Erdbeben in Lüneburg (nur b. Kef.).

1410, 23. August 11 Uhr Abends. Erdbeben, das si
von Preufsen her durch die Mark bis Magdeburg und
den Seestädten bis Lübeck erstreckte. In Magdeburg de
wie es scheint südlichsten und in Lübeck dem westlichst

Punkte war es noch ziemlich heftig gewesen. In der Priegnitz war es so bedeutend, dafs das Gemäuer des Thurmes zu Wittstock eine grofse Borste von oben bis nach unten erhielt. Jaspar Sarnovius in Wittstock sagt davon: *hic terrae motus Alemannis undique notus etc.* (Nur bei Kl. u. Kef.)

1412. 21. September. In der Priegnitz will man bei dem heftigen Sturm ein Erdbeben beobachtet haben. Aus anderen Gegenden wird nichts gemeldet. (Nur bei Kl.)

1572. 9. Januar Abends 9 Uhr soll in Thorn während eines Sturmes ein Erdbeben gewesen seyn (Kl.; am 6. Januar Perrey).

1628 im December in Meklenburg Erdbeben, welches die Leute in den Betten eine halbe Elle hoch aufhob und die Häuser hin und her bewegte (Kl., v. H., Kf., P.).

1638 erschreckten Erdbeben die Mark Brandenburg (v. H.).

1680 will man in der Altmark ein Erdbeben bemerkt haben (Kl.)

1683 am 25. April zwischen 8 und 9 Uhr Abends Erderschütterung zu Wismar am Baltischen Meere (v. H.)

1699 im Januar Erdstöfse an der Elbe bis Hamburg (Kf.; vgl. v. Hoff.).

1710 am 8. September will man in Stettin ein Erdbeben bemerkt haben (Kl.; bei Keferstein „Stein am Rhein").

1715 am 12. Juni will man bei Delitzsch in Sachsen, besonders in dem Dorfe Klebitz bei schwerem Ungewitter eine Erderschütterung empfunden haben (v. H.).

1724 wurde in der Lausitz ein Erdbeben bemerkt. (Kl.)

1736 im November will man beim Dorfe Stendal unweit Schwedt Mittags zwischen 11 und 12 Uhr ein Erdbeben bemerkt haben. Dasselbe geschah während eines heftigen Sturms, der am 22. Januar 1737 vorzugsweise die Ukermark durchtobte. Das Erdbeben währte eine Minute lang und wurde auch an anderen Orten als ein solches erkannt, namentlich machte es sich zu Bartikow und Mürow fühlbar (Kl.).

1752 am 9. September bemerkte man in **Rampitz**, einem Dorfe an der Oder in der Neumark, einen Erdstofs. Er währte kaum eine halbe Minute und war mit Sturmwind und heftigem Donnerwetter verbunden (Kl. u. v. H.)

Das grofse Erdbeben von Lissabon am 1. November 1755 war in Deutschland besonders an den Gewässern bemerkbar. Die Brandenburgischen Landseen zeigten ungewöhnliche Bewegungen, so die Seen von Templin, Netzo, Mahlgast, Röddelin und Libbesee. In Hamburg will man in einigen Kirchen ein Schwanken der Kronleuchter bemerkt haben. Das Wasser der Eider und Sturh (Stör?) wallte auf. In Rendsburg, Elmshorn, Bramstedt, Kellinghusen, Meldorf empfand man Erschütterungen (v. H.), auch in Glückstadt (Kf.). In Lübeck erhob sich in 8 bis 10 Minuten das Wasser 4 bis 5 Fufs hoch; in Garz (Pommern) gerieth die Oder zwischen 11 und 12 Uhr in Bewegung und stieg über ihre Ufer. Kähne, die an Pfählen lagen, wurden so hoch gehoben, dafs sie die Pfähle aus dem Grunde zogen. Die Bewegung dauerte etwa eine halbe Stunde. Das Wasser des Sees um Malchow (Mecklenburg) fing zwischen 11 und 12 Uhr Mittags an sich heftig zu bewegen, augenscheinlich von Ost nach West. Kähne, die schon Jahre lang auf dem Grunde des Wassers gelegen hatten, wurden in die Höhe gebracht. In der Stiftskirche in Malchow schwankte der Taufengel von Nord nach Süd. Im grofsen Stechlinsee, W. von Fürstenberg, wurde Ansteigen und Zurückziehen beobachtet. (Kl.)

1755 am 25. December vernahm man in der Stennewitz'schen Glashütte, drei Meilen von Küstrin, in der Nacht vier starke Stöfse und unterirdisches Getöse. (Kl.)

1786 am 3. Januar Abends in Stettin Erdbeben (Perrey nach Ephem. Mannheim).

1789 am 17. Mai zu Plaue an der Havel eine Erschütterung (v. H., P.)

1800 am 9. November Abends von 7 Uhr an bis zwischen 1 und 2 Uhr Morgens furchtbarer Orkan in den

Ländern am Deutschen und Baltischen Meer. Im Brandenburgischen will man dabei Erdstöfse empfunden haben (v. H. P.).

1805 am 10. Mai furchtbarer Sturm, bei dem man in Tönningen einen Erdstofs empfunden haben will (v. H.).

1819 am 28. Februar Erderschütterung in Delitzsch und Eilenburg (Kf.).

1822 am 13. September Erdstöfse an den jütländischen Westküsten (Kf.).

1824 in der Nacht vom 22. zum 23. December während eines heftigen Sturmes will man in Hamburg Erdstöfse empfunden haben (v. H.); Erderschütterungen in Stralsund (Kf.). Zweimalige starke Erderschütterung in Alfter bei Bonn (v. H. und Kf.).

1828 April 12 bis 13. Die Angabe, dafs in dieser Nacht in Berlin Erdstöfse empfunden wurden, ist nach Poggendorff mindestens zweifelhaft (v. H.).

1829 am 17. (18.?) August ($2\frac{1}{2}$) $3\frac{1}{2}$ Uhr Abends ward ein ziemlich starker Erdstofs empfunden zu Gothenburg, Christianshavn, Amager, Kopenhagen und auf einem in der Gegend von Dobberan vor Anker liegenden Dampfschiff. In Kopenhagen kam die Richtung des Stofses aus NW, ihm ging hohles Donnern voraus (v. H. P.).

1832 am 18. oder 19. October 2 Uhr Abends in mehreren Gegenden des Königreichs Sachsen eine Erderschütterung. Vornämlich empfunden in den Gegenden an der Pleifse und Mulde bis in die Elbgegend bei Dessau (v. H.).

1839 am 12. Januar Morgens in Berlin sehr merkliche Stöfse, besonders im Nordtheile der Stadt (Perrey nach dem *Moniteur universele* und A. Colla *Giornale astronomico* 1841, *p.* 151 [1]).

1841 am 3. April $3\frac{1}{2}$ Uhr Abends in Jütland und Schleswig starke Erdstöfse (Perrey nach Lamont Ann. für Meteor. und Erdmagnetismus, Quetelet, Colla *Giorn.*

1) Ich habe das Original nicht zu Gesicht bekommen, andere Angaben kenne ich nicht.

astronomico 1842 *p.* 96. Vergl. Forchhammer, Münchner gelehrt. Anzeiger 1842, 367).

1841 am 15. Juli Erdstoſs im Amte Holbek (Seeland), der auch in Kopenhagen bemerkt wurde (Perrey nach Lamont, Colla *Giornale astron.* 1842, *p.* 97, Quetelet).

1861 am 15. Mai bei Aryt, Kreis Johannisburg, angeblich kleine Erderschütterung. Um 6¼ Uhr und etwas später zum zweiten Male vernahm man ein mehrere Secunden anhaltendes Getöse, welches die Gebäude erzittern machte. Der Boden vibrirte in der Richtung von NO nach SW (Zeitsch. f. Erdk. (2) XI. 71. 1861).

IX. *Ueber das Peltier'sche Phänomen und die thermo-elektromotorische Kraft der Metalle; von A. Wüllner.*

Aus seinen interessanten und schönen Versuchen über die Temperaturveränderungen an Löthstellen verschiedener Metalle bei dem Durchgange eines elektrischen Stromes und die elektromotorische Kraft der Thermoströme (Pogg. Ann. Bd. CXLIII) zieht Hr. Edlund den Schluſs, daſs die dabei beobachteten Erscheinungen mit dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie nicht übereinstimmen. Mir scheint dieser Schluſs nicht gerechtfertigt zu seyn, im Gegentheil scheinen mir die Resultate der Versuche des Hrn. Edlund in Verbindung mit früheren Versuchen des Hrn. W. Thomson, soweit es ohne neue Messungen in gleich hervortretender Richtung möglich ist, eine schöne Bestätigung des zweiten Hauptsatzes respective der mit Hülfe desselben von Hrn. Clausius gegebenen Theorie der Thermoströme zu liefern.

Um die von Cumming, Thomson u. a. beobachtete Umkehr der Thermoströme bei groſsen Temperaturdiffe-

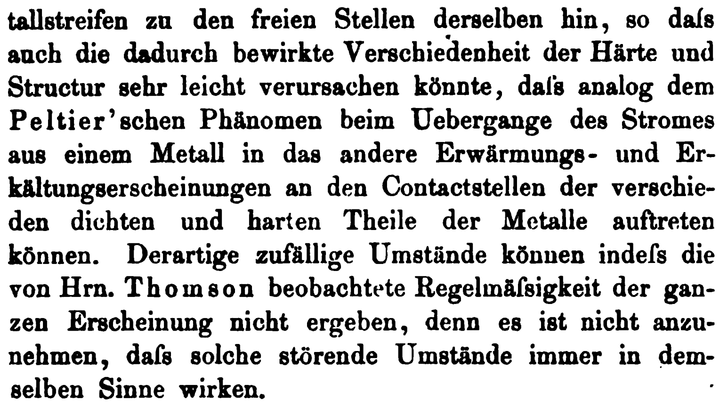
renzen sowie überhaupt die Abweichung von der Proportionalität zwischen der elektromotorischen Kraft der Thermoströme und der Temperaturdifferenz der Löthstellen zu erklären, nimmt Hr. Clausius an, daſs bei den Thermoströmen der Sitz der elektromotorischen Kraft keineswegs allein in den Löthstellen sich befinde, sondern daſs auch im Innern eines und desselben Metalles, wenn seine verschiedenen Theile sich in verschiedenen Temperaturen befinden, die Wärme das Bestreben habe, die Elektricität nach verschiedenen Richtungen zu treiben, und daſs daher, wenn der Gleichgewichtszustand eingetreten ist, das Potentialniveau in einen und demselben Metalle nicht überall dasselbe ist, sondern daſs auch zwischen den verschieden warmen Theilen desselben Metalles elektrische Differenzen vorhanden sind.

Hr. Clausius begnügte sich damals (Pogg. Annal. Bd. XC) diese Annahme dadurch zu begründen, daſs er auf die Erfahrungen hinwies, nach denen zwischen zwei Stücken desselben Metalles elektrische Differenzen auftreten, sobald zwischen denselben moleculare Verschiedenheiten, krystallinisches Gefüge, verschiedene Härte u. dgl. vorhanden sind. Eine ähnliche Verschiedenheit der molecularen Beschaffenheit kann auch vorübergehend in den Metallen durch Temperaturdifferenzen vorhanden seyn. Gerade diese Annahme des Hrn. Clausius wird aber durch die vorhin erwähnten Versuche des Hrn. W. Thomson (*Philosoph. Transactions for* 1856) und durch die neueren Versuche des Hrn. Edlund auf das schönste bestätigt. Die Annahme des Hrn. Clausius läſst nämlich zwei Folgerungen zu, von denen die eine durch die Versuche des Hrn. W. Thomson, die andere durch jene des Hrn. Edlund experimentell erfüllt wird.

Zunächst nämlich folgt aus dieser Annahme, daſs sich das Peltier'sche Phänomen nicht nur an den Berührungsstellen zweier verschiedener Metalle, sondern auch innerhalb eines und desselben Metalles, wenn in demselben Temperaturdifferenzen vorhanden sind, zeigen muſs.

Das heifst, wenn man einen Metalldraht oder Metallstreifen an einer Stelle erhitzt, an einer andern abkühlt, und dann durch das Metall einen Strom leitet, so mufs die Erwärmung des Drahtes eine verschiedene seyn, je nachdem der Strom von der warmen zu der kalten oder von der kalten zu der warmen Stelle fliefst. Denn da nach dieser Annahme innerhalb des Metalles, wenn Temperaturdifferenzen vorhanden sind, ebenso gut Differenzen der elektrischen Potentialniveaus in Folge der Arbeit der Wärme auftreten, wie an den Berührungsstellen verschiedener Metalle, so mufs auch je nach der Richtung des durch die Metalle geführten elektrischen Stromes in diesen Metallen durch den Uebergang von einem Potentialniveau auf das andere gerade so Arbeit geleistet oder gewonnen werden wie an den Berührungsstellen selbst.

Diese Folgerung ist durch die Versuche des Hrn. Thomson entschieden bestätigt, aus welchen er den Schlufs zog, dafs der elektrische Strom die Wärme fortführe. Es gelang Hrn. Thomson den Nachweis zu liefern, dafs der von einem Strome zwischen einer erwärmten und einer abgekühlten Stelle durchflossene Draht oder Blechstreifen eine höhere oder eine niedrigere Temperatur zeigte, je nachdem der Strom von warm zu kalt ging oder umgekehrt. Bei Kupfer war der Metallstreifen wärmer, wenn der positive Strom von der erhitzten zu der abgekühlten Stelle ging, oder wie Hr. Thomson es bezeichnete, im Kupfer führt der positive Strom Wärme mit sich fort, im Eisen und Platin war die Temperatur höher, wenn der positive Strom von kalt zu warm ging, oder es führt dort nach Hrn. Thomson's Ausdrucksweise der negative Strom Wärme mit sich fort. Hr. Wiedemann (Galvanismus Bd. I, S. 644) zieht allerdings die Beobachtungen des Hrn. Thomson in sofern in Zweifel, als er es für möglich hält, dafs diese Verschiedenheiten durch secundäre Ursachen bedingt seyen. Er meint, die Ströme gingen fast immer durch verschieden gebogene, geprefste, ja auch an einander gelöthete Theile der benutzten Me-



tallstreifen zu den freien Stellen derselben hin, so daſs auch die dadurch bewirkte Verschiedenheit der Härte und Structur sehr leicht verursachen könnte, daſs analog dem Peltier'schen Phänomen beim Uebergange des Stromes aus einem Metall in das andere Erwärmungs- und Erkältungserscheinungen an den Contactstellen der verschieden dichten und harten Theile der Metalle auftreten können. Derartige zufällige Umstände können indeſs die von Hrn. Thomson beobachtete Regelmäſsigkeit der ganzen Erscheinung nicht ergeben, denn es ist nicht anzunehmen, daſs solche störende Umstände immer in demselben Sinne wirken.

Das Verständniſs der Thomson'schen Versuche kann nur so lange Schwierigkeit bieten, als man die Resultate derselben einer besonderen Eigenschaft des galvanischen Stromes zuschrieb, in der Auffassung als Peltier'sches Phänomen in den einzelnen Metallen sind sie eine nothwendige Folge der Theorie des Hrn. Clausius. Diese Deutung der Versuche läſst es auch nicht auffallend erscheinen, sondern läſst es vielmehr voraussehen, daſs nach der Ausdrucksweise des Hrn. Thomson in einigen Metallen der positive, in anderen dagegen der negative Strom Wärme mit sich fortführt; es hängt das eben davon ab, in welchem Sinne in den verschieden warmen Theilen eines und desselben Metalles die Differenzen der elektrischen Potentialniveaus auftreten, ob ein Steigen dieser Niveaus von den kalten Stellen gegen die warmen hin vorhanden ist oder umgekehrt. Wenn im Eisen und Platin der negative Strom Wärme fortführt, also bei der Richtung von den warmen zu den kalten Stellen der Strom das Metall weniger erwärmt als bei entgegengesetzter Richtung, so heiſst das nichts anders, als daſs im Eisen allein durch Temperaturdifferenzen ein Steigen der elektrischen Potentialniveaus von den warmen Stellen aus gegen die kalten hin hervorgebracht war, oder, daſs dort durch die Temperaturdifferenzen ein Strom von den warmen Stellen des Eisens gegen die kalten hin entsteht. Wenn

deshalb in diesem Sinne ein Strom durch an verschiedenen Stellen verschieden warmes Eisen geführt wird, so mufs zur Ueberwindung der Steigerung der Potentialniveaus Wärme verbraucht werden, es mufs also ein in diesem Sinne gerichteter Strom in dem Metalle weniger Wärme entwickeln als ein im entgegengesetzten Sinne fliefsender.

Wenn im Kupfer und Messing der positive Strom Wärme fortführt, also ein von warmen zu kalten Stellen fliefsender Strom mehr Wärme entwickelt als der entgegengesetzte, so bedeutet das, dafs im Kupfer die Werthe des Potentials den entgegengesetzten Verlauf haben als im Eisen, dafs sie dort von den kalten Stellen gegen die warmen Stellen hin aufsteigen.

Die zweite der erwähnten aus der Clausius'schen Theorie zu ziehenden Folgerungen ist die, dafs die elektromotorische Kraft der Thermoströme den an den Löthstellen der Metalle beim Hindurchführen eines galvanischen Stromes entwickelten oder verbrauchten Wärmemengen nicht proportional seyn kann; oder dafs das Verhältnifs, welches zwischen den durch eine bestimmte stets gleiche Temperaturdifferenz bei verschiedenen Metallcombinationen erzeugten elektromotorischen Kräften und der bei denselben Metallcombinationen durch eine gewisse für alle gleiche Stromstärke an den Löthstellen erzeugten oder verbrauchten Wärmemenge besteht, für die verschiedenen Metallcombinationen ein verschiedenes seyn mufs. Denn die an einer Löthstelle durch eine gewisse Stromstärke erzeugte oder verbrauchte Wärmemenge ist ein Maafs der durch die Wärme bedingten Differenz der Potentialniveaus an der Löthstelle selbst. Die elektromorische Kraft der Thermoströme ist aber proportional der Summe sämmtlicher nach derselben Richtung gebildeten in dem ganzen Stromkreise vorhandenen Differenzen der Potentialniveaus. Je nach der Richtung nun, nach welcher in den homogenen Metallen die Potentialniveaus steigen oder fallen, kann die elektromotorische Kraft der Thermoströme gröfser oder

kleiner seyn, als sie es seyn würde, wenn nur in den Löthstellen eine Differenz der elektrischen Potentialniveaus vorhanden wäre. Haben wir einen Stromkreis aus zwei Metallen A und B, in welchem der Strom bei einer gewissen elektrischen Differenz E in der Löthstelle durch die warme Löthstelle von A nach B geht, so wird der Strom stärker seyn als $\frac{E}{L}$, worin L der Widerstand des Stromkreises ist, wenn in B die Potentialniveaus von den warmen gegen die kalten Stellen, in A von den kalten gegen die warmen hin steigen; nennen wir die Summe der nach der Richtung des durch E bewirkten Stromes in B vorhandenen Differenzen der Potentialniveaus E_B, in dem Metalle A dagegen E_A, so ist die elektromotorische Kraft des Stromes

$$K = E + E_B + E_A,$$

und man sieht sofort, dafs K je nach dem Vorzeichen von E_A und E_B gröfser oder kleiner seyn kann als E.

Die an den Löthstellen erzeugte oder verbrauchte Wärmemenge W können wir nun bei der in allen Fällen vorausgesetzten Gleichheit der Stromstärke setzen

$$W = a . E$$

woraus folgt, dafs das Verhältnifs

$$\frac{K}{W} = a + \frac{E_B + E_A}{W}$$

je nach den Werthen und Vorzeichen von E_B und E_A ein ganz verschiedenes seyn kann.

Dafs dem so ist, haben die Versuche des Hrn. Edlund direct gezeigt, welcher in den von ihm gewählten Einheiten für dieses Verhältnifs Werthe fand, welche zwischen 1,07 für Kupfer-Wismuth und über 2 für Zink-Kupfer liegen. Diese Versuche liefern deshalb einen neuen und überzeugenden Beweis dafür, dafs die Quelle der Thermoströme nicht lediglich in den verschieden erwärmten Löthstellen, sondern zum Theil in den verschiedenen Metallen selbst zu suchen ist, sie liefern also einen neuen Beweis für die Theorie der Thermoströme, wie sie Hr. Clausius aufgestellt hat.

Noch auf eine weitere Experimentaluntersuchung möchte ich als auf eine Bestätigung der von Hrn. Clausius gegebenen Theorie der Thermoströme hinweisen, auf die Untersuchung des Hrn. Avenarius (Annalen Bd. CXIX und Bd. CXXII). Nach den Versuchen des Hrn. Thom-

son kann in einem homogenen Metalle durch Temperaturdifferenzen ein Steigen der elektrischen Potentialniveaus von den kalten zu den warmen oder in andern Fällen von den warmen zu den kalten Stellen hin eintreten. Es wird deshalb durch diese Verschiedenheiten die elektromotorische Kraft der Thermoströme entweder rascher oder langsamer wachsen können als die Temperaturdifferenz der Löthstellen, je nach den Aenderungen, die in den Metallen eintreten. Dafs in der That eine derartige Verschiedenheit in dem Gange der elektromorischen Kraft der Thermoströme vorhanden ist, zeigen die Versuche des Hrn. Avenarius, welcher die elektromotorischen Kräfte der Thermoströme, bei den von ihm untersuchten Metallcombinationen durch eine Gleichung von der Form

$$E = (t_2 - t_1)\,[a + b\,(t_2 + t_1)]$$

ausdrücken konnte, in welcher b das positive oder das negative Vorzeichen haben kann; positiv ist es z. B. für Zink-Kupfer, negativ für Zink-Stahl. Die Versuche des Hrn. Avenarius ergeben gleichzeitig, dafs der Werth von b im Allgemeinen nur sehr klein ist, selbst in den Fällen, in welchen bei grofsen Temperaturdifferenzen eine Umkehr des Stromes stattfindet; es stimmt das damit überein, dafs nach den Versuchen des Hrn. Thomson die durch die Verschiedenheit der Stromesrichtung bedingte Verschiedenheit in der Wärmeentwicklung nur eine geringe ist, oder dafs in den homogenen Metallen durch Temperaturdifferenzen nur eine geringe Aenderung der Potentialniveaus eintritt.

Alles das beweist, dafs die bis jetzt vorliegenden Erfahrungen über die Thermoströme eine volle Bestätigung der Theorie von Clausius bieten, dafs die Erscheinungen und der Verlauf der Thermoströme somit nicht gegen den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie sprechen, dafs sie vielmehr eine weitere Bestätigung desselben liefern, indem sie die von Hrn. Clausius angenommenen Umstände, welche die Abweichung von der Proportionalität der elektromotorischen Kraft mit der absoluten Temperatur erklärten, als wirklich vorhanden nachweisen. Messungen in der Richtung der Versuche von Thomson, oder Messungen der Temperaturänderungen an den und in der Nähe der Löthstellen, wenn gleichzeitig in der Weise des Hrn. Thomson Temperaturdifferenzen in den Drähten hergestellt und erhalten würden,

könnten die vollste Uebereinstimmung der Erscheinungen auch in quantitativer Weise zeigen. Ob bei der Kleinheit der zu messenden Gröſsen hinreichend genaue Resultate zu erhalten sind, muſs der Versuch ergeben.

Aachen d. 24. März 1872.

X. *Ueber krystallisirte Phosphorsäure;* *von Emil Zettnow.*

Als käufliche glasige Phosphorsäure in einem Glasgefäſs mit schlecht eingeschliffenem Glasstopfen ungefähr ein Jahr lang aufbewahrt worden war, zeigte sich an den Stengeln der glasigen Phosphorsäure und besonders am Boden in einer dickflüssigen Mutterlauge eine geringe Menge glasglänzender Krystalle, von denen der gröſste und am besten ausgebildetste ungefähr so groſs wie eine Linse war. Derselbe mit Flieſspapier getrocknet, bestand dem Anschein nach aus einem rhombischen Prisma mit Abstumpfung der einen scharfen Kante, während bei der anderen entsprechenden eine solche nicht wahrgenommen werden konnte; ferner zeigte sich eine groſse vordere, und eine kleinere hintere schiefe Endfläche. Die Zerflieſslichkeit des Krystalls machte eine genauere Bestimmung seines Systems unmöglich. Bei der qualitativen Analyse konnten keine anderen Bestandtheile nachgewiesn werden als gewöhnliche Phosphorsäure, Wasser und nur durch Flammenreaction erkennbare Spuren von Natron. Beim Versetzen der wäſsrigen Lösung der Krystalle mit Salzsäure und Eintrocknen derselben auf einem Uhrglase bildet sich keine mikroskopisch wahrnehmbare Menge eines krystallisirbaren Salzes. Es war ferner bei genauer Prüfung nicht aufzufinden Kali, Kalk, Magnesia und andere etwaige Basen. Die Krystalle wurden durch Pressen zwischen Flieſspapier von anhängender Mutterlauge völlig befreit, lösten sich im Wasser, obgleich zerflieſslich, doch erst im Verlauf einiger Minuten völlig auf und es zeigte die frische Lösung alle characteristischen Reactionen der gewöhnlichen, dreibasischen Phosphorsäure: Eiweiſslösung wurde nicht coagulirt; Silber-

lösung nach der Neutralisation mit Ammon, wobei die Flüssigkeit völlig klar blieb, gelb gefällt und durch schwefelsaure Magnesia und Ammoniak das bekannte Doppelsalz erhalten. In Folge dieser Reactionen hielt ich die Verbindung für krystallisirt dreibasische Phosphorsäure von der Formel $H^3PO^4 = P^2O^5 + 3H^2O$ und war überrascht, als die beiden unten angeführten Analysen nicht diesen, sondern einen anderen Wassergehalt ergaben, so dafs den Krystallen die Formel $H^4P^2O^7 = P^2O^5 + 2H^2O$ zukommt.

a) 0,2521 der zwischen Fliefspapier völlig getrockneten Krystalle wurden mit frisch ausgeglühtem Bleioxyd bis zur Gewichtsconstanz gelinde geglüht, und hinterliefsen 0,201 = 79,73 Proc. Phosphorsäure.

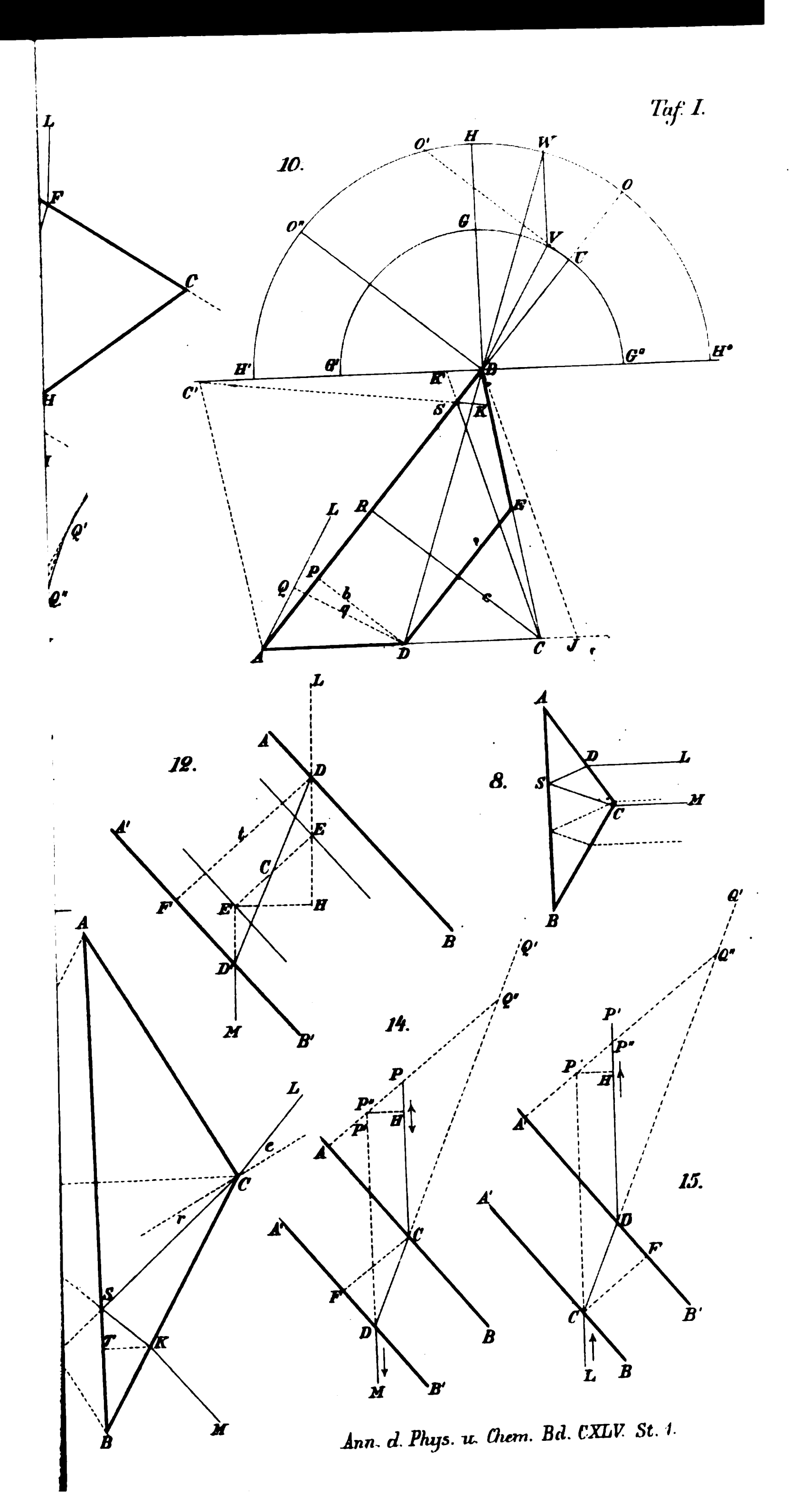
b) 0,106 ebenso behandelt ergaben 0,0842 = 79,62 Proc.

also im Mittel 79,67 Proc.

während die Formel $P^2O^5 + 2H^2O$ 79,77 Proc. verlangt. Die wahrscheinlichste Erklärung für das ihrem Wassergehalt nicht entsprechende Verhalten der Krystalle möchte wohl die Annahme geben, dafs die Krystalle eigentlich aus Pyrophosphorsäure bestehen, welche sich bei der Auflösung in Wasser augenblicklich in gewöhnliche Phosphorsäure verwandelt, und nicht, wie es gewöhnlich der Fall ist, erst im Verlauf einiger Minuten bis Stunden.

Berlin, 25. August 1871.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47


Taf. I.
10.
12.
8.
14.
15.
Ann. d. Phys. u. Chem. Bd. CXLV. St. 1.





PHYSICS